LEONHARDI EULERI
OPERA OMNIA

LEONHARDI EULERI
OPERA OMNIA

SUB AUSPICIIS
SOCIETATIS SCIENTIARUM NATURALIUM
HELVETICAE

EDENDA CURAVERUNT

FERDINAND RUDIO
ADOLF KRAZER ANDREAS SPEISER
LOUIS GUSTAVE DU PASQUIER

SERIES SECUNDA
OPERA MECHANICA ET ASTRONOMICA
VOLUMEN QUARTUM DECIMUM

LIPSIAE ET BEROLINI
TYPIS ET IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI
MCMXXII

LEONHARD EULER

NEUE GRUNDSÄTZE DER ARTILLERIE

AUS DEM ENGLISCHEN DES HERRN BENJAMIN ROBINS

ÜBERSETZT UND MIT VIELEN ANMERKUNGEN VERSEHEN

MIT VIER BALLISTISCHEN ABHANDLUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON

FRIEDRICH ROBERT SCHERRER

LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1922

VORWORT DES HERAUSGEBERS

Frühzeitig begann LEONHARD EULER sich mit den praktischen Anwendungen der Mechanik zu befassen; schrieb er doch schon mit 19 Jahren jene Abhandlung über die Bemastung der Schiffe, die von der Pariser Akademie mit einem Preis gekrönt wurde. Es ist die Abhandlung 4 des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses. Bald fand er auch Gelegenheit, sich speziell mit ballistischen Fragen zu beschäftigen. 1727 siedelte er nach Petersburg über und noch in demselben Jahre wohnte er als Mitglied der Akademie den Schießversuchen bei, die unter der Leitung des Generals GÜNTHER stattfanden und die den Gegenstand der vorletzten in unserem Bande befindlichen kurzen Abhandlung bilden.

Nachdem EULER 1741 infolge seiner Berufung an die preußische Akademie der Wissenschaften seinen Wohnsitz nach Berlin verlegt hatte, wurde er von FRIEDRICH DEM GROSSEN in einer Reihe von praktischen Fragen, insbesondere auch in solchen artilleristischer Natur, zu Rate gezogen. „Der König hatte", erzählt NICOLAUS FUSS[1]), „Herrn EULERS Meinung über das beste in dieses Fach schlagende Werk verlangt. Von ROBINS, der EULERS *Mechanik, die er nicht verstand, einige Jahre vorher auf eine grobe Art angefallen hatte*[2]), waren neue Grundsätze der Artillerie im englischen erschienen[3]), die Herr EULER dem König lobte, indem er sich zugleich anheischig machte, das Werk zu übersetzen und mit Zusätzen und Erläuterungen zu begleiten. Diese Erläuterungen enthalten eine vollständige

1) NICOLAUS FUSS (1755—1825), *Lobrede auf Herrn LEONHARD EULER. Von dem Verfasser selbst aus dem Französischen übersetzt und mit verschiedenen Zusätzen vermehrt, nebst einem vollständigen Verzeichnis der EULERSCHEN Schriften.* Basel 1786, p. 45—47. Abgedruckt in *LEONHARDI EULERI Opera omnia*, series I, vol. 1.

2) B. ROBINS (1707—1751), *Remarks on Mr. EULERS Treatise of motion, Dr. SMITH's compleat system of optics, and Dr. JURINS essay upon distinct and indistinct vision,* London 1739, p. 1—29; wieder abgedruckt in JAMES WILSON, *Mathematical Tracts of the late BENJAMIN ROBINS, Esq.*, London 1761, vol. II, p. 191.

3) BENJAMIN ROBINS, *New principles of gunnery: containing the determination of the force of gunpowder, and an investigation of the difference in the resisting power of the air to swift and slow motions,* London 1742; wieder abgedruckt in JAMES WILSON, *Mathematical Tracts of the late BENJAMIN ROBINS, Esq.*, London 1761, vol. I, p. 1—153.

Theorie der Bewegung geworfener Körper und es ist seit 38 Jahren nichts erschienen, das dem, was Herr EULER damals in diesem schweren Theile der Mechanik getan hat, an die Seite gesetzt werden könnte. Auch ward der Werth dieses herrlichen Werkes allgemein anerkannt. Ein aufgeklärter Staatsmann, der französische See- und Finanzminister TURGOT, ließ es ins französische übersetzen[1]) und in den Artillerieschulen einführen; und beynahe zu eben der Zeit erschien eine englische Übersetzung[2]) in der größten typographischen Pracht, die englische Druckereyen einem Werke nur geben können. Indem Herr EULER in dieser Uebersetzung, wo es immer nur thunlich war, Herrn ROBINS Gerechtigkeit wiederfahren läßt, verbessert er, mit einer seltenen Bescheidenheit, dessen Fehler gegen die Theorie, und alle Rache, die er wegen des alten Unbills an seinem Gegner nimmt, besteht darinn, daß er dessen Werk so berühmt macht, als es ohne ihn nie geworden wäre."

BENJAMIN ROBINS wurde 1707, also in demselben Jahre wie EULER, zu Bath in England geboren und verriet frühzeitig eine vielseitige Begabung und Gewandtheit sowohl im mündlichen als auch im schriftlichen Ausdruck. Er studierte Mathematik und Physik, interessierte sich lebhaft für Geschichte, Kunst und Literatur und beschäftigte sich mit vielerlei technischen Fragen, insbesondere auch mit dem Befestigungswesen und der Ballistik. Durch zahlreiche Schießversuche mit Benutzung des von ihm erfundenen ballistischen Pendels suchte er sich über die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Geschoßgeschwindigkeit zu orientieren. Für seine Arbeiten auf diesem Gebiete erhielt er von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu London eine goldene Medaille. Die Besichtigung

1) J. L. LOMBARD, *Nouveaux principes d'artillerie de M. BENJAMIN ROBINS, commentés par M. LÉONARD EULER, traduits de l'allemand, avec des notes*, Dijon et Paris 1783 (Abhandlung 77 B des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses. Als Anhang sind dieser Übersetzung beigefügt: 1) *Nouvelles Expériences faites à Woolwich, pour connaître les vitesses initiales des Boulets, rapportées dans les Transactions philosophiques, année 1778, no. 111*, enthaltend den Bericht über die Ergebnisse der Schießversuche, die CHARLES HUTTON (1737–1823), Professor der Mathematik und Ingenieur an der Militärakademie zu Woolwich, im Jahre 1775 daselbst ausgeführt hatte; 2) *Extrait d'une dissertation de M. EULER sur l'explication des phénomènes de l'air, insérée dans le tome II des Memoires de l'académie de Péterbourg pour l'année 1727* (Abhandlung 7 des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses, enthalten in *LEONHARDI EULERI Opera omnia*, series II, vol. 27, unter dem Titel *Tentamen explicationis phaenomenorum aeris*).

2) HUGH BROWN, *The true principles of gunnery investigated and explained. Comprehending translations of professor EULERS observations upon the new principles of gunnery, published by the late Mr. BENJAMIN ROBINS, and that celebrated authors Discourse upon the track described by a body in a resisting medium, inserted in the memoirs of the Royal academy of Berlin for the year 1753* [Abhandlung 217 A in ENESTRÖMS Verzeichnis]. *To wich are added many necessary explanations and remarks, together with Tables calculated for practice, the use of wich is illustrated by proper examples; with the method of solving that capital problem, which requires the elevation for the greatest range with any given initial velocity*, London 1777 (Abhandlung 77 A in ENESTRÖMS Verzeichnis).

der festen Plätze in Flandern gab ihm Gelegenheit, sich in der Fortifikation zu vervollkommnen. In den Jahren 1749 und 1750 war er als General-Ingenieur der ostindischen Kompagnie in Indien tätig, wo er Pläne für die Forts St. David und Madras ausarbeitete. Seine zarte Konstitution ertrug jedoch das dortige Klima nicht. Am 29. Juli 1751 erlag er im Fort St. David dem Fieber.[1])

ROBINS literarische Arbeiten betreffen nicht allein Gegenstände der Mathematik und Physik, der Artillerie und Ballistik, sondern auch Angelegenheiten des öffentlichen Lebens und sind zum Teil polemischer Natur. Es verdient hier besonders erwähnt zu werden, daß er schon im Jahre 1747 in dem Aufsatz *On the nature and advantage of rifled barrel pieces* für die Einführung gezogener Gewehre eintrat und die Vorteile erkannte, welche die Hinterladung für die gezogenen Feuerwaffen hat. Dem raschen Aufschwung, den die von LEIBNIZ und NEWTON begründete höhere Analysis durch die Basler Mathematiker JAKOB, JOHANN, DANIEL BERNOULLI und LEONHARD EULER nahm, vermochte er jedoch nicht zu folgen; ein Umstand, der wenigstens teilweise die ablehnende Haltung erklärt, die er gegenüber EULERS *Mechanica* einnahm.

Obwohl schon GALILEI hervorgehoben hatte, daß die Wurflinie nur im luftleeren Raum eine Parabel sei, hielten sich doch die Artilleristen noch im 18. Jahrhundert an die parabolische Theorie, weil sie glaubten, den Einfluß des Luftwiderstandes auf die Flugbahn vernachlässigen zu dürfen. „L'Artillerie a eu son enfance comme les autres sciences mais beaucoup plus longue", *schreibt* LOMBARD *in der Vorrede zu der p. VIII, Anmerkung 1*, zitierten französischen Übersetzung, „livrée d'abord à une routine aveugle, ses progrès ont été très lents. Il a fallu deux siècles pour détruire l'absurde opinion du mouvement rectiligne des projectiles; un autre siècle pour dissuader les Artilleurs de leur mouvement parabolique. Les effects de la résistance de l'air, quoique connus depuis longtemps, étaient un secret relégué dans les écrits de quelques savants et totalement ignorés des Artilleurs, à qui cependant cette connaissance était la plus nécessaire". ROBINS hat das Verdienst, durch seine Schießversuche und Messungen eine richtige Einschätzung der Bedeutung des Luftwiderstandes angebahnt zu haben.

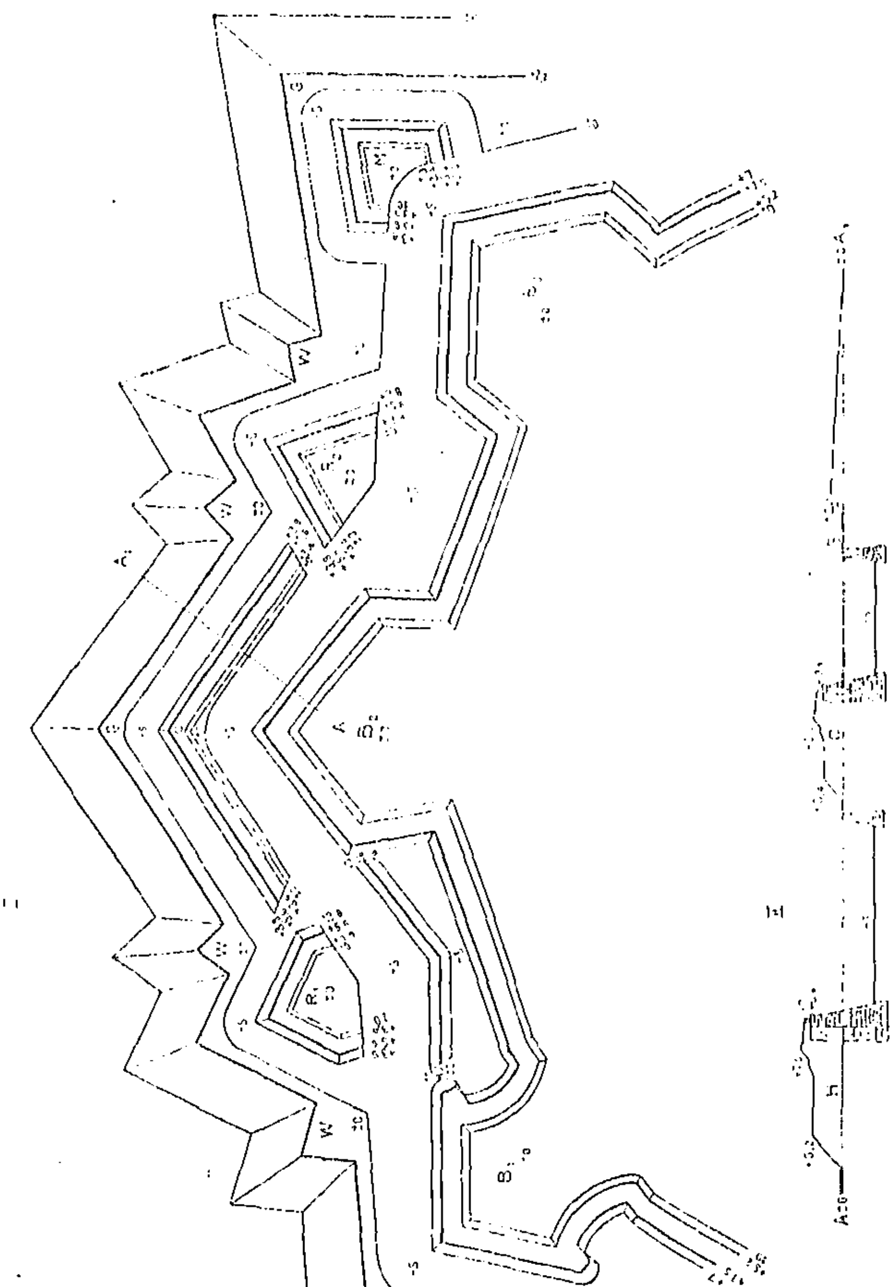
EULERS Übersetzung der *New Principles of gunnery* beginnt mit einer von EULER verfaßten Vorrede, in der er über die Einteilung des Werkes und über die von ihm hinzugefügten „Anmerkungen" orientiert, die auf einen jeden der ROBINSSCHEN „Sätze" folgen. Der sich daran anschließende „Vorbericht des Verfassers" enthält eine Darstellung der Entwicklung der beständigen Befestigung und der Artillerie. ROBINS verfolgt darin die Ausgestaltung der Fortifikation von der Entstehung der Bastionen an bis auf VAUBAN und

1) Die biographischen Angaben über ROBINS wurden der Vorrede des p. VII zitierten Buches von JAMES WILSON entnommen.

Coehoorn und bedient sich dabei einiger technischer Ausdrücke, die hier an Hand der Figuren I und II auf S. XI erklärt werden sollen.

Fig. I zeigt den Grundriß eines Ausschnittes einer Bastionärbefestigung im Maßstab 1 : 5000 und Fig. II einen Vertikalschnitt im Maßstab 1 : 1250 längs der schwach gebrochenen Linie AA_1 des Grundrisses. Der letztere stellt drei mit B_1, B_2 und B_3 bezeichnete *Bastionen* oder *Bollwerke* dar, welche die Gestalt von Fünfecken haben, die auf einer Seite, nämlich gegen das Innere des befestigten Platzes, offen sind. Die Ecke, die der offenen Seite gegenüberliegt, ist die *Bastionsspitze*. Die in ihr zusammenstoßenden Wallteile sind die *Facen* und die sich rückwärts an sie anschließenden Wallteile die *Flanken*. Die Gerade, die den von den Facen gebildeten Winkel halbiert, wird *Kapitale* genannt. Der Punkt, wo die Flanke an die Face anstößt, heißt *Schulterpunkt*. Während die Flanken der Bastionen B_2 und B_3 geradlinig verlaufen, sind die der Bastion B_1 in der Weise kreisförmig gekrümmt, wie sie Vauban anfänglich anlegte; überdies schließen sie nicht, wie bei B_2 und B_3, an die Schulterpunkte an, sondern sie sind etwas zurückgesetzt, wodurch an jedem Schulterpunkt ein *Orillon* oder *Bollwerksohr* entsteht, das den Zweck hat, die dahinterliegenden Batterien zu decken. Der Teil des Walles, der zwei benachbarte Bastionen verbindet, heißt *Courtine*. Die Bastionen und Courtinen bilden zusammen die fortlaufende gebrochene Linie des Hauptwalles H (Fig. II), bestimmt zur Aufstellung von Geschützen, aber auch eingerichtet zur Verteidigung mit dem Gewehr. Vor dem Hauptwall zieht sich ein breiter Graben hin. Vor der Courtine rechts befindet sich das *Ravelin* R_2 (von den Franzosen auch *Demi-lune* genannt), dessen Wall nur aus den beiden Facen besteht, während das Ravelin R_1 vor der Courtine links noch zwei kurze Flanken hat. Zwischen der Courtine links und dem zugehörigen Ravelin ist zur wirksamen Grabenverteidigung eine *Grabenschere* (*Tenaille*) eingebaut. Vor den beiden Facen der mittleren Bastion wurde zu ihrem Schutz eine *Contregarde* C angelegt und vor der Spitze der Bastion B_3 ein *Halbmond* M, wie ihn Robins in Holland gesehen haben mag. Vor dem Graben, der alle genannten Anlagen umzieht, befindet sich der *gedeckte Weg* G, der in den einspringenden Ecken *Waffenplätze* W aufweist, die oft zu hartnäckiger Verteidigung eingerichtet waren und an die sich eine für Infanterieverteidigung eingerichtete Umwallung anschließt; sie zieht sich vor dem gedeckten Weg hin und soll ihn vor feindlicher Einwirkung schützen. Rampen, Brücken und unterirdische Gänge, die die einzelnen Befestigungsteile miteinander verbinden, sowie Traversen zum Schutze gegen seitliches Feuer sind der Einfachheit halber in der Zeichnung weggelassen worden.

Die Profilierung der einzelnen Teile der ganzen Befestigungsanlage zeigt Fig. II. Die Zahlen geben an, wie viele Meter eine im Grundriß angegebene Linie oder ein im Profil angedeuteter Punkt mit + über, mit − unter dem Bauhorizont liegt, der in der Fig. II durch die punktierte Linie bezeichnet ist, an deren Enden ± 0 steht. Die den Hauptwall



auf der Vorderseite begrenzende, mit einwärts angebrachten Strebepfeilern versehene Mauer heißt *Escarpe* und die ihr jenseits des Grabens gegenüberliegende Mauer *Contre-Escarpe*. Der Teil des Hauptwalles, der die Escarpemauer überragt, wird *Brustwehr* (*Parapet*) genannt, weil er den hinter ihm stehenden Schützen Deckung vor den feindlichen Geschossen gewähren soll (Fig. II). Derartige Brustwehren befinden sich auf jedem zur Verteidigung eingerichteten Wall, insbesondere auch auf den Ravelins, der Contre-Garde und der Grabenschere. Die höchste Linie an jeder Brustwehr, die *Feuerlinie* (*Crête*), wird in Fig. I durch einen etwas dickeren Strich dargestellt. Die ganz schwach geneigte Fläche vor der Feuerlinie des gedeckten Weges, die sich im Vorgelände verliert, heißt *Glacis*. Die zwischen den Kapitalen zweier benachbarter Bastionen liegenden Teile einer Festung bilden eine *Festungsfront*.

Bei der Belagerung einer Festung richtete sich der durch VAUBAN bis in alle Einzelheiten ausgebildete förmliche Angriff meistens gegen *eine* bestimmte Front. Nach Zurückdrängung der Vortruppen des Verteidigers legte man parallel zur Angriffsfront im Abstand von etwa 575 m von den nächsten Festungswerken einen Schützengraben, die *erste Parallele* genannt, an, der von den Schnittpunkten mit den die Front begrenzenden Kapitalen parallel zu den Nachbarfronten verlängert wurde. In die erste Parallele baute man die *Ricochetbatterien* und einzelne Wurfbatterien ein. Die Geschosse der ersteren sollten die Deckungen des Verteidigers in möglichst flachen Bogen überfliegen und die Festungslinien in mehreren Sprüngen der Länge nach bestreichen. Von der ersten Parallelen ausgehend schnitt man dann im Zickzack Laufgräben oder *Sappen* ein, deren Richtung so gewählt wurde, daß sie von der Festung aus nicht der Länge nach bestrichen werden konnten. Gegen die Festung zu waren sie mit einer Brustwehr versehen und hatten den Zweck, die Verbindung der ersten mit der *zweiten Parallelen* herzustellen, die ebenfalls in Schützengrabenprofil in einer Entfernung von etwa 250 m vom befestigten Platze angelegt wurde. In dieser Linie oder unmittelbar davor und durch einen Laufgraben damit verbunden wurden die *Demontierbatterien*, deren Geschütze die des Verteidigers zum Schweigen bringen sollten, und überdies *Wurfbatterien* gebaut. Von der zweiten Parallelen aus wurden wiederum Sappen vorgetrieben und dann wurde am Fuße des Glacis zur Aufnahme von Mörserbatterien die *dritte Parallele* erstellt. Hernach ging man von dieser aus mit traversierten Sappen gegen die Feuerlinie des gedeckten Weges vor und etablierte dort die *Breschebatterien* zum Zerstören des Mauerwerkes und die *Contrebatterien* zur Bekämpfung der nicht selten kasemattierten Batterien der Bastionsflanken. Hatte die Bresche eine genügende Breite erreicht, so schritt der Angreifer, wenn nötig, über den Grabenniedergang zum Sturm, den der Verteidiger gelegentlich dadurch zu vereiteln suchte, daß er in der Bastion hinter der Bresche ein *Retranchement*, das heißt eine neue Verteidigungslinie, einbaute.

Die Artillerie schleuderte um die Mitte des 18. Jahrhunderts aus glatten Vorderladern kugelförmige eiserne Geschosse und Kartätschen. Die Bezeichnung eines Geschützes als Sechspfünder, Zwölfpfünder usw. richtete sich nach dem Gewicht einer gußeisernen Vollkugel, deren Durchmesser mit dem Kaliber des betreffenden Geschützrohres übereinstimmte. Das Artilleriematerial zeigte in allen europäischen Staaten eine große Mannigfaltigkeit. Die kurze Charakteristik und Benennung der Geschütze auf Seite 320 ist deutschen Verhältnissen in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts angepaßt. Das Wort *Kartaune* oder Cartone (mittellateinisch Quartana) bezeichnete ursprünglich ein kurzes Geschütz, dessen Geschoßgewicht ein Viertel des 100 bis 200 Pfund schweren Geschosses eines „Hauptstückes" betrug.

Die zahl- und umfangreichen „Anmerkungen", die EULER in der Übersetzung des ROBINSSCHEN Buches den einzelnen „Sätzen" hat folgen lassen, bilden die erste Darstellung der innern, äußern und Ziel-Ballistik unter Zuhilfenahme der Infinitesimalrechnung. Auf Grund der Versuchsergebnisse von ROBINS setzt er den Widerstand, den die Bewegung einer Kugel durch die Luft erleidet, gleich dem Gewicht eines über ihrer Großkreisfläche stehenden Zylinders vom spezifischen Gewicht der Luft, die das Geschoß umgibt, und von der Höhe $\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\frac{v^2}{h}$. Dabei bedeutet h die Höhe eines Zylinders, der mit dem soeben genannten in der Basis und dem spezifischen Gewicht übereinstimmt, dessen absolutes Gewicht jedoch dem über der Basis lastenden Luftdruck gleichkommt, während v die Höhe bedeutet, bis zu welcher ein Körper, der mit der augenblicklichen Geschoßgeschwindigkeit lotrecht aufwärts geworfen wird, im luftleeren Raum steigt. Der Versuch, die Koordinaten der Flugbahnpunkte unter Voraussetzung dieses Luftwiderstandsgesetzes als Funktionen des Abgangswinkels und des Neigungswinkels der Bahntangenten gegen die Horizontale durch unendliche Reihen darzustellen, führte zu keinem befriedigenden Resultat. J. H. LAMBERT hat dann später, ausgehend von der Annahme, daß der Luftwiderstand dem Quadrat der Geschoßgeschwindigkeit proportional sei, derartige Reihenentwicklungen durchgeführt.[1])

schon am 20 Juli 1752 der Berliner Akademie vorgelegt worden. EULER nimmt darin den Luftwiderstand proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit an und ersetzt dann, um die sich ergebenden Integrale ausrechnen zu können, die Flugbahn durch eine gebrochene Linie. Jeder ihrer Teile wird durch Streckung eines Flugbahnbogens erhalten und ist gegen die Horizontale unter einem Winkel geneigt, der ein Mittelwert der Winkel ist, welche die Tangenten in den Endpunkten jenes Bahnbogens mit der Horizontalen einschließen. Diese Abhandlung bildet insofern die Grundlage der modernen äußern Ballistik, als hier zum ersten Mal die Methode angewandt wird, eine von der Zeit abhängige Größe *per Teile der Flugbahn* durch einen Mittelwert zu ersetzen, um die Gestalt der ersteren näherungsweise bestimmen zu können; ein Verfahren, das gegenwärtig noch eingeschlagen wird.

Die Abhandlung 411 (des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses) *De ictu glandium contra tabulam explosarum* ist nach den Akten am 14. Januar 1771 der Petersburger Akademie vorgelegt worden und auch in demselben Jahr in den Novi Commentarii erschienen. Sie hat das Eindringen eines Geschosses in eine Zielscheibe, die zuerst als feststehend, sodann aber auch als in horizontaler Richtung beweglich angenommen wird, sowie das Durchschlagen der Scheibe zum Gegenstand. Als lebendige Kraft (vis viva) eines bewegten Körpers wird hier noch das Produkt aus seinem Gewicht und dem Quadrat seiner Geschwindigkeit bezeichnet und es wird gezeigt, daß der Verlust an lebendiger Kraft, den das bewegte System beim Eindringen des Geschosses in die Scheibe erleidet, der Größe proportional ist, die man jetzt die vom Geschoß geleistete Arbeit nennt.

Die folgende Abhandlung 853 (des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses) *Meditatio in experimenta explosione tormentorum nuper instituta*, auf die schon am Anfang des Vorwortes hingewiesen worden ist, wurde erst 1862 in den *Opera postuma* veröffentlicht. Wie aus dem Wort „nuper" geschlossen werden muß[1]), ist sie 1727 oder 1728 geschrieben worden. Sie knüpft an sieben Schießversuche an, die mit einem senkrecht aufwärts gerichteten Geschützrohr ausgeführt worden waren, dessen Seele nach dem dritten Schießversuch um ein Fünftel ihrer Länge verkürzt wurde. Die Abhandlung enthält die Berechnung der Steighöhe und der Steigzeit des Geschosses aus der ganzen gemessenen Flugzeit mit Hilfe einer Formel, deren Herleitung nicht angegeben ist, die aber auf dem NEWTONSCHEN Luftwiderstandsgesetz beruht und die im wesentlichen von EULER in seiner *Mechanica* entwickelt ist. Es bestehen jedoch zwischen den Gewichten der verwendeten Ladungen einerseits und den beobachteten Flugzeiten andererseits Widersprüche, die sich nur durch irrtümliche Deutungen der in den Versuchsprotokollen enthaltenen Zahlen erklären lassen. Beim ersten Versuch sind vermutlich 8 Loth im Versuchsprotokoll für 8 Unzen gehalten und daher mit

1) G. ENESTRÖM, *Kleine Bemerkungen zur letzten (dritten) Auflage von CANTORS Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.* Biblioth. Mathem. 14_3, 1913–1914, p. 81.

16 Loth wiedergegeben worden; auf dieselbe Weise mögen beim zweiten Versuch aus 4 Loth 8 Loth geworden sein. Der in Hinsicht auf die Geschützrohrlängen offensichtliche Widerspruch, der beim dritten und vierten Versuch zwischen den beobachteten Flugzeiten besteht, läßt vermuten, daß die Flugzeit beim dritten Versuch nicht 2, sondern 11 Sekunden betrug, daß aber die Zahl 11 für eine römische II gehalten und daher mit 2 wiedergegeben wurde. Die Rechnung ergibt nämlich für eine Flugzeit von 11 Sekunden eine Steighöhe von 472,6 rheinischen Fuß, was mit der Steighöhe, die man beim vierten Experiment erhält, gut harmoniert. DANIEL BERNOULLI hat übrigens die Beobachtungsresultate der in Rede stehenden Schießversuche im Jahre 1727 mathematisch bearbeitet und die Ergebnisse seiner Rechnungen in den Commentationes academiae scientiarum Petropolitanae **2**, p. 338, sowie in seiner *Hydrodynamica*, p. 236 und 237, zusammengestellt. Der Umstand, daß er die Längen in englischen Fuß angibt und das spezifische Gewicht des Eisens in bezug auf atmosphärische Luft zu 7650 annimmt, während EULER hiefür 7000 setzt, erklärt im Zusammenhang mit den erwähnten wahrscheinlichen Versehen die Abweichung der berichtigten EULERSCHEN Rechenergebnisse von denen BERNOULLIS. Vermutlich hätte EULER selbst die numerischen Rechnungen, die den Inhalt der Abhandlung bilden, niemals drucken lassen. Seine Aufzeichnungen sind aber gleichwohl von Wert, einmal, weil sie erkennen lassen, daß er sich anfänglich an das NEWTONSCHE Luftwiderstandsgesetz gehalten hat, und sodann, weil darin zum ersten Mal in der Literatur der Buchstabe e zur Bezeichnung der Basis der natürlichen Logarithmen Verwendung findet, worauf ENESTRÖM[1]) aufmerksam gemacht hat.

In dem Bericht, den ENESTRÖM über die EULERSCHEN Manuskripte der Petersburger Akademie veröffentlicht hat, werden neun Notizbücher[2]) erwähnt. Das vierte derselben enthält p. 437—438 ein Fragment mit der Überschrift: *De motu globi per tubum tornatum explosi.* Nach ENESTRÖM ist das Eintragen der Notizen in diesen vierten Band in die Jahre 1740—1750 zu versetzen. Die kurze Notiz *De motu globi*, die sich mit der Bewegung eines Geschosses in einem gezogenen Rohr beschäftigt, erschien auch vom rein mathematischen Standpunkte aus wert, in die *Opera omnia* aufgenommen zu werden, weil darin bereits das Integral vorkommt, mit dem sich EULER dann in den *Institutiones calculi integralis*[3]) ausführlicher befaßt hat, nämlich der von SOLDNER[4]) später so genannte *logarithmus integralis*.

1) Siehe die Anmerkung p. XIV.

2) G. ENESTRÖM, *Bericht an die Eulerkommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft über die EULERSCHEN Manuskripte der Petersburger Akademie,* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung **22**, 1913, Zweite Abt., p. 191.

3) *Institutiones calculi integralis*, vol. I, Petropoli 1768, cap. 4, § 228, p. 125; *LEONHARDI EULERI Opera omnia,* series I, vol. 11, p. 127.

4) J. SOLDNER (1777?—1833), *Théorie et tables d'une nouvelle fonction transcendante,* Munic 1809.

ÜBERSICHT
über die im vorliegenden Bande vorkommenden Maßeinheiten.

1. Längeneinheiten.

einländischer Fuß (Schuh) = 12 Zoll = 12 · 12 Linien = 0,31385 Meter.

rupulum pedis rhenani = $\frac{1}{1000}$ rheinländische Fuß.

glischer Fuß (Schuh) = $\frac{1}{3}$ Yard = 12 Zoll = 0,30479 Meter.

einländischer Fuß = 1,0297 englische Fuß.

glischer Fuß = 0,9711 rheinländische Fuß.

glischer Faden (fathom) = 2 Yard = 6 Fuß = 1,8288 Meter.

glische Meile (statute mile) = 880 Fathoms = 5280 Fuß = 1609,3149 Meter.

riser Fuß = $\frac{1}{6}$ Toise = 12 Zoll = 12 · 12 Linien = 0,32484 Meter.

anzösischer Faden = 1 Toise = 1,9490 Meter.

2. Gewichtseinheiten.

glisches Troy-Pfund = 12 Unzen = 240 Pennyweights = 5760 Grains = 373,2419 Gramm.

roy) Unze (= 480 Grains) wird beim Apothekergewicht in 8 Drachmen = 8 · 3 Skrupel geteilt.

nglisches Avoirdupois-Pfund = 16 Unzen = 256 Drachmen = 7000 Grains = 453,5926 Gramm.

ain beider Gewichte = 0,0648 Gramm.

Avoirdupois-Pfunde = 175 Troy-Pfunden.

Avoirdupois-Unzen = 175 Troy-Unzen.

voirdupois-Unze = 437 $\frac{1}{2}$ Grains = 28,3495 Gramm.

glischer Quintal = 112 Avoirdupois-Pfunden = 50,802 Kilogramm.

ngl.) Ton = 20 Quintal = 1016,048 Kilogramm.

lländisches Troy-Pfund = 16 Unzen = 492,1677 Gramm.

olländisches Handelspfund = 32 Loth = 494,0904 Gramm.

riser Pfund = 16 Unzen = 16 · 576 Grains = 489,5058 Gramm.

ürnberger Pfund[1]) Handelsgewicht = 2 Mark = 16 Unzen = 32 Loth = 128 = 509,7 Gramm.

---

1) Nach v. Alten, *Handbuch für Heer und Flotte* 4, p. 196, bediente man sich zu A 18. Jahrh. in Deutschland bei der Artillerie des Nürnberger Pfundes zur Bezeichnung de ßgewichte. F. R. S.

INHALT

Dieser Band umfaßt die Nummern 77 (*Neue Grundsätze*), 217, 411, 853 des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses sowie ein unediertes Fragment.

ERSTES CAPITEL

VON DER GEWALT DES SCHIESS-PULVERS

ERSTER SATZ

Wenn Schieß-Pulver sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum zündet wird, so wird durch die Entzündung eine beständige, flüssige und m Ausdehnungskraft versehene Materie hervorgebracht.[1])

Anmerkung[2])

EULERS Kritik der ROBINSSCHEN Darlegungen.

ZWEYTER SATZ

Enthaltend eine ausführlichere Erklärung der Umstände, welche bey der E nung des Pulvers, sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, bey den vorhergemeldten Experimenten beobachtet werden.

Anmerkung

EULER schließt aus den ROBINSSCHEN Versuchen auf die Eigenschaften der seiner Ansicht, im Schießpulver eingeschlossenen Luft und teilt seine Anschau über die Natur der atmosphärischen Luft und des Salpeters mit.

DRITTER SATZ

Die Elasticität oder Ausdehnungs-Kraft der aus dem Pulver erzeugten flüs Materie ist, wann die übrigen Umstände einerley sind, ihrer Dichte oder Zusam pressung proportional.

Anmerkung

EULER hält es für möglich, daß der Druck eines Gases von großer Dichte letzteren nicht mehr proportional sei.

1) Die „Zusätze", die ROBINS einzelnen seiner „Sätze" hinzugefügt hat, werden i Inhaltsverzeichnis nicht besonders aufgeführt. F. R. S.

2) Wie aus der Vorrede EULERS, S. 8, hervorgeht, rühren die „Anmerkungen", die a jeden „Satz" folgen, samt den zugehörigen Figuren nicht von ROBINS, sondern von EULER

F. R.

Zweyte Anmerkung

Berechnung der Mündungsgeschwindigkeit eines Geschoßes. Angabe eine mel zur Berechnung der Spannung eines Gases aus seiner Dichte.

Dritte Anmerkung

EULER wendet die in der vorhergehenden Anmerkung mitgeteilte Form die Berechnung der Spannung der Pulvergase an.

Vierte Anmerkung

Bestimmung der Geschwindigkeit der Flamme und des Geschoßes unter de nahme, daß die Ladung nicht vollständig verbrennt. (Fig. 10, p. 177.)

Fünfte Anmerkung

Die Beurteilung der Güte des Schießpulvers. Ermittlung der Ladung, die Geschoß die größte Mündungsgeschwindigkeit erteilt.

Sechste Anmerkung

Berechnung der Mündungsgeschwindigkeit eines Geschoßes unter der Anna daß das Pulver allmählich verbrennt.

Siebente Anmerkung

Ermittlung der Mündungsgeschwindigkeit eines Geschoßes unter der Annal daß nur ein Teil der Ladung, dieser jedoch plötzlich, verbrennt.

Achte Anmerkung

EULER berechnet die Mündungsgeschwindigkeit eines Geschoßes unter Berü sichtigung des Gasverlustes durch das Zündloch und den Spielraum, vorausgese daß nur ein Teil der Ladung, dieser jedoch plötzlich, verbrennt.

ZWÖLFTER SATZ

Die Gewalt zu untersuchen, mit welcher eine Kugel, so von der Ladung me lich entfernet ist, fortgetrieben wird.

Anmerkung

EULER bestimmt die Mündungsgeschwindigkeit unter der Annahme, daß das G schoß mit Abstand von der Pulverladung ins Rohr gesetzt wird.

Dritte Anmerkung

Berechnung der Koordinaten der Flugbahnpunkte aus dem Gewicht, der dungsgeschwindigkeit und Abgangsrichtung des Geschoßes sowie aus dem Druc der Dichte der Luft.

SIEBENTER SATZ

Ausser dem, daß die Kugeln in ihrem Flug durch die Kraft der Schweh wärts gezogen werden, so werden dieselben auch öfters von einer andern Kraf wärts entweder zur rechten oder zur lincken getrieben.

Erste Anmerkung

Allgemeine Erörterungen über die Bewegung eines starren Körpers unt Einwirkung äußerer Kräfte mit Anwendung auf die Geschoßbewegung.

Zweyte Anmerkung

Die Bewegung einer rotierenden Kugel in der Luft. (Fig. 26, p. 402.)

ACHTER SATZ

Wenn gleich große und gleich schwehre Kugeln auf eben denselben Körper mit verschiedenen Geschwindigkeiten stossen, und in denselben hinein d so werden sich die verschiedenen Tiefen, auf welche die Kugeln hinein gedr beynahe verhalten, wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten. Und der Wied solcher harten Körper wird, in Ansehung des Hineindringens der Kugel, immer groß seyn.

Anmerkung

EULER bestimmt die Eindringungstiefe eines Geschoßes aus der A geschwindigkeit, dem Kaliber und dem Eindringungswiderstand pro Flächenein

II

BALLISTISCHE ABHANDLUNGEN

I

NEUE GRUNDSÄTZE DER ARTILLERIE

Neue Grundsätze
der
ARTILLERIE
enthaltend
die Bestimmung der Gewalt des Pulvers
nebst
einer Untersuchung
über den Unterschied des Wiederstands der Luft in schnellen und
langsamen Bewegungen

aus dem Englischen des Hrn. Benjamin Robins
übersetzt und mit den nöthigen Erläuterungen und
vielen Anmerkungen versehen
von
Leonhard Euler
Königlichem Professor in Berlin.

Berlin bey A. Haude
Königl. und der Academie der Wissenschaften
privil. Buchhändler. 1745.

VORREDE

Die Artillerie ist schon von langer Zeit her als ein Theil der Mathematic angesehen worden, indem dieselbe ohne eine hinlängliche Erkenntniß der Arithmetic und Geometrie nicht abgehandelt werden kann. Was zwar die Zubereitung des Pulvers betrifft, daher die Artillerie ihren Ursprung genommen, so läuft dieselbe vielmehr in die Chymie, als in die Mathematic: will man aber von der Ursache der erstaunenswürdigen Kraft, womit das Pulver begabet ist, Nachricht haben, so muß man die Natur-Wissenschaft zu Rathe ziehen. Ungeachtet aber die eigentliche Bestimmung der Kraft, welche die Würkungen des Pulvers hervorbringt, zur Mathematic gehöret; so erfordert dieselbe doch eine so weitläuftige Erkenntniß der höhern Geometrie und Mechanic, daß man genöthigt ist, dieselbe in den Anfangs-Gründen dieser Wissenschaft völlig mit Stillschweigen zu übergehen. Die Beschreibung der verschiedenen Feuer-Maschinen, welche in der Artillerie vorkommen, scheint auch nur in so fern mit den mathematischen Wissenschaften eine Verwandtschaft zu haben, als darinne die Verhältniß[1]) der verschiedenen Vermischungen betrachtet wird. Da sich nun diese auf die bloße Erfahrung gründen, die Mathematic aber eine solche Wissenschaft ist, welche nicht nur in einem jeglichen Fall die Verhältnisse anzeigt, sondern auch den Grund, worauf dieselben beruhen, aus der Natur der Sache selbst bestimmet; so ist klar, daß man sich aus der gewöhnlichen Verknüpfung der Artillerie mit der Mathematic in diesem Stücke nicht viel Vortheil versprechen könne. Eine gleiche Bewandtniß hat es auch mit der Beschreibung der verschiedenen Arten von Stücken, Canonen und andern Schieß-Maschinen, von welchen gemeiniglich nur die Proportion ihrer Theile, wornach dieselben verfertigt zu werden pflegen, angezeigt wird, ohne sich um die Ursachen zu bekümmern, warum dieselben so, und nicht anders, angenommen worden. Die Erklärung und Einrichtung des Caliber-

---

1) „Die Verhältniß" ist eine veraltete Form für „das Verhältnis". Das erst im 18. Jahrhundert entstandene Wort wurde, wie so viele andere Wörter auf „nis", bald mit dem weiblichen, bald mit dem sächlichen Artikel verbunden. Vgl. damit „die Befugnis", „die Bewandtnis", „die Erkenntnis" u. a. F. R. S.

Maaßstabes scheinet also hierbey das einige zu seyn, wozu eine Erkenntniß und Geometrie erfordert wird, als welche sich auf die Cubische Verhältniß, ziehung der Cubic-Wurzel gründet. Insonderheit muß zwar die Mathemati nommen werden, wenn man den Weg, welchen eine Bombe oder Stück-Kug beschreibet, bestimmen will; man nimmt aber gemeiniglich an, daß diese eine Parabel sey, und pflegt aus den Eigenschaften derselben auszurechner einem jeglichen Bogenschusse die Kugel reichen müsse. Dieses würde sei haben, wenn die Kugel in ihrer Bewegung keinen Wiederstand litte; da ab stand der Luft bey so schnellen Bewegungen sehr merklich ist, so weicht Linie, welche von einer Stück-Kugel beschrieben wird, sehr stark von ein Und aus eben dieser Ursache hält auch derjenige Winkel, unter welchem weitesten geschossen wird, nicht 45 Grad, wie man gemeiniglich glaubt, weniger. Wenn man aber die Natur derjenigen krummen Linie, nach wel Canonen-Kugel in der That beweget, untersuchen will, so kann solches o Mathematic keinesweges geschehen.

Hieraus ist also klar, daß der Vortheil, welchen man bißher in der A Mathematic gezogen, sehr geringe ist, und daß eine gemeine Erkenntniß wie solche in den gewöhnlichen Anfangs-Gründen erkläret zu werden pfleg hinlänglich ist, in der Artillerie denjenigen Nutzen zu schaffen, welchen m von dieser Wissenschafft verspricht. Wenn man aber die höhere Mathe nimmt, so ist man im Stande, so wohl die wahre Kraft des Pulvers, als wegung der Kugeln, auf das genauste zu bestimmen; und da auf diesen z die fürnehmste Wissenschafft der Artillerie beruhet, so können daraus au dahin gehörigen Stücke auf eine gründliche Art erkläret, und in ihr völlige werden. Ja wenn auch gleich ein bloßer Mathematicus aus Mangel eine Erfahrung nicht im Stande ist, aus dieser Erkenntniß allen Nutzen zu zieh kein Zweifel, ein erfahrener Artillerist werde diesen Abgang leicht ersetzen, ihm mitgetheilte Erkenntniß in allen Umständen mit Vortheil anzuwenden

Man pflegt gemeiniglich in den Gedanken zu stehen, als wenn die hö bloß allein in solchen subtilen Speculationen bestünde, aus welchen man n sten Nutzen hoffen könnte, und daß man alle Vortheile, welche man dies nicht absprechen kann, nur allein den niedrigen und schon genugsam be der Mathematic zu dancken habe. Allein dasjenige, was in Ansehung der führet worden, ist schon hinreichend, dieses Vorurtheil völlig zu heben; gar mit dem grösten Recht behaupten, daß keine Wissenschaft mit der knüpfet ist, welche nicht, wenn sie gründlich ausgeführet werden soll, höhere Mathematic erfordere. Es finden sich so gar auch öfters die Gränze

schafft noch nicht einmahl genugsam erweitert, um alle Umstände gehöriger maßen erklären zu können.

Um dieses deutlicher darzuthun, und dadurch den fast allgemeinen Vorwurf, welcher gegen die höhere Mathematic gemacht zu werden pflegt, aus dem Wege zu räumen, so wollen wir die fürnehmsten practischen Theile der Mathematic etwas genauer in Betrachtung ziehen.

In der Mechanic, welche in Erklärung und Bestimmung der Bewegung der Körper bestehet, kommen nicht nur die schwehrsten Fragen vor, welche ohne eine sehr tiefe Einsicht in die höhere Mathematic unmöglich erörtert werden können, sondern es findet sich darinne keine einzige Maschine, deren Würkung ohne eine solche Erkenntniß vollständig erkläret werden könnte. Was darinn insgemein von den Maschinen vorgebracht wird, gehet nur auf die Einrichtung derselben überhaupt, und man pflegt gemeiniglich dabey nicht mehr als das Gleichgewicht zwischen der Kraft, und dem Wiederstand der Last, anzuzeigen. Da aber die Last nicht nur im Gleichgewicht erhalten, sondern auch in Bewegung gesetzt werden soll, so muß die Kraft der Last überlegen, und also grösser seyn, als zur Erhaltung des Gleichgewichts erfordert wird. Wie nun in diesem Fall die Bewegung beschaffen seyn, und mit was für einer Geschwindigkeit die Last beweget werden müsse, davon findet man nicht ein Wort in den gemeinen Abhandlungen der Maschinen, ungeachtet hierauf die Haupt-Absicht und der Nutzen aller Maschinen beruhet. Dieses ist die fürnehmste Ursache, warum man sich fast auf keine auf dem Papier entworfene Maschine verlassen kann, ehe man davon eine würkliche Probe gesehen. Die gemeine Erkenntniß der Mathematic ist nun keinesweges hinreichend, diesem Mangel abzuhelfen: sondern wenn man die würkliche Bewegung so gar nur in den einfachen Maschinen bestimmen will, so ist man nicht im Stande, solches ohne die Infinitesimal-Rechnung zu verrichten, und es können sich öfters bey den gemeinesten Maschinen solche Umstände ereignen, zu deren Erklärung eine noch weit grössere Erweiterung der höheren Mathematic erfordert wird. Hierinne bestehet aber die vollständige Erkenntniß aller Maschinen, deren Nutzen folglich von Niemand in Zweifel gezogen werden kan, und gegen welche dasjenige, was davon insgemein vorgebracht wird, für nichts zu rechnen ist. Wenn man hergegen im Stande ist, für eine jegliche entworfene Maschine aus der Einrichtung derselben, und der Grösse der Kraft, die würkliche Bewegung der Last zu bestimmen, so kann man daraus leicht durch Hülfe der höhern Mathematic eine jede Maschine zu dem höchsten Grad der Vollkommenheit bringen. Denn da man für einen jeden Fall, wenn die Kraft und Last gegeben wird, immer unendlich vielerley Maschinen erdenken kan, durch deren Hülfe die Last von der Kraft beweget wird, so bestehet die wichtigste Frage darinne, wie man unter allen diesen Maschinen diejenige ausfündig machen soll, vermittelst welcher die Last am geschwindesten beweget werde. Diese Frage kann aber ohne die so genannte höhere Mathematic unmöglich aufgelöset werden.

Wie unvollständig die Abhandlung der Hydrostatic und Hydraulic sey, auf die gemeinen Theile der Mathematic gegründet ist, wird ein jeder leicht er[f] der sich nur den leichtesten Fall deutlich zu erklären bemühet. Denn die Be flüßigen Körper ist eine von den schweresten und verwirrtesten Materien, we Mathematic und Physic immer vorkommen können, und mit einer gemeinen Er Mathematic ist darinne nicht das geringste auszurichten. Die berühmten Herren sind die ersten gewesen, welche diese so dunkle Materie auf eine gründliche A delt haben. Der Hr. Professor DANIEL BERNOULLI in Basel hat darüber z unvergleichliches Werk unter dem Titul der *Hydrodynamic*[1]) herausgegeben, worin die subtilsten Rechnungen so wohl die Kräfte, als die Bewegungen der flüß so gründlich bestimmet, daß allenthalben die schönste Uebereinstimmung mit d hervorleuchtet. Er hat sich hierzu meistentheils des Grundsatzes der Erhaltun digen Kräfte bedient; allein sein Herr Vater hat hernach Mittel gefunden, a stimmungen aus den ersten Gründen der Bewegung herzuleiten, wie so wohl Werken, welche kürzlich zusammen gedruckt[2]) heraus gekommen, als aus dem der Comment. der Petersburger Academie[3]) erhellet. Wer diese Werke nur obe wird bald überführt werden, daß in dieser Wissenschafft ohne die höhere Math das allergeringste bestimmt werden kann.

Seit dem die Astronomie auf den gegenwärtigen Grad der Vollkommen worden ist, so ist die höhere Mathematic dazu ganz und gar unentbehrlich; d selbe können die Bewegungen der Planeten und Cometen unmöglich bestimme sonderheit aber reichet uns der Mond die allerdeutlichste Probe von der Nothw höheren Mathematic in der Astronomie dar. Die Gesetze, nach welchen s wegung richtet, sind offenbar, und es kommt nur darauf an, daß man aus di die würkliche Bewegung des Mondes bestimme. Hierzu wird nun nicht n Erkenntniß der Infinitesimal-Rechnung erfordert, sondern so hoch dieselbe auc Zeit gebracht zu seyn scheinet, so ist dieselbe doch noch bey weitem nicht hi Veränderungen der Bewegung dieses Planeten auf das genaueste zu bestimme bisher darüber zum Vorschein gekommen, bestehet nur allein in Näherun

1) D. BERNOULLI (1700–1782), *Hydrodynamica, sive de viribus et motibus* *mentarii*, Argentorati 1738. F. R. S.

2) JOH. BERNOULLI (1667–1748), *Opera omnia*, Lausannae et Genevae 174 besonders die Abhandlung *Hydraulica*, t. IV, p. 387. F. R. S.

3) JOH. BERNOULLI, *Dissertatio hydraulica de motu aquarum per vasa aut p* *cunque figuram habentis fluentium*, Comment. acad. sc. Petrop. 9 (1737), 1744, Teil der Abhandlung folgte im Bande 10 (1738), 1747, p. 207. F. R. S.

können uns keine vollkommenere Erkentniß davon versprechen, ehe und bevor die höhere Mathematic auf einen weit höheren Grad wird getrieben worden seyn.

Hieraus folget also ganz deutlich, daß der Nutzen der Mathematic keines weges in den gemeinen Theilen derselben bestehe, als deren Gebrauch sich nicht sonderlich weit erstrecket; sondern daß man der höheren Mathematic meistentheils allein alle diejenigen Vortheile zu danken habe, welche man von dieser Wissenschaft theils schon würklich erhalten, theils aber noch zu erwarten hat. Es ist also so fern, daß man diese Untersuchungen zu weit treiben könnte, daß man vielmehr die wichtigsten Vortheile nicht eher zu erreichen vermögend ist, als bis man noch sehr grosse Erweiterungen und Entdeckungen darinne wird gemacht haben.

Aus dem gegenwärtigen Werke von der Artillerie, welches wegen der darinne enthaltenen fürtrefflichen und nützlichen Entdeckungen einen allgemeinen Beyfall gefunden, wird genugsam erhellen, daß der Verfasser unmöglich so weit gekommen seyn würde, wenn ihm nicht die höhere Mathematic dazu den Weg gebahnet hätte; indem darinne fast kein Satz vorkommt, welcher ohne die Infinitesimal-Rechnung vollkommen erörtert werden könnte. Weil nun der Nutzen von diesem Englischen Tractat nicht nur schon sehr beträchtlich ist, sondern auch ohne Zweifel noch weit höher gebracht werden kann, so habe ich den Vorsatz gefasset, dieses Werk ins Teutsche zu übersetzen, um die darinne enthaltenen herrlichen Erfindungen desto mehr bekannt zu machen. Da aber der Verfasser alles sehr kurz zusammen gezogen, so habe ich für gut befunden, nicht nur allenthalben die nöthigen Erläuterungen beyzufügen, sondern auch einen jeglichen Satz noch weiter auszuführen, damit man so wohl die Gründlichkeit, als den Nutzen, desto deutlicher einsehen möge. Ich habe mich bey dieser Uebersetzung einer ziemlichen Freyheit bedienet, und mehr auf die Sache selbst, als auf die Worte gesehen, welches bey Werken von dieser Art niemand übel deuten wird.

Es ist diesem Werk von dem Verfasser ein ziemlich weitläuftiger Vorbericht vorgesetzet worden, worinne eine historische Nachricht von dem Ursprung und Aufnehmen[1]) so wohl der Fortification, als der Artillerie ertheilet wird. Dieses dienet allem Ansehen nach fürnehmlich zu zeigen, wie wenig bißher von der wahren Theorie der Artillerie bekannt gewesen, und wie viele und wichtige Entdeckungen noch zu Verbesserung dieser Wissenschafft erfordert werden.

Das Werk selbst bestehet aus zwey Capiteln. Im ersten wird theils die Kraft des Pulvers, theils die Geschwindigkeit, welche dadurch einer Kugel eingedruckt wird, unter-

---

1) „Aufnehmen“ bedeutet hier: geschichtliche Entwickelung. Im übrigen sei gleich an dieser Stelle auf das Vorwort des Herausgebers verwiesen, wo die im vorliegenden Bande vorkommenden fortifikatorischen und artilleristischen Kunstausdrücke erklärt werden. F. R. S.

suchet. Erstlich weiset der Verfasser durch unstreitige Versuche, daß die Pulvers in der Ausdehnungs-Kraft einer darinne eingeschlossenen subtilen Mat durch die Entzündung in Freyheit gesetzt wird, bestehe. Hernach untersuchet diese Kraft sey, und nach was für Gesetzen dieselbe abnehme, indem sich die su je länger je mehr ausdehnet. Er zeiget auch, wie viel die bey der Entzündung Erhitzung zur Vermehrung der Kraft beytrage. Nachdem er diese Stücke erö stimmet er die würkliche Geschwindigkeit, welche einer Kugel von einer gegeb Pulver in einem gegebenen Lauf eingedruckt wird. Damit man aber von d dieser Bestimmungen desto mehr versichert werde, so beschreibet er eine von il Maschine, durch deren Hülfe die würkliche Geschwindigkeit einer jeden Kug werden kann. Diese durch die Erfahrung befundene Geschwindigkeit hält er mi welche er aus der Gewalt des Pulvers gefunden hatte, gegen einander, und halben die schönste Uebereinstimmung.

Im andern Capitel stellt er seine Untersuchungen über den Wiederstand und weiset, daß derselbe auf solche schnelle Bewegungen weit stärker sey, a den bisher angenommenen Regeln immer vermuthen könnte. Hieraus besti viel eine jegliche Kugel, welche mit einer gegebenen Geschwindigkeit in die Lu wird, nach und nach von ihrer Geschwindigkeit verliere, und bekräftiget alles di durch vielerley Erfahrungen, welche er vermittelst seiner obgedachten Maschi Unterdessen gehet er hier nicht so weit, daß er die Bahn, nach welcher sic in der Luft beweget, bestimmte, sondern er verspricht darüber eine besondere welche aber, so viel uns bekannt, noch nicht zum Vorschein gekommen.

Dieses ist kürzlich der Innhalt des ganzen Werks. Ungeachtet aber dass zwey Haupt-Stücke in sich zu enthalten scheinet, so sind dieselben doch Grund und die Stütze der ganzen Artillerie, sondern es sind auch damit alle dieser Kunst dergestalt verknüpft, daß man dieses Werk mit Recht als ein Abhandlung der ganzen Artillerie ansehen kan.

Der Autor hat beyde Capitel ferner in Sätze abgetheilet, und einem je klärung und Beweis beygefüget; bißweilen hat er auch noch zu mehrerer E sätze angehänget, welche mit den von dem Uebersetzer beygefügten Anmer müssen verwechselt werden.[1])

Die Anmerkungen, welche auf einen jeden Satz folgen, sind also nicht fasser des Werks, und hätten folglich mit einer sonderbaren Schrift gedruckt da aber dieses, theils wegen der Weitläuftigkeit dieser Anmerkungen, theils Umstände, nicht füglich hat geschehen können, so ist nöthig, hiermit den

---

1) Siehe das Vorwort des Herausgebers. F. R. S.

allemahl zu erinnern, daß alles dasjenige, was sich unter dem Titul der Anmerkungen er befindet, bey der Uebersetzung beygefüget worden. In denselben ist man bemühet esen, erstlich die von dem Autore abgehandelten Materien weitläuftiger zu erklären, und ach auch weiter auszuführen, damit man daraus um so viel grössere Vortheile ziehen ne. Bißweilen sind auch einige von dem Autore begangene geringe Fehler bemerket verbessert worden. Im zweyten Capitel befinden sich auch einige Anmerkungen, in hen man die wahre Bewegung einer Kugel in der Luft zu bestimmen gesuchet, nach- vorher die Kraft des Wiederstandes auf eine allgemeine Formul gebracht worden. Die e Sache beruhet also nur auf der Ausführung der Rechnung; diese aber ist so schwehr verworren, daß alle bißher bekannte Vortheile der Infinitesimal-Rechnung noch nicht inglich sind, alle Schwierigkeiten zu überwinden, welches folglich einen neuen Beweis n diejenigen, welche der höhern Mathematic allen Nutzen absprechen wollen, an die d giebt.

VORBERICHT DES VERFASSERS

ODER

EINE HISTORISCHE NACHRICHT VON DEM URSPRUN AUFNEHMEN DER FORTIFICATION UND ARTILL

Ich war vor ungefehr einem Jahre beynahe entschlossen, öffent lesungen über die Fortification und Artillerie zu halten; es fanden einige Hindernisse, welche nicht nöthig sind, hier anzuführen, so diesem Vorsatz zurück hielten. Als aber inzwischen einige Absch dem Inhalt, den ich mir vorgesetzet hatte, in verschiedene Hände so wurde ich einiger massen zu gegenwärtiger Unternehmung genö

Denn da ich mir vorgenommen hatte, diese Abhandlung so v als mir immer möglich wäre, zu machen, sowohl durch grosse M den verschiedenen Arten zu befestigen, und dieselben zu attaquiren, vielerley in der Erfahrung gegründete Regeln der Artillerie, so fa nöthig, bey dieser letztern Materie eine Untersuchung von der C Schieß-Pulvers, nebst einigen Betrachtungen über den Wiederstand welche ich entdecket und durch die Erfahrung bestätiget hatte, mit ei Weil nun diese Grundsätze in den Papieren, welche bekannt worden, ohne einigen Beweis vorgelegt waren, dieselben aber noch streiti möchten, indem sie mit den Meynungen der meisten, welche hi schrieben, nicht übereinstimmen, so lag mir ob, etwas ausführlic Schwierigkeiten, welche dabey entstehen könnten, zu begegnen, u wißheit derselben durch viele ungezweifelte Experimente darzuthu ist also fürnehmlich der folgende Tractat erwachsen, worinnen die Würkung des Pulvers so genau bestimmet ist, daß man daraus die G keit von aller Gattung Kugeln, welche geschossen worden, ausre dabey auch den ganz ausserordentlichen Wiederstand der Luft, wel gleichen schnellen Bewegungen weit grösser ist, als man bisher g

$$z = \frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\alpha\lambda b}{244\alpha\lambda b}(1 - e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}})$$

und

$$1 - z = \frac{(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\alpha\lambda b)e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - 2\alpha k - nb(\alpha -}{244\alpha\lambda b}$$

ferner

$$l(1-z) = l\left(\left(1 + \frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda)}{244\alpha\lambda b}\right)e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - \frac{2\alpha k + nb(\alpha -}{244\alpha\lambda b}\right.$$

Es sey

$$\frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda)}{244\alpha\lambda b} = \mu;$$

so ist

$$l(1-z) = l((1+\mu)e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - \mu)$$

und also

$$\frac{dz}{1-z} = \frac{(1+\mu)e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}\,dv : 2m\sqrt{\beta hv}}{(1+\mu)e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - \mu}$$

oder

$$\frac{dz}{1-z} = \frac{(1+\mu)\,dv : 2m\sqrt{\beta hv}}{1+\mu-\mu e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}}.$$

Da nun oben gefunden worden

$$\frac{\alpha dx}{\alpha x - (\alpha-\lambda)b} = \frac{dz}{1-z}\cdot\frac{m\sqrt{v}}{\sqrt{\beta h}},$$

so wird

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{\alpha x - (\alpha-\lambda)b} = \frac{(1+\mu)dv}{1+\mu-\mu e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}}.$$

Weil aber m gemeiniglich eine sehr grosse Zahl ist, so wird d… $\frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}$ sehr klein, und folglich ziemlich genau

$$e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} = 1 + \frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}.$$

Wenn man nun diesen Werth in der obigen Aequation anbringt, so

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{\alpha x - (\alpha-\lambda)b} = \frac{m(1+\mu)dv\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{\beta h} - \mu\sqrt{v}},$$

oder da

$$\frac{m\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{\beta h} - \mu\sqrt{v}} = 1 + \frac{\mu\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}},$$

kommt man

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} = (1 + \mu)dv + \frac{\mu(1+\mu)dv\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}.$$

us man durch die Integration erhält

$$2\beta h l \frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b} = (1 + \mu)v + \frac{2\mu(1+\mu)v\sqrt{v}}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

aber durch das Zündloch nichts von der Gewalt des Pulvers verlohren , so würde man haben

$$(1 + \mu)v = 2\beta h l \frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b}.$$

s erhellet, daß in dem gegenwärtigen Fall die Geschwindigkeit vermin- vird. Um nun zu finden, wie viel diese Verminderung austrägt, so n wir setzen, daß wenn dieser Verlust nicht da wäre, die Geschwindig- ler Kugel seyn würde $= \sqrt{u}$; wenn aber der Verlust durch das Zünd- da ist, so sey die Geschwindigkeit der Kugel $= \sqrt{v}$; und hieraus ent- t diese Aequation:

$$u = v + \frac{2\mu v\sqrt{v}}{2m\sqrt{\beta h}}$$

araus ferner durch die Näherung

$$v = u - \frac{2\mu u\sqrt{u}}{3m\sqrt{\beta h}} \quad \text{und} \quad \sqrt{v} = \sqrt{u} - \frac{\mu u}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

ch wird sich verhalten

$$\sqrt{v} : \sqrt{u} = 1 - \frac{\mu\sqrt{u}}{3m\sqrt{\beta h}} : 1.$$

nun $\sqrt{u}$ durch die Anzahl der Schuhe ausgedruckt wird, welche die in einer Secunde durchzulauffen vermögend ist, so wird $\sqrt{\beta h} = 2700$ e, und also

$$\sqrt{v} : \sqrt{u} = 1 - \frac{\mu\sqrt{u}}{8100m} : 1;$$

aber

$$\mu = \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\alpha\lambda b}.$$

27*

der Flanquen, wozu dieselben, wann sie tüchtig angelegt werden,
gemein geschickt sind. Denn, wenn der Feind die Flanquen min
so muß er seine Contre-Batterien entweder auf der Contreguarde
richten, welches ihm doch, wann dieselbe ein bequemes Profil hat,
fällt; oder er ist genöthiget, einen Theil der Contreguarde zu dem
dadurch seine Batterien auf der Contrescarpe in Stand zu setzen
die Flanque zu Gesicht bekomme; welches doch wegen der gros
und Schwürigkeit ein mühseliges Werck ist, und eben so viel
trifft er auch an, wenn er Breche schiessen will.

Allein, ungeachtet der Fürtrefflichkeit dieser Erfindung, so
doch in den neuern Methoden einer benachbarten Nation gäntzli
worden. Es sind in der That zwey oder drey Plätze durch die
befestigt worden, in welchen zwar solche Werke, die von ihnen Co
genennet worden, anzutreffen sind; dieselben haben aber mit den
welchen hier die Rede ist, nichts als den blossen Nahmen gemei
ihre eigene Erfahrung von der Würkung dieser Werke bey Turin
vortheilhafftere Meynung davon hätte beybringen sollen. Denn ich
tens gesehen, daß dieselben die Werke von alten Festungen mit Co
von einer sehr beträchtlichen Fronte vermehret haben, ungeacht
vorher vor vollkommen feste Plätze gehalten wurden.

Aus allem diesem, was bißher gesagt worden, ist klar, daß s
Ingenieurs die Bedeckung der Flanquen weit nachdrücklicher habe
seyn lassen, als ihre Nachfolger, und daß folglich die Befestigung
Vollkommenheit nicht den neuern Ingenieurs zu danken habe, w
unwissende Schriftsteller bereden wollen. Denn es ist gewiß, da
Stärke einer Festung in der Sicherheit der Flanquen bestehe, weil
schon alle übrige Beschützungs-Werke, welche den Batterien des
gesetzt sind, ruiniret worden, dennoch der Feind sich dem Haup
nähern darf, so lange die Flanquen noch unversehrt sind. Und
da dieser Umstand von einigen der neuern Ingenieurs so wenig
tung gezogen worden, so muß man gestehen, daß die wahren und
Gründe dieser Kunst von ihnen sehr unvollkommen begriffen
Denn es hat sich öffters zugetragen, daß dieselben über einige F
Länge der Flanque, Face oder Courtine, oder über einige Grade
kels disputirt, da sie doch inzwischen die wichtigste Betrachtun

1) Im Original *ruin* zerstören. F. R. S.

der Bedeckung der Flanque gegen die Batterien des Feindes bestehet, aus der Acht gelassen.

Diese Nachläßigkeit wurde bißweilen durch den Schein einiger Maximen unterstützet, deren eine insonderheit hierinne bestehet, daß derjenige, welcher den Feind sieht, auch von demselben hinwiederum gesehen werden könne.*) Woraus man geschlossen, daß wenn man von der Flanque den Feind sehen könne, derselbe auch von seinen Batterien die Flanque ruiniren könne. Der Fehler dieses Schlusses stecket aber hierinne, daß die Flanque, wenn sie wohl bedeckt ist, den Feind nicht sehen kan, so lang er sich an solchen Orten, wo es ihm möglich ist, Batterien anzulegen, aufhält: sondern alsdenn erst, wann er auf eine solche Stelle angerücket ist, da er dem hefftigsten Feuer der Flanque ausgesetzt ist, ohne sich im Stande zu befinden, dieselbe hinwiederum zu attaquiren. Als zum Exempel eine Canon, so nach der gemeinen Manier durch das Orillon bedecket ist, kan von dem Feind nicht eher gesehen werden, biß er den Graben schon meistentheils passirt ist, oder sich auf der Breche fest setzt; an beyden Orten aber fällt es ihm unmöglich, dagegen Contre-Batterien aufzuwerfen. Und je vollkommener das Werk ist, welches die Flanque bedecket, je grösser wird auch der Platz seyn, worinne sich der Feind in solcher Gefahr befindet.

Andere Ingenieurs haben sich unterstanden, dieser Kunst fast alle Würkung abzusprechen, und in dieser Absicht haben sie die Gewalt der neuen Art zu attaquiren dergestalt erhoben, daß sie behaupten wollen, es könne kein Platz so künstlich befestiget werden, daß er dagegen auszuhalten vermögend wäre. Diese Leute stehen in den Gedanken, daß, wann die Contrescarpe einmahl verlohren ist, die gantze Festung sich zugleich übergeben müsse: und in dieser Meynung suchen sie sich durch verschiedene Exempel von sehr wichtigen Festungen zu bestärken, welche in einer weit kürzeren Zeit, als man hätte vermuthen können, zur Uebergabe genöthiget worden sind. Wenn diese Meynung richtig wäre, so würde der größte Theil der Unkosten, so auf den Festungs-Bau gehen, sehr übel angewandt sein: indem ein einzeler Wall, nebst einer Contrescarpe, nicht weniger Vortheil schaffen würde, als die stärkeste Festung. Wann man aber diese Sache recht gründlich untersuchet, so

*) Diese Maxime wird in eben dieser Absicht behauptet in des PAGANS[1]) *Fortification*, Cap. IV.

1) BL. FR. DE PAGAN (1604—1665), *La Fortification*, Paris 1645. F. R. S.

wird man befinden, daß wenn eine Festung wohl gebauet, und
vertheidiget wird, der Verlust der Contrescarpe noch sehr wenig zu
des Platzes beytrage.*) Es hat zwar öffters die Kühnheit und
des Directeurs über die Approchen einen verzagten und unerfahrn
danten in Furcht gesetzt: wenn aber dergleichen übereilte Att
einen Platz, darinnen sich ein tapferer und erfahrner Officier befu
nommen worden, so hat derselbe zuweilen daraus so viel Vorthe
gewust, daß solche unzeitige Angriffe zum grösten Schaden der B
geschlagen. Auf diese Weise sind öffters die leichtesten Unternel
möglich gemacht worden; und die Absicht etliche Tage zu ge
manchmal die gantze Entreprise zu nichte gemacht.**)

Ausser diesen Erfindungen, um die Flanquen zu bedecken
schon Meldung geschehen, sind noch andere von einer gantz a
in Vorschlag gebracht worden; welche aber wegen ihrer son
schaffenheit nicht sonderlich in Betrachtung gekommen. Dergle
Errichtung einer Linie, welche durch den Graben von der Spi
werks biß zum gegenüber stehenden Winkel der Contrescarpe gez
soll. Dieser Vorschlag findet sich in den Memoires des Generals Mo
als ein solches Mittel, welches weit wenigern Schwierigkeiten

---

*) In der letzten merkwürdigen Belagerung von Barcelona[2]) zog der Verlust
(welche in einer Zeit von 14 Tagen war eingenommen worden) die Uebergabe
keinesweges nach sich: sondern der größte Wiederstand fand sich noch, nachdem
durch viele Brechen eröffnet worden.

**) Verschiedene Exempel von dergleichen Schwierigkeiten und Gefährlichl
Alliirten im letzten Kriege in Flandern öffters ausgesetzt gewesen, sind beschrieben v
welcher damals als Ingenieur in Holländischen Diensten gestanden. Diese Zufä
Meynung nach insgesammt von den Vorurtheilen der Anführer her, welche, unt
die Sache zu beschleunigen, die Fronts von ihren Attaquen zusammen gezogen, u
des Feindes Werke in ihrem Rücken gelassen, welches ihren weitern Fortgang
gemacht.

---

1) Raimund Graf Montecuccoli (1609—1681), oesterreichischer Feldmar

2) Von Anfang Juli bis 21. September 1714 durch die Franzosen. Siehe
buch für Heer und Flotte, Bd. 1, Berlin-Leipzig 1909, p. 834. F. R. S.

3) J. D. H. Landsberg, der Jüngere (1680?—1746), *Les fortifications*
La Haye 1712; *Nouvelle manière de fortifier les places*, La Haye 1712. Näher
dem mehrmals angeführten Werke von M. Jähns, 2. Abt., p. 1712. F. R. S.

seyn soll, als dem ersten Anblick nach scheinen möchte.*) Allein, ungeachtet eine solcher gestalt aufgeführte Linie die Flanque vor dem Gesicht der gegenüber auf der Contrescarpe errichteten Batterien ohne Zweifel bedecket, und dieselbe auch an sich selbst sehr wohl vertheidiget werden kann; so habe ich doch nimmer gehört, daß man sich derselben würklich bedienet hätte.

Ein anderes Mittel, die Flanque zu versichern, besteht darinne, daß man den einwärts lauffenden Winkel der Contrescarpe, oder des Ravelins, zwischen die Flanque und die Contre-Batterien setzt. Diese Manier ist bei ERRARD von Barleduc beschrieben**), und soll eine Erfindung des GRAFEN VON LYNAR[1]) seyn. Und obgleich einige Autores, welche die hieraus erwachsenden Vortheile nicht einsehen, keinesweges gutheissen wollen, daß ein Theil des Grabens von der Flanque verborgen seyn soll, welcher Umstand sich bei diesem Vorschlag notwendig ereignet, so haben doch die grösten Männer, welche sich jemahls auf diese Kunst gelegt, diese Manier angenommen, und ihrer Nachfolge gewürdiget. Die berühmte Festung Bergen-op-Zoom hat auch würklich ihre Flanquen zum Theil auf diese Art bedecket.

In einem guten Grunde aber kann man zu einer so kräftigen Defension gelangen, welche die bißher gemeldeten weit übertrifft: und dieses geschieht durch Hülfe der Contremines. Denn gesetzt, daß die Fortification eines Platzes nicht mehr Stärke hat, als erfordert wird, den Feind zu nöthigen, seine Batterien biß an das Glacis zu bringen, wann er entweder Breche schiessen, oder die Flanque ruiniren will, (wozu ein gutes Profil, sammt einem Ravelin vor der Courtine, hinreichend seyn kan), wann nur der Grund biß auf eine ziemliche Tiefe vom Wasser frey ist: so sind die Belagerten immer im Stande, durch ihre Minen die Batterien des Feindes zu ruiniren, welches nach der

*) Man sehe nach *Memorie del General PRINCIPE DI MONTECUCCOLI* pag. 116.[2])

**) *La fortification demonstrée*[3]) Livr. III. Chap. 2. Außer dieser hier gemeldeten Invention findet sich bey diesem Autore der Vorschlag, eine Gallerie unter dem bedeckten Wege mit Öffnungen in den Graben anzubringen, welcher bei Tournay ins Werk gerichtet worden; vollständiger aber zu Bergen-op-Zoom. Livr. IV. Chap. 7.

1) R. GUERINI GRAF ZU LYNAR (1525—1596). F. R. S.

2) *Memorie della Guerra*, herausgegeben von HEINRICH VON HEYSSEN unter dem Titel: *Memorie del General PRINCIPE DI MONTECUCCOLI, che rinfermano* . . ., Colonia 1704. M. JÄHNS l. c. p. 1166. F. R. S.

3) JEAN ERRARD de Bar-le-Duc (1554—1610), *La fortification reduicte en art et demonstrée*, Paris 1600. F. R. S.

Tiefe des Grundes zu mehrmahlen wiederholt werden kan. Denn da d… Batterien, wie man supponirt, auf einer Stelle angelegt werden, so können … die Belagerten darauf allzeit zum voraus gefaßt machen, und erhalten dadu… einen unendlich grossen Vortheil über den Feind, wann sich derselbe un… stehen sollte, dieselben auszugraben: welches doch bey solchen Umstän… seine einige Zuflucht seyn würde.

Die erste vortheilhafte Anwendung der Minen in Belagerungen gesch… in dem Königreich Neapolis, allwo PETRUS DE NAVARRA[1]) sich durch d… Mittel einer Festung bemeisterte, welche Frantzösische Besatzung hatte. … den Minen aber, wodurch die Belagerten dem Feinde Schaden zugefügt, fin… sich die ersten berühmten Exempel bey der Belagerung von Candia A. … 67 und 68.[2]) Nicht, als wann dieselben nicht schon offt bey Vertheidig… der Plätze vorher wären gebraucht worden, obgleich auf keine so merk… dige Art: sondern weil sich die Stadt Candia hauptsächlich durch Hülfe … ser Erfindung gegen die türckische Macht drey Jahr lang gehalten. … dieser Zeit hat man angefangen, die Vortheile der Contreminen besser e… sehen. Das letzte merkwürdige Exempel von ihrem grossen Nutzen f… sich in der Vertheidigung der Stadt Turin A. 1706. Denn dadurch wu… die Unternehmungen der Feinde dergestalt gehemmet, daß sie bey … 4 Monathe nach Eröffnung der Tranchéen nicht mehr als die Contres… in Besitz bekommen: und eben damahls wurden ihnen 11 Canonen von … Belagerten in die Luft gesprengt, nur 3 oder 4 Tag vorher, ehe der … entsetzt worden.

Ehe ich diese Materie schliesse, kan ich nicht umhin, von den gr… Verbesserungen der Minen Erwehnung zu thun, welche sich in der u… gleichlichen Abhandlung, so in dem dritten Buch des Frantzösischen Pol…

1) Gemeint ist PEDRO NAVARRO (1446—1528), der im Jahre 1503 das Castello dell… bei Neapel sprengte. Vergl. S. J. v. ROMOCKI, *Geschichte der Explosiv-Stoffe*, Bd. I, Berlin… p. 251—253. F. R. S.

2) Über den Minenkrieg vor Candia gibt Auskunft der Artikel *Kandia* von Oberstl… FROBENIUS in v. ALTEN, *Handbuch für Heer und Flotte*, Bd. 5, Berlin-Leipzig 1913, p. 265… F. R. S…

3) Als Frantzösischer POLYBIUS wird nach M. JÄHNS l. c. p. 1458 bezeichnet: *L'ar… guerre par M. le MARQUIS DE QUINCY, auquel est joint un traité des mines et des places de gu… VALLIERE*, Paris 1726. F. R. S.

beygefüget worden, befinden.*) Denn es kan nichts vollständiger seyn, als die Manier, wonach die verschiedenen Arten der Minen eingetheilet worden. In der That kan zwar die Form der Aushöhlung, welche daselbst angezeigt wird, nicht so genau beobachtet werden, wie der Autor scheinet zu erfordern; inzwischen hat dieser Einwurf mit der allgemeinen Anordnung der Kammern nichts zu thun, als welche ungemein wohl ausgesonnen ist, theils zu Erspahrung des Grundes, theils auch zu Beschädigung des Feindes.

Ich habe schon einige Nachricht ertheilet von den Mängeln, so sich meistentheils in den Schriften derjenigen neuen Ingenieurs, welche neue Befestigungs-Arten herfür bringen wollen, befinden. Indem ich aber von diesen Autoribus und ihren Nachfolgern spreche, so muß ich zugleich die ausnehmenden Verdienste des grossen COEHOORNS[1]) erheben, welcher ausser Zweifel der tüchtigste Ingenieur gewesen, den die Welt jemahls gesehen. Dieser Autor hat zwey Bücher über diese Materie heraus gegeben.[2]) Das erste enthält eine Methode, ein Fünfeck zu befestigen, welchem ein Vorschlag beygefüget ist, die Fortifikation von Coevoerden[3]) zu verbessern. In dem andern Buche hat er drey verschiedene Manieren zu fortificiren angegeben, deren eine auf ein 6-Eck, die andere auf ein 7-Eck, und die dritte auf ein Achteck eingerichtet ist. Ausser diesem hat er noch beschrieben, wie man diejenige Seite einer Festung, welche an einem Fluß gelegen, fortificiren soll. In diesem Werke hat er alle mögliche Arten von Attaquen untersucht, welche gegen die von ihm vorgeschlagenen Festungen unternommen werden können, um dadurch den grossen Vorzug seiner Defension darzuthun. Dahero dieses Werk theils als eine Abhandlung von Attaquen und Defensionen, theils auch als ein Systema von der Fortification, angesehen worden kan; durchgehends aber ist

*) In der Vorrede wird gesagt, daß diese Abhandlung von Ms. DE VALIERE Marechal des Camps und Capitaine General des Mines[4]) komme.

1) M. VAN COEHOORN (1641—1704), Zeitgenosse und Gegner VAUBANS, Generalinspektor der niederländischen Festungen. F. R. S.

2) Nach M. JÄHNS, l. c., p. 1383 u. 1385 ist das erste dieser Bücher *Versterckinge de Vijfhoecks met alle sijne Buijtenwercken, gestelt tegens di van de Ing. en Capt. L. PAAN.* Leeuwarden 1682, und das andere *Nieuwe Vestingbouw op en natte of lage horisont*, .. Leeuwarden 1685. F. R. S.

3) Die niederländische Festung Coevorden (Koeverden) war 1592 von MORITZ V. ORANIEN und 1672 von Bischof BERNHARD V. GALEN eingenommen worden. F. R. S.

4) J. F. DE VALLIERE (1667—1759). F. R. S.

dieses das fürtrefflichste Werk, so jemahls über diese Materie zum Vo gekommen. Dasselbe war erstlich in niederteutscher, als des Autoris Sprache, beschrieben; es ist aber hernach ins Frantzösische und E übersetzet worden, aber sehr unvollkommen; obgleich in einer neuen der Frantzösischen Uebersetzung[1]), so neulich in Holland herausgek viel Fehler verbessert, und einige sonderbare Stellen durch den Hera welcher den Sinn des Verfassers sehr wohl begriffen zu haben schei läutert worden.

Inzwischen bin ich von solchen Leuten, welche diesen grossen M wohl gekannt haben, versichert worden, daß ihm diese seine Bücher bey weitem nicht den Vortheil und die Ehre erworben, welche er s aus mit allem Recht hätte versprechen können: sondern daß er von mahligen Ingenieurs, welche von der alten Gewohnheit keinen F weichen wollten, vielmehr als ein unerfahrner und einbildischer Mam schrien worden. Endlich aber habe er doch alle diese Anfälle des und der Vorurtheile durch seine Vertheidigung des Forts Guillaum Namur überwunden, als dieser Ort von den Frantzosen belagert Nach dieser That, wodurch sein Ruhm befestiget worden, stieg er n nach zu den höchsten Kriegs-Bedienungen, und verewigte seinen durch die Anführung der Belagerung Namurs unter dem König W und nachgehends bey Bonn[3]), Limburg, der Citadelle von Lüttich, und Orten. Sein Tod, welcher bey dem Anfange des letzten Krieges in erfolgte, war den Alliirten sehr fatal, wovon fast eine jegliche vo nach A. 1707 unternommene Belagerung traurige Proben an den Tag

Ausser den Belagerungen, welche er führte, wurde er auch zu rung und Anlegung verschiedener Holländischen Gränzfestungen g Sein letztes Werk, welches er aber nicht zu Ende gebracht, war B Zoom, welches seinem Nahmen zur immerwährenden Ehre gereichet, gleich noch jetzo die Tadelsucht nicht unangefochten lässt. Denn

---

1) In der zweiten Auflage der ersten französischen Übersetzung (La Haye 170 *Nouvelle fortification tant pour un terrain bas et humide, que sec et élevé, par* COEHOORN 1741. F. R. S.

2) Im englischen Original und in der deutschen Übersetzung William statt Guill F

3) Im englischen Original und in der deutschen Übersetzung Bon statt Bonn. Di Bonns durch COEHOORN erfolgte 1703. F. R. S.

es-Leute gehört, welche an eben dieser Festung solche Werke, welche zur stärksten Verteidigung dienen, als Haupt-Fehler ansehen wollen.

n Betrachtung des grossen Ruhms, welchen der General COEHOORN durch wichtigen Dienste erworben, ist fast nicht zu begreiffen, daß seine ten so wenig hervor gezogen worden. Die natürlichste Ursache dieser äßigkeit scheinet wohl die Verachtung zu seyn, welche man insgemein die Erfindungen einer benachbarten Nation heget, welche, so herrlich ben auch seyn mögen, dennoch von einer andern Nation, deren Interesse gen ist, nimmer nach Würden hoch geschätzt worden. Dem sey aber m wolle, so glaube ich doch, daß der Ruhm dieses Autoris noch insge weit höher steigen werde. Denn ich sahe vor einiger Zeit, daß in der beträchtlichsten Gränzfestungen von Frankreich ein Werk aufget wurde, welches augenscheinlich aus den gedachten Rissen des COEHOORNS nmen worden.

Uebrigens kan ich unter den neuen Autoribus von der Fortification, ihrem Ruhm den geringsten Abbruch zu thun, keinen einzigen finden, er mit dem jetzt gemeldeten COEHOORN in gleichen Rang gesetzt zu werordiente. Es finden sich zwar noch zwey berühmte Autores, welche von Art, die Plätze zu attaquiren und zu defendiren, geschrieben haben, e Materie mit der Fortification auf das genauste verknüpfet ist, und illig den grösten Beyfall verdienen: ich meyne den General GOULON[1]) den Marechall DE VAUBAN[2]). Von dem erstern haben wir einen Tractat dem Titul: *Memoires sur l'Attaque et la Defense des Places*[3]), worinne fürnehmsten Maximen bey diesen Operationen sehr deutlich ausge-. Von dem andern hat man ein Werk, welches er dem vorigen König ankreich geschrieben praesentiret, wovon nachgehends verschiedene Copien gekommen, biß dasselbe endlich erst vor einigen Jahren in Holland ckt worden[4]). In diesem Buche hat Mr. VAUBAN diejenigen Theile der

1) P. VON GOULON, 1686 General in österreichischen Diensten. F. R. S.

2) S. LEPRESTRE DE VAUBAN (1633—1707). F. R. S.

3) Der genaue Titel ist: *Mémoires pour l'attaque et la deffense d'une place par Mr. Goulon, Général des Armées de l'Empereur.* 1706 im Haag französisch und 1709 in Nürnberg erschienen. F. R. S.

4) Durch den Buchhändler DE HONDT unter dem Titel: *De l'attaque et de la défense des par M. de Vauban.* T. I, La Haye 1737. Die zweite Abteilung dieses Bandes bringt die Abng über die Verteidigung, aber nicht die von VAUBAN, sondern von DESHOULIÈRES. F. R. S.

Attaque, welche insonderheit von seiner eigenen Erfindung sind
ständlich beschrieben: als da sind die Batterie à ricochet, die Pa
eine besondere Anlegung der Sape. Ueber dieses hat er auch zu
weitläuftige Anleitung zu allen übrigen nöthigen Stücken gegeben,
daß man das gantze Werk als ein würdiges Meisterstück der g
fahrung und Geschicklichkeit dieses grossen Mannes mit Recht an

Man dürfte vielleicht erwarten, daß ich mit eben solchen Lobes-
von der Tüchtigkeit dieses jetzt gemeldeten Ingenieurs in der Kuns
ciren selbst Meldung thun sollte: allein da derselbe selbst über di
nichts geschrieben, so kann mich dieses entschuldigen, daß ich ihn
Liste der Autoren von dieser Art nicht aufführe. Wenn ich aber l
Wahrheit sagen soll, so kan ich aus allem demjenigen, was ich bißhe
Werken gesehen, nicht glauben, daß er vielmehr wegen seiner übr
als wegen der Befestigungs-Werke, welche er aufgeführet, aestimire
verdiene. Denn ungeachtet ich seinen grossen Verstand und Einsich
schätze, so kann ich doch nicht begreiffen, wie man seine Erfindung
Kunst mit COEHOORN nur in einige Vergleichung bringen könne.

Dieses mag also genug seyn von dem Anfange, und den Vor
der neuen Kriegs-Baukunst. Wir wollen dahero zu Erläuterung
welches mit dem folgenden Tractat näher verbunden ist, fortschre
lich zur Erfindung des Pulvers und der Artillerie, und derselbe
nebst den verschiedenen Theorien, woraus dieselben entsprungen.

Die Erfindung des Schießpulvers wird gemeiniglich einem
Mönch, Nahmens BARTHOLD SCHWARTZ, zugeschrieben, welcher d
man sagt, um das Jahr 1320 erfunden haben soll[1]). Der erste Ge
in dem Kriege wird insgemein den Venetianern 1380 gegen die G
geeignet. Diese beyden Meynungen aber sind unstreitig falsch.
dem Pulver ähnliche Vermischung findet sich schon bey dem ROG

---

1) ROMOCKI stimmt in seiner *Geschichte der Explosivstoffe*, Bd. I, Berlin 189
der von H. HANSJAKOB in der Schrift *Der schwarze Berthold*, Freiburg i. B. 1891,
sicht bei, wonach der genannte Franziskaner-Mönch in der Mitte des 13. Jahrhu
burg i. B. gelebt haben soll. F. R. S.

2) Der englische Franziskaner-Mönch ROGER BACON (1214—1294) erwäh
Mischung in seiner Schrift *Epistola fratris ROGERII BACONIS de secretis operibus*
et de nullitate magiae, Paris 1542, cap. XI. Die betreffende Stelle ist abgedruckt i
schichte der Explosivstoffe, Bd. I, p. 93. F. R. S.

als eine schon damahls wohl bekannte Sache, beschrieben, welcher beynahe 50 Jahr vor gemeldetem SCHWARTZ gelebet; und man hat auch unwidersprechliche Proben, daß der Gebrauch der Artillerie viel eher, als A. 1380, bekannt gewesen.

Und in der That, da die Entdeckung des Salpeters gänzlich ungewiß ist, so hat man sich auch nicht zu verwundern, daß die Erfindung des Schießpulvers eine so verborgene und ungewisse Sache seyn soll. Denn diese zwey Entdeckungen sind mit einander so genau verbunden, daß man nicht wohl begreiffen kan, wie die erstere lange Zeit vor der andern hätte bekannt seyn können.

Die Haupt-Eigenschaft des Salpeters bestehet in der entsetzlichen Vermehrung der Anzündungs-Kraft, welche sich in allen verbrennlichen Materien, so damit vermischet werden, äussert: obgleich derselbe allein und ohne Vermischung weder Feuer fängt noch brennt. Denn, wann zum Exempel der blosse Salpeter in einen Tiegel gethan, und in das heftigste Feuer gesetzt wird, so schmeltzet er nur, und wird glüend, entzündet sich aber keineswegs. So bald er aber mit einer verbrennlichen Materie, als Schwefel oder Kohlen, versetzet wird, so entsteht im Augenblick eine heftige Entzündung, wodurch ein Theil des Salpeters, je nachdem mehr oder weniger verbrennliche Materie damit vermischet worden, verzehret wird. Eine gleiche Entzündung geschieht, wenn man den Salpeter nur bloß ins Feuer wirfft. Nun ist es nicht wahrscheinlich, daß diese Eigenschafft des Salpeters lange hat verborgen bleiben können, nachdem diese Materie selbst entdecket worden. Denn, wann nur zufälliger Weise etwas davon ins Feuer gefallen, so hat sich sogleich seine erstaunliche Kraft in Vermischung mit verbrennlichen Materien verrathen müssen. Und nachdem dieses einmahl wahrgenommen worden, so war es gantz natürlich und leicht, auf eine Vermischung des Salpeters mit einer verbrennlichen Materie zu fallen, welche alsdann viel heftiger, als immer eine schon bekannte Materie loßbrennen würde. Unser jetziges Schießpulver ist aber nichts anders, als eine solche verbesserte und zu grösserer Vollkommenheit gebrachte Vermischung.

Wenn wir also, dieses vorausgesetzt, die Zeit bestimmen könnten, wann der Salpeter zuerst bekannt worden, so könnte man auch ziemlich sicher muthmassen, wann dergleichen Mixturen, welche unserm Pulver gleichen, zuerst erfunden worden. Hierüber ist aber die allgemeine Meynung, daß der Salpeter entweder von den Arabern, oder von den neuen Griechen um das

9te Seculum entdecket worden, als welche Völker sich mit dem grösten
auf die Chymie und Alchymie gelegt hatten. Der arabische Nahme des
peters soll auch so viel, als eine loßbrennende Kraft, anzeigen; und das
chische Feuer, welches von den letzten Griechischen Kaysern im Kriege
braucht worden, wenn die demselben von den Autoribus beygelegten
kungen ihre Richtigkeit haben, muß nothwendig auch aus Salpeter be
worden seyn.[1])

Einige heutige Autores wollen so gar behaupten, daß der Salpeter
zu weit ältern Zeiten bekannt gewesen, wozu dieselben die heut zu
gleiche Bedeutung der Nahmen Nitrum, und Salpeter, verleitet zu
scheint. Es ist aber anjetzo bei den Chymicis eine ausgemachte Sache, d
bey einigen Alten unter dem Nahmen Nitro erwehnte und bey dem PL
beschriebene Materie ein Saltz gewesen, welches von demjenigen, so wi
peter nennen, gänzlich verschieden ist.

Daß aber die erste Entdeckung des Schieß-Pulvers, oder eine dems
ähnliche Mixtur, weit vor die Zeiten, da SCHWARTZ und BACON gelebet,
aus gesetzt werden, und dahero, allem Ansehen nach, eben so alt, a
Kenntniß des Salpeters selbst seyn müsse, erhellet aus dem BACONE
Denn dasjenige, was er beschreibet, war zu seiner Zeit keine neu erfu
Composition, sondern nur eine Anwendung einer alten zum Behuf des K
wesens. Und aus seinen eigenen Worten ist deutlich zu ersehen*), d

---

*) BACON erzehlet[3]), daß ein Knall, gleich dem Donner, und ein Blitz, welcher den nat
übertreffe, durch die Kunst hervor gebracht werden, und daß es verschiedene Mittel gäbe,
eine Stadt oder eine Armée zu Grunde gerichtet werden könne. Er sieht auch in den Ged
daß GIDEON auf eine solche Art die Midianiter überwunden habe. Nachdem er an einem
Orte eben diese Dinge mit andern Worten angeführet, so fügt er folgendes hinzu:

Et experimentum huius rei capimus ex hoc ludicro puerili, quod fit in multis mund
bus, scilicet ut instrumento facto ad quantitatem pollicis humani ex violentia illius salis,
petrae vocatur, tam horribilis sonus nascitur in ruptura tam modicae rei scilicet modici po
quod fortis tonitrui rugitum et corruscationem maximam sui luminis iubar excedit.

Man besehe des Doctor JEBBS Vorrede zu seiner Edition von *BACONIS Opus maius.*[4])

---

1) Diese Ansicht ist irrig, wie ROMOCKI l. c. p. 5—22 überzeugend nachgewiesen hat.

2) PLINIUS der Ältere (23—79), der bekannte römische Naturforscher und Verfa
Historia naturalis. F. R. S.

3) Im letzten Kapitel seines *Opus maius*, betitelt *De dignitate artis experimentalis.*
schlägige Stelle ist auch abgedruckt bei ROMOCKI l. c. p. 93. F. R. S.

4) Diese von S. JEBB besorgte Ausgabe des *Opus maius* erschien in London 1733.

s schon eine Vermischung aus Salpeter und andern Materien bey den Lust angestellten Feuerwerken üblich gewesen. Dieses erhellet aber noch icher aus einem Buche des MARCI GRAECI, *Liber Ignium* genannt.*) dieser Autor beschreibet zwey Gattungen von Feuerwerken, eine fliegende, eine andere, welche einen Knall von sich giebt. Die Hülse oder Car- e zu dem erstern soll nach seiner Anweisung lang und schmal seyn, die Composition sehr fest zusammen gestossen werden. Die Hülse zur n Gattung muß kurz und dicke, an beyden Enden wohl verbunden und halb voll gefüllet werden. Die Composition, welche er zu beyden vor- ibt, bestehet aus zwey Pfund Kohlen, einem Pfund Schwefel, und aus und Salpeter, welche Materien pulverisirt und in einem steinern Mörsel mmen wohl vermischet werden sollen. Dieses muß nun eine weit stär- Composition seyn, als heut zu Tage vermittelst einer grossen Menge er gemacht zu werden pfleget. Ungeachtet aber die eigentliche Zeit die- Autoris nicht gewiß ist, so muß er doch lange vor dem Gebrauch der lerie gelebt haben; denn er thut nirgends, wie ich sehe, die geringste ung, daß diese Kunststücke in dem Kriege wären gebraucht worden; da sich derselbe die Erfindung dieser Drachen und Schwärmer, wie man lben heut zu Tage nennen würde, nicht zuschreibet, davon auch nicht von etwas neues spricht, so kan man sicher glauben, daß dieselben lange vor ihm üblich gewesen.

Der erste Gebrauch dieser Vermischungen im Kriegswesen scheinet bald dem Jahr 1300 gemacht worden zu seyn. Der Vorschlag des BACONS, nen er um das Jahr 1280 gethan, sich dieser heftigen Loßbrennung zu örung der Städte und Arméen zu bedienen, mag dazu die ersten Ge- en gegeben haben, welche nachgehends besser sind verfolget worden. ARTZ, an statt der erste Erfinder des Schießpulvers zu seyn, mag ver- lich dasselbe zuerst bey dem Kriegswesen angewandt haben; und die ine Erzehlung, auf was Art derselbe zu dieser Erfindung gelanget seyn

---

*) Dieses ist ein Manuscript, welches der Doctor MEAD besitzt.[1]) Was aber hierinne gemeldet rd bestätiget durch den Herausgeber des *BACONIS Opus maius* in der Vorrede.

---

1) Die Schrift mit dem genauen Titel *Liber ignium ad comburendos hostes, auctore MARCO o* befindet sich nach ROMOCKI l. c. p. 114 in den Handschriftenbänden 7156 und 7158 riser Nationalbibliothek und wurde 1804 herausgegeben von LA PORTE DU THEIL. MARCUS us lebte etwa in der zweiten Hälfte des 13. Jahrhunderts. F. R. S.

soll, scheinet diese Meynung nicht wenig zu bestätigen.*) Und vie die verschiedenen Verbesserungen, welche nach der Zeit durch ande worden, ingleichen auch die Ausführung der Gedancken des BACC schiedenen Orten, die wahre Ursache, warum die Geschichtschreiber Ursprung der Artillerie so sehr uneinig sind.

Das Schießpulver wurde einige Zeit nach Erfindung der Ar einer weit schwächern Composition bereitet, als anjetzo gewöhn und auch als dasjenige war, dessen bey dem MARCO GRAECO Meld wird. Allein, die Ursache hievon war vermuthlich vielmehr die ihrer Stücke, als die Unwissenheit einer bessern und stärckern Mi die ersten Stücke der Artillerie waren von einer sehr kurtzen schickten Façon, indem dieselben gemeiniglich aus vielen der Läng sammen geschmiedeten eisernen Stangen gemacht, und durch eis befestiget wurden. Da dieselben auch über das gebraucht wurden Kugeln von ungeheurer Grösse zu schiessen, um dadurch den alt nen, an deren Stelle dieselben gesetzt worden, nachzuahmen, so auch eine sehr grosse Mündung. Allein, die Schwierigkeit, diese un Maschinen fortzubringen und zu tractiren, ingleichen auch die I

---

*) Nach der gewöhnlichen Erzehlung wird gemeldet, daß als SCHWARTZ einn rien zum Pulver in einem Mörser gestampfet, und solchen hierauf mit einem Stein z Funke ungefehr in den Mörser gesprungen, wodurch die Materie angezündet, und der zimliche Höhe geschmissen worden. Weil wir nun dargethan haben, daß SCHWARTZ micus war, auf diese Weise die Composition des Pulvers selbst, als welche schon la kannt gewesen, nicht allererst kan erfunden haben, so mag ihm dieser Zufall Anlaß auf die bequemste Art, wie man sich desselben in dem Kriege bedienen könnte, zu denke scheinet vielmehr schon die Würkung desselben eingesehen zu haben, welche die Kra in die umliegenden Cörper auszuüben vermögend ist. Der Nahme, und die Figur welcher in der alten Artillerie einer Gattung von Geschütz beygeleget worden, und derselben, wodurch man Steine in die Höhe zu werfen pflegte, geben dieser Muth starken Nachdruck.[1])

**) Man sehe in des TARTALEA *Quesiti et Inventioni* Libr. 3, Quesito 5., nach, schiedene Compositionen, welche zu verschiedenen Zeiten im Schwange gewesen, ang Die erste, welche zugleich die älteste ist, wurde aus gleichen Theilen Salpeter, Kohlen, gemacht.

---

1) Aus den sehr gründlichen und umfassenden Untersuchungen ROMOCKIS daß der p. 24 genannte BARTHOLD SCHWARZ zuerst auf den Gedanken kam, die schwarzen Schießpulvers zum Fortschleudern von Geschossen zu verwenden. F

kleinere eiserne Kugeln eine grössere Würkung thun, wann diesel- eine grössere Menge stärkeres Pulver geschossen werden, haben Veränderung so wohl in der Materie, als Form der ersten Stücke, t. Hierdurch wurde man zu den Metallenen Canonen geleitet, b sie gleich leichter und bequemer zu tractiren waren, als die waren sie doch wegen ihrer kleinern Mündung viel stärker, und ine grössere Ladung von besserem Pulver aushalten, als vorher im gewesen. Auf diese Art wurden die eisernen Kugeln, welche am 0 biß 60 Pfund[1]) hielten, in eine weit schnellere Bewegung gesetzt, 'ten also eine stärkere Kraft, als man vorher durch die grösten vor zu bringen vermögend gewesen.*)

Zeit, zu welcher diese Veränderung vorgenommen worden, und die dadurch erhalte- e, werden von GUICCIARDINI[2]) beschrieben, welcher, *indem er von der Frantzösischen* . 1494 in Italien einen Einfall thun sollte, Meldung thut, sich folgender Gestalt ver- :

unirsi con questo esercito erano state condotte per mare a Genova quantità grande da *battere le muraglie*, et *da usare in campagna*, *ma* di tale sorte, che giamai non la Italia le simiglianti. Questa peste trovata molt' anni innanzi in *Germania*, *fu con*- na volta in Italia da' Venetiani nella guerra, che circa l'anno della salute 1380 heb- vesi con loro. — Il nome delle maggiori era bombarde, le quali, sparse dopo questa er *tutta Italia s'adoperavano nell'* oppugnatione delle terre, alcune di ferro, alcune di grossissime, in modo che per la macchina grande et per l'*imperitia* de gli huomini, et ne de gl' instrumenti tardissimamente et con grandissima difficultà si conducevano, lle terre co' medesimi impedimenti, et piantate era dall' un colpo all' altro tanto in- con piccolissimo frutto a comparatione di quello, che seguitò dopo, molto tempo con- onde i defensori de' luoghi oppugnati havevano spatio di potere otiosamente fare di et fortificationi. — Ma i Francesi fabricando pezzi molti più espediti, nè d'altro che quali chiamavano Cannoni, et usando palle di ferro, dove prima di pietra, et senza piu grosse et di peso gravissimo, s'usavano, li conducevano in sulle carrette, tirate , *come in Italia si costumava*) *ma* da cavalli con agilità tale d'huomini, et d'instru- ti a questo servigio, che quasi sempre al pari de *gli eserciti caminavano*, et condotte erano piantate con prestezza incredibile, et interponendosi dall'un colpo all' altro pic- ervallo di tempo, si spesso et con impeto si gagliardo percuotevano, che quello che

[1]) ...er die in diesem Bande vorkommenden Maßeinheiten gibt das Vorwort des Heraus- ...nft. F. R. S.

[2]) ...s Zitat bezieht sich auf die 1561—1564 in Florenz erschienene *Storia d'Italia* des ita- ...atsmanns, Heerführers und Historikers FRANCESCO GUICCIARDINI (1483—1540). F. R. S.

e Form der Artillerie hat seit zweyhundert Jahren sehr geringe Ver-
ngen erhalten: indem die besten Stücke, welche anjetzo gemacht wer-
Ansehung der Proportionen nicht viel von denjenigen unterschieden
elche zur Zeit des Kaysers CARLS V. verfertiget worden. Es sind zwar
Tat öffters leichtere und kürzere Stücke in Vorschlag gebracht, und
worden; allein, ungeachtet dieselben ihre Vortheile hatten, und in
rn Umständen sehr gute Dienste thaten, so scheint es doch, daß die-
zum allgemeinen Gebrauch als unzulänglich verworfen worden. Ob
eich die Proportionen bey der Artillerie in dieser Zeit nicht merklich
rt worden, so hat man doch in dem Gebrauch derselben ziemliche
rungen vorgenommen; indem man nun insgemein eben dieselben Ab-
durch kleinere Stücke zu erhalten trachtet, als man dazu vor diesem
t zu werden geglaubt hatte. Also sind die Batterie-Stücke, welche an-
rchgehends approbirt werden, halbe Carthaunen, so eine Kugel von
d schiessen; weil man durch die Erfahrung befunden, daß der Schuß
ob er gleich schwächer ist, als von grösseren Stücken, dennoch in
ng der nunmehro gebräuchlichen Profilen in den Befestigungs-Werken,
enug ist, und daß man durch die Bequemlichkeit dieselben fortzubrin-
l zu tractiren, ingleichen durch die Erspahrung an Ammunition, sehr
e Vortheile über die gantzen Carthaunen erhält, deren man sich vor-
Breche zu schiessen bedienet hat. *Die jetzige Manier, Breche zu
n, welche allenthalben angenommen worden, da man erstlich den
Wall so niedrig als möglich, durchschneidet, ehe man den obern
bzuwerfen sucht,* scheinet auch eine sehr wichtige Verbesserung in
sübung der Artillerie zu seyn. Denn ich kann mich nicht erinnern,
anier bey irgend einem alten Autore angetroffen zu haben, und

Staub *seyn muste:* und im dritten Capitel sagt er, daß 2 Pfund gekörnt Pulver so weit
s 3 Pfund Schlangen-Pulver. Ferner berichtet der Herr HENRICH MANWAYRING in seinem
Dictionnary[1]), welches er dem Herzog von BUCKINGHAM zur Zeit CARLS des Ersten praesen-
dem Wort Pulver: daß zwey Arten von Pulver im Gebrauch waren, das eine genannt
-Pulver, welches nicht gekörnet war, sondern wie Staub aussahe; das andere aber ge-
ulver: ob er gleich hinzufügt, daß *das Schlangen-Pulver* auf der See nicht gebraucht
Ich glaube aber, daß zu der Zeit, als dieses Buch geschrieben worden, das Pulver schon
ig gekörnet worden; dann die ausländischen Scribenten von der Artillerie hatten schon
ner den Gebrauch des gekörnten Pulvers recommendirt.

In London erschienen 1644. F. R. S.

l von ihm die Batterie à ricochet genennet*). Solche ist zuerst bey gerung von Ath im Jahr 1692 angebracht worden**).

h dieser kurtzen Erzehlung desjenigen, was in dem practischen Theil llerie gethan worden, müssen wir anjetzo von den verschiedenen , welche von Zeit zu Zeit über die Bewegung der Kugeln zum Vorkommen, einige Nachricht ertheilen, in welcher Untersuchung wir in sehr wenig Dinge, so einige Aufmerksamkeit verdienen, antreffen Dem ungeachtet aber, da diese Materie mit der folgenden Abhandger massen verknüpffet ist, so ist doch nöthig, hierüber dem Leser gen zu leisten.

erste Autor, welcher mit Fleiß von dem Flug der Canonen-Kugeln en, ist, so viel ich weiß, TARTALEA, ein berühmter Italiänischer Maus, welcher sich durch Auflösung der Cubischen Aequationen, so geh dem CARDANO[1]) zugeschrieben wird, einen unsterblichen Ruhm er- Dieser Autor hat erstlich in seiner *Scientia nova*, gedruckt in Venedig und hernach auch in seinen *Quesiti et Inventioni diverse*, eben daselbst gedruckt, mit vielem Fleiß einige Betrachtungen über die Beschaffener Bewegungen ausgeführet. Und ob ihm gleich der damahlige unnene Zustand der Mechanic sehr betrügliche Gründe um darauf zu n die Hand gab, so war er doch nicht gäntzlich in seinen Untern unglücklich; denn er kann mit Recht für den ersten gehalten welcher gefunden, daß der weiteste Schuß unter einem Winkel von n mit dem Horizont hervor gebracht wird. Er hat auch dargethan ie gemeine Meynung der Schützen), daß nicht der geringste Theil es, welchen eine geschossene Kugel in der Luft beschreibt, eine nie sey, ungeachtet die Krümmung in einigen Fällen nicht merklich

an besehe seinen Tractat *De l'Attaque et la Défense des places.*[2])
an besehe das Journal von seinen Belagerungen, welches zu Ende bey der letzten Aus- *Mémoires* des General GOULONS beygedruckt worden.

IERONIMO CARDANO (1501--1576). Die erste Auflösung der kubischen Gleichungen an dem italienischen Mathematiker SCIPIONE DAL FERRO (1460?–1526), 1496–1526 n der Universität Bologna. F. R. S.

ehe die Anmerkung 4 p. 23. F. R. S.

amit ist wohl die Ausgabe von 1730 gemeint, die im Haag und in Paris erschienen ist. die Anmerkung 3 p. 23. F. R. S.

ist; denn er hat dieselbe mit der Oberfläche des Meers in Vergleichun zogen, welche, ob sie gleich in einem geringen Theil betrachtet, vollko flach scheint, dennoch ausser allem Zweifel gegen das Mittel-Punct der gekrümmt ist. Er eignet sich auch selbst die Erfindung des Artilleri dranten zu, und hat öffters auf Schrauben gesetzte Muthmassungen übe Ausgang einiger noch nicht probirten Methoden, so ihm vorgelegt w gegeben. Weil er aber in der Ausübung der Artillerie nicht wohl bew war, sondern seine Meynungen auf die blosse Theorie gründete, so ist von allen folgenden Scribenten immer angegriffen worden, jedoch öffter von ihnen genennt zu werden, wovon viele Exempel in den Werke BUSCA, COLLADO[*], UFANO[1], SIMIENOWICZ[2] und andern angeführet v könnten. Und als die Philosophie dieser Zeiten sich öffters in die hi entstandenen Fragen gemischet, so entstunden über diese Bewegung Streitigkeiten, absonderlich in Italien, welche biß auf die Zeiten des G fortdaureten, und allem Ansehen nach Anlaß zu seinen bekannten Gesp über die Bewegung[3]) gegeben haben, welche das erste mahl im Jah an das Licht traten. Innerhalb dieser Zeit, und ehe die Lehre des G festgesetzet worden, kamen verschiedene Theorien über die Bewegun Stück-Kugeln, und manche Tabellen über die Weite der Schüsse, in Au

*) COLLADO leugnet im 63. Capitel, daß TARTALEA der erste Erfinder des Artillerie Qu sey, und will, daß DANIEL SANTBECH oder REGIOMONTANUS, (dann er confundiret dieselben schon viele Jahre vorher gehabt haben. Allein die Wahrheit zu bekennen, so ist des SA Buch, woraus diese Muthmassung genommen (*Problematum Astronomicorum et Geometricoru nes septem*) erst A. 1561 herausgekommen, welches folglich lange nach TARTALEA gesch Zu diesem war auch dem SANTBECH die Methode, den Quadranten zu seinem vorgesetzten einzurichten, ungeachtet er von den verschiedenen Elevationen der Stücke spricht, unbeka

1) *Tratado dela Artilleria y uso della platicada por el capitan DIEGO UFANO en las de flandes*, Bruselas 1613. 3. Traktat p. 600. F. R. S.

2) *Artis magnae Artilleriae pars I. . Autore CASIMIRO SIMIENOWICZ*, Amstelodami F.

3) G. GALILEI (1564—1642), *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a d scienze attenenti alla meccanica ed ai movimenti locali*, Leida 1638; *Le opere di GALILEO* Edizione nazionale vol. VIII, Firenze 1898. F. R. S.

4) Der Quadrant wird schon im 15. Jahrh. im Feuerwerksbuch des ABRAHAM VON M erwähnt. Einen Geschützquadranten, der ein einigermaßen genaues Visieren ermöglicht nach M. JÄHNS l. c. p. 410 GEORG VON PEURBACH (1423—1461), Professor an der Univ Wien, der Lehrer REGIOMONTANS (1436—1476), im Jahre 1450. F. R. S.

rschiedenen Elevationen, zum Vorschein, welche aber über die massen
tig waren, und mit der wahren Bewegung dieser Cörper keineswegs
en konnten; ungeachtet einige von diesen Arbeiten von solchen Leuten
nen, welche den grösten Theil ihres Lebens in Ausübung der Artillerie
acht hatten. Dergleichen sind die Tabellen des UFANO, GALEUS, UL-
nd anderer, welche vom BLONDEL*) angeführet werden[1]: welchen noch
iedene andere, deren bey diesem Autore keine Meldung geschicht, bey-
werden könnten. Es finden sich in der That unter den alten Scri-
, welche über diese Materie geschrieben, und deren Anzahl sehr groß
r wenige, welche sich nicht mit ihren Speculationen über den Unter-
zwischen der natürlichen, gewaltsamen und vermischten Bewegung,
ssen, obgleich von denselben kaum zwey in Bestimmung dieser irrigen
e überein kommen.[2])

Vas uns aber am meisten befremdet, ist, daß bey diesen Streitigkeiten
o wenig Leute, welche doch dazu Gelegenheit gehabt, haben angelegen
lassen, diese verschiedenen Theorien durch die Erfahrung zu unter-
. Wie nun dieses auch mag zugegangen seyn, so kann ich mich nicht

) Es ist zu mercken, daß die Meynung, welche BLONDEL in seiner *Art de jetter les Bom-*
. V. untersucht, ursprünglich nicht von RIVALTIO, welchem er solche beymißt, herrühre, son-
n dem obgemeldeten SANTBECH, von welchem dieselbe der RIVALTIUS gestohlen. Man be-
NTBECH Sect. 6.

) BONDEL führt keinen ULRICH an, wohl aber einen DANIEL ELRICH, Stückhauptmann zu
rt a. M., der das p. 34 zitierte Buch des SIMIENOWICZ 1676 in deutscher Übersetzung her-
F. R. S.

) Nach UFANO ergeben bei konstanter Ladung zwei Abgangswinkel, deren arithmetisches
5° beträgt, dieselbe und 45° selbst die größte Schußweite. Die Flugbahn setzt sich aus
len zusammen; der erste Teil (motus violentus) ist geradlinig, der zweite (motus mixtus)
m Einfluß der Triebkraft des Pulvers und der Schwere gekrümmt, und der dritte (motus
s) lotrecht abwärts gerichtet. Nach BLONDEL l. c. Chap. VII p. 35—38 vertritt DAVI.
DE FLEURANCE (RIVALTIUS) (1571—1616) in seinem Buche *Les éléments de l'artillerie*
505, hinsichtlich der Form der Flugbahn die Anschauungen UFANOS, dagegen setzt er bei
ter Ladung die Schußweite dem Cosinus des Abgangswinkels proportional. Das letztere
DANIEL SANTBECH (von Nymwegen) in seinem vom Verfasser p. 34 angeführten, 1561 in
schienenen Buche und zwar in der Propositio CXIII: Ex quo fundamento sit extructum
m eiaculandi sphaeras e tormentis p. 210—212; überdies bewegt sich nach seiner Meinung
choß geradlinig, bis die Triebkraft der Ladung fast ganz erschöpft ist, weicht dann nur un-
h von der Anfangsrichtung ab und fällt hierauf senkrecht zu Boden. F. R. S.

mehr als 4 Autorum erinnern, welche die Weite der Schüsse nach v
denen Elevationen würklich durch die Erfahrung bestimmet haben. D
von diesen ist COLLADO, welcher uns ein Verzeichnis der Weite der
eines dreypfündigen Falconets auf einen jeglichen Punct des Artillo
dranten hinterlassen. Allein aus seinen Zahlen ist klar, daß bey diese
nicht die gewöhnliche Ladung gebraucht worden*). Der nächstfolg
unser Landsmann BOURNE[1]), dessen Tractat im Jahr nach des COLLADO
gedruckt worden. Seine Elevationen waren nicht nach den Puncten
tillerie-Quadranten, sondern nach den Graden genommen, und er b
die Verhältniß der Schüsse nach verschiedenen Elevationen, in
auch die Weite des Kern-Schusses**). Allein dieser Autor beschreib
mit was für einem Stücke er seine Versuche angestellet: es ist a
seinen Proportionen zu schliessen, daß dasselbe eines von den k
müsse gewesen seyn. Es wäre zu wünschen, daß er diesen Umstand
mit angeführet hätte: denn es wird im folgenden gezeiget werden,
Verhältnisse zwischen den verschiedenen Distanzen, auf welche ei
unter verschiedenen Elevationen trägt, nach der Geschwindigkeit,
Grösse und Schwere der Kugel, sehr veränderlich ist. Die andern
welche ich über diese Materie angetroffen, sind ELDRED und AN

*) Aus diesen Versuchen wurde festgestellt, daß sich die Weite des Kern-Schusse
Schritte erstreckte. Bey der Elevation auf den ersten Punct, (welches den 12ten Thei
dranten, oder $7\frac{1}{2}$ Grad beträgt,) reichte der Schuß auf 594 Schritt; bey dem zweiten
794 Schritt, bey dem dritten auf 954, bey dem vierten auf 1010, bey dem fünften auf
bey dem sechsten auf 1053 Schritt. Die Weite des Schusses bey dem 7ten Punct wir
derjenigen vom dritten und vierten; bey dem 8ten Punct zwischen dem andern und d
dem 9ten zwischen dem ersten und andern; bey dem 10ten zwischen dem Kern-Schuß
Schuß des ersten Puncts; bey dem eilften fiel die Kugel nahe bey dem Stück wieder h
besehe das 61te Capitel. Es ist auch zu merken, daß die hier gemeldeten Schritte kein
sche, sondern gemeine gewesen, wie er im 42ten Capitel anzeigt.

**) Wenn die Weite des Kern-Schusses durch 1 ausgedruckt wird, so wird die We
Elevation von 5 Graden hervor bringt, durch $2\frac{3}{3}$ ausgedruckt werden; bey einer Elevat
Graden durch $3\frac{1}{3}$; bey 15 Graden durch $4\frac{1}{3}$; bey 20 Graden durch $4\frac{5}{8}$; und der weit
welcher bey der Elevation von 42° eintrift, wird seyn $5\frac{1}{3}$. Nachdem aber der Wind
entweder befördert oder verhindert, so kann der weiteste Schuß vom 45sten Grad bis z
variren. Man besehe seine *Art of Shooting in great Ordnaunce* im 7ten Capitel.

1) Siehe die zweite Anmerkung des Verfassers p. 30. F. R. S.

2) WILLIAM ELDRED lebte um 1646. ROBERT ANDERSON lebte in der zweiten
siebzehnten Jahrhunderts. F. R. S.

beyde Engelländer: von welchen der letztere seine Experimenta aus allzugrosser Liebe zu seiner irrigen Theorie sehr merklich verfälschet hat, wovon ich nachgehends Gelegenheit haben werde ausführlicher zu sprechen. ELDRED aber verdienet ein weit besseres Lob.*) Seine Grundsätze sind einfältig genug, und ob dieselben gleich nicht nach aller Schärfe der Wahrheit gemäß sind, so kommen sie doch derselben unter gewissen Bedingungen ziemlich nahe. Er hat nur die Weite der Schüsse von unterschiedenen Arten Stücke bey kleinen Elevationen, welche alle unter 10 Grad sind, aufgezeichnet hinterlassen. Es befindet sich in seinem Buche eine sehr grosse Anzahl Experimente, welche mit besonderm Fleiße und grosser Behutsamkeit gemacht worden zu seyn scheinen: und er hat die Aufrichtigkeit gehabt, uns auch diejenigen nicht zu verschweigen, welche mit seiner Theorie nicht bestehen können. Ueberhaupt scheinet er sich weit mehr Mühe gegeben, und eine viel grössere Kenntniß von diesem Werke, als seine Mit-Brüder in dem practischen Theil der Artillerie gehabt zu haben. Denn diese hiengen insgesamt einer übelgegründeten Theorie allzu hartnäckig an, und hielten so fest über die angenommenen Gebräuche, daß sie auf die Erleuterung der Kunst durch eigene Experimente nicht dachten, und folglich nicht einmahl einsahen, daß dieselbe noch grosser Verbesserungen benöthiget wäre. Sonsten wäre es unmöglich gewesen, daß Sätze, welche so wenig mit der Erfahrung übereinstimmen, so lange Zeit hätten bestehen können, wovon die Lehre, welche nach des GALILEI Zeiten angenommen worden, ein merkwürdiges Exempel darlegt.

Die Gespräche des GALILEI über die Bewegung wurden, wie schon gemeldet, A. 1638 gedrucket, und hierinn hat er die allgemeinen Gesetze, welche die Natur in Hervorbringung und Veränderung der Bewegung beobachtet, ausfündig gemacht. Denn er war der erste, welcher die Würkungen der Schwehre auf die fallenden Cörper beschrieben[1]): und aus diesen Grundsätzen hat er hergeleitet, daß die Linie, welche eine Canonen-Kugel in ihrem Flug beschreibet, eine Parabel seyn müsse, in so ferne dieselbe nicht durch den

*) Sein Buch führt den Titul: *The Gunners Glasse*, und die Experimente, worauf er sich gründet, sind meistentheils zu Dover Castle, allwo er viele Jahre Büchsenmeister gewesen, gemacht worden. Das früheste Datum von seinen Experimenten findet sich vom Jahr 1611, ungeachtet sein Buch erst A. 1646 herausgekommen.

1) G. GALILEI, *Discorsi* (siehe die Anmerkung 3 p. 34), Giornata quarta, p. 237—250; *Le Opere di GALILEO GALILEI*, Edizione nazionale, vol. VIII, p. 269—279. F. R. S.

Wiederstand der Luft von dieser Bahn abgeleitet würde. Er hat a
vorgeschlagen, um die Veränderungen, so von diesem Wiederstand
zu bestimmen: indem er eine Methode beschreibt, wodurch man
kungen, welche die Luft in der Bewegung einer Canonen-Kugel in
lichen Distanz von dem Stücke hervor bringt, bestimmen könnte.

Da nun solchergestalt GALILEUS gewiesen, daß alle geworfen
in so ferne dieselben von der Luft nicht gehindert werden, eine P
schreiben, so hätte man vermuthen sollen, daß diejenigen, welche
gekommen, sich alle Mühe gegeben haben würden, die Veränder
aus dem Wiederstand der Luft entstehen, zu untersuchen, oder z
sten fest zu setzen, ob man in dieser Wissenschaft nöthig habe,
Umstand zu sehen oder nicht. Allein, an statt hierinne alle Bel
zu gebrauchen, so haben die nachfolgenden Scribenten gantz verw
ohne die Erfahrung darüber zu Rathe zu ziehen, behauptet, daß d
stand der Luft keine merkliche Veränderung in dem Flug einer
verursachen könne; und in diesem irrigen Wahn haben sie sich sel
stärken gesucht durch die grosse Dünne, welche in Ansehung d
dichten Körper an der Luft wahrgenommen wird. Da nun diese
dete Meynung immer beybehalten und beständig wiederholet word
man dieselbe so gar als einen Grund-Satz, welcher keinen ferneren B
bedürfte, angenommen, und durchgehends behauptet, daß die Beweg
Körper ziemlich genau nach einer Parabel geschähe.

Denn in dem Jahr 1674 publicirte unser Landsmann ANDE
Tractat, genannt: *The genuine use and effects of the Gun*[1]), worin
den Grundsätzen des GALILEI zu Werke geht, und beständig beha
der Flug aller Canonen-Kugeln in einer Parabel geschehe: und be
zugleich allen Einwürfen, so dagegen gemacht werden könnte
gegnen.

Im Jahr 1683 gab Mr. BLONDEL *l'Art de jetter les Bombes* zu
aus, allwo gleichfalls die Lehre des GALILEI auf die Bewegung
kugeln von allen Arten gezogen, und die Veränderungen, welche d
stand der Luft verursachet, ins besondere betrachtet worden: nach
läuftigen Untersuchung aber macht dieser Autor auch den Schlu
Würkungen der Luft so geringe seyn, daß dadurch die Richtig

---

1) Der Tractat erschien in London. F. R. S.

Schlüße keinen merklichen Abbruch litte.*) Gleichergestalt findet sich auch eben diese Materie in unsern Philosophical Transactions abgehandelt**) durch Dr. HALLEY[1]), welcher in Erwegung des grossen Unterscheids, so sich zwischen der Schwehre der Stückkugeln und der Luft befindet, für sehr wahrscheinlich hält, daß der Gegenstand der Luft bey schweren Canonen-Kugeln kaum merklich seyn könne: ungeachtet er zugibt, daß die Würkung derselben bey kleinen und leichten Körpern nicht aus der Acht gelassen werden könne.

Da also diese Meynung über den geringen und nicht merklichen Wiederstand der Luft in Schwang gekommen; vom GALILEO aber erwiesen worden, daß alle geworfene Körper, wann der Wiederstand der Luft gehoben würde, sich in einer Parabel bewegen müsten, so ist insgemein bey allen Schrifftstellern der Artillerie als ein Grundsatz angenommen worden, daß der Weg, welchen eine Canonen-Kugel in der Luft beschreibt, nicht merklich von der Parabel abweiche. Man darf, um hiervon überführet zu werden, nur alle diejenigen Autores, welche seit 40 Jahren über diese Materie geschrieben, nachsehen.

Ob nun gleich diese Meynung denjenigen, welche sich nur mit Speculationen aufhalten, herrlich zu statten kommt: so hat doch schon ANDERSON durch eine grosse Menge angestellter Versuche gefunden, daß dieselbe ohne einige neue Einschränkungen mit der Wahrheit nicht bestehen könne. Denn ob gleich aus seinen Schriften nicht erhellet, daß er jemahls die Verhältniß der Schußweiten von Canonen oder Mußketen, wenn dieselben mit der gewöhnlichen Ladung loß geschossen werden, untersuchet, so ist er doch durch die Experimenten, welche er nur mit kleinen Ladungen angestellt, wodurch die Kugeln mit einer weit kleinern Geschwindigkeit fortgetrieben werden, überführet worden, daß die gantze Bahn derselben nicht als eine Parabel angesehen werden könne, wie aus seinem Tractat, *To hit a Mark*, so A. 1690[2])

*) Man besehe pag. 345 von der ersten Edition in Quarto[3]), ingleichen auch pag. 355 und die folgenden.

**) Man sehe in No. 216 pag. 68.

---

1) E. HALLEY (1656—1742). Die Fußnote des Verfassers bezieht sich auf die Abhandlung: *A proposition of general use in the art of gunnery, shewing the rule of laying a mortar to pass, in order to strike any object above or below the horizont.* By E. HALLEY. Philosophical Transactions (London) 19 (1695—1697), 1698 p. 68. F. R. S.

2) Der Tractat erschien in London. F. R. S.

3) Erschienen in Amsterdam 1699. F. R. S.

gedruckt ist, ersehen werden kann. An statt aber hieraus die wahr
zu ziehen, und die Größe dieses so merklichen Wiederstandes d
bestimmen, so hat er vielmehr aus einer allzugrossen Neigung
schon gefaßten Meynungen lieber eine neue Hypothesin geschmie
darinne bestand, daß eine jegliche Kugel im ersten Anfang ihre
biß auf eine gewisse Distantz nach einer geraden Linie fortgehe
dem Ende derselben erst anfange in einer Parabel fortzulauffen.
auch, daß diese gerade Linie, welche er die Linie der Gewalt
nennt, bey allen verschiedenen Richtungen der Canonen gleich
Durch diese Hypothesin, ob dieselbe gleich auf keinerley Art bes
den kann, war er doch im Stande, alle Abweichungen der Schü
gemeinen Meynung zu erklären, so stark dieselben auch imm
stritten, indem er seine gerade Linie nach Belieben annehmen ko
ungeachtet scheinet es, daß diese neu ausgefundene Meynung n
ihm nachgeheuds angestellten Versuchen nicht weiter bestehen ko
er konnte es nimmer so weit bringen, daß er die Schußweiten vo
schiedenen Elevationen mit dieser seiner Hypothesi hätte verglei
ob ihm gleich solches bey zweyen glücklich gelungen. Da nun
merkliche Abweichungen von dem Wiederstand der Luft bey B
Kugeln, welche nur durch eine geringe Ladung geschossen worde
ten, wie groß muß die Würkung der Luft nicht alsdenn seyn,
sich einer völligen Ladung bedienet? Denn da in diesem Fal
einen drey biß viermal grösseren Grad der Geschwindigkeit beko
dem vorigen, so muß die Resistentz der Luft, wie im folgend
werden soll, bey nahe funfzig mahl grösser, und allso sehr merk

Daß die Resistentz der Luft, welche doch eine grosse Gew
schnell bewegte Cörper ausübet, von den practischen Artilleriste
gar aus der Acht gelassen wird, solches ist nicht der einzige
würdige Umstand in dieser Untersuchung. Denn, nachdem
NEWTONS *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* heraus gek
hätten allem Vermuthen nach alle Mathematici von dieser b
Würkung der Luft völlig überzeugt werden sollen, indem in dies
ten Werke die Gesetze und die wahre Grösse dieser Resistenz f

---

1) I. NEWTON (1643–1727). Die *Philosophiae naturalis principia mathemati*
Titel) erschienen 1687 in London. Eine dritte, noch von NEWTON selbst besorgte
et emendata" bezeichnete Ausgabe wurde ebendaselbst 1726 veröffentlicht. F.

Bewegungen bestimmet und durch viele Experimente bestätiget worden. Eben diese Gesetze, wenn dieselben auf sehr schnelle Bewegungen bezogen werden, geben zwar die Resistenz viel zu geringe an, als aus der würklichen Erfahrung abgenommen werden kann, und NEWTON selbst hat schon diese Abweichung bemerkt*); allein eben hieraus erhellet, daß die Würkung der Luft auf die Stückkugeln um so viel weniger aus der Acht gelassen werden könne. Dieser augenscheinlichen Probe von der Nothwendigkeit, die Lufft bey der Bewegung der Stückkugeln mit in Betrachtung zu ziehen, ungeachtet aber habe ich bißher nur ein einiges Exempel angetroffen, worinne dergleichen Bewegungen nach den Grundsätzen des NEWTONS berechnet worden sind.**)

Wenn wir nun alles zusammen nehmen, was über diese Materie beygebracht worden, so erhellet ganz deutlich, daß sich die heutigen Scribenten über die Artillerie sehr gröblich betrogen haben, wenn sie geglaubt, daß die Resistenz der Luft nicht verdiene, in Betrachtung gezogen zu werden, und dahero behauptet haben, daß der Weg, welchen die Bomben und Stückkugeln in der Luft beschreiben, von einer wahren Parabel nicht merklich unterschieden sey. Hieraus folget also unstreitig, daß alle bißher gemachten Bestimmungen über den Flug der Stückkugeln, welchen ein sehr hoher Grad der Geschwindigkeit eingedrucket worden, von der Wahrheit sehr stark abweichen, und daß folglich die gegenwärtige Theorie der Artillerie in diesem sehr wichtigen Punct gänzlich unbrauchbar und falsch sey.

Um nun einiger massen diesen Unvollkommenheiten abzuhelfen, so haben wir uns im zweyten Capitel der folgenden Abhandlung bemühet, nicht allein dasjenige, was hier in Ansehung der Unrichtigkeit der parabolischen Bewegung ist angeführet worden, auf das gründlichste zu beweisen, sondern auch zugleich die würkliche Grösse der Resistenz, welche eine Stückkugel in einem jeglichen Grad der Geschwindigkeit leidet, richtig zu bestimmen. Denn da aus den im ersten Capitel festgesetzten Gründen die Geschwindigkeit einer

*) *Phil. Nat. Princ. Math.* p. 351.

**) In Comment. Acad. Petrop. Tom. 2, p. 338, 339.[1])

1) Es handelt sich um die Abhandlung von D. BERNOULLI *De actione fluidorum in corpora solida et motu solidorum in fluidis*, Comment. acad. sc. Petrop. 2 (1727), 1729, p. 304, deren Pars quarta (p. 329—342) unter dem Titel *De motu corporum sursum proiectorum, ubi ad calculum revocantur experimenta ab Excellentiss. Dno GÜNTHERO cum tormentis instituta*, den hier vorliegenden ballistischen Aufgaben gewidmet ist. F. R. S.

Kugel, mit welcher dieselbe aus dem Stück würklich heraus fähr
stimmet werden kann: so wird die Beschreibung des Weges, de
in der Luft nimmt, in ein geometrisches Problema verwandelt, w
in seiner gänzlichen Ausdehnung eine sehr verwirrte und mühsa
erfordert; allein in den Fällen, welche in der Praxi öffters vorkom
einige gewisse leichte Approximationen angebracht werden, welc
hinreichend sind, die verschiedenen Schußweiten aus der Theorie
nau zu bestimmen.

Ob aber gleich diejenigen, welche die folgende Abhandlung
samkeit durchlesen, keinen Zweifel über die Gewißheit von den
genen Bestimmungen übrig behalten werden, so möchte man d
haben, daß man die Accuratesse dieser Gründe noch weit sicher
perimente über die würklichen Schußweiten von verschiedenen S
durch derselben Vergleichung mit den Rechnungen der Theori
setzen können. Und in der That hatte ich einmahl den Vor
ein Capitel über diese Materie beyzufügen, es haben mich aber z
hievon abgehalten. Die erste bestund in der grossen Schwierigk
den wahren Distantzen, so weit ein Stück in verschiedenen Richt
zu versichern, welche Schwierigkeit niemand so leicht, als
Proben von dieser Art angestellt, einsehen wird. Die andere
eine gewisse Irregularität, welche sich bey diesen Distantzen
alle meine Bemühungen fruchtloß machte. Denn eben dasselbe S
öfters unter einerley Ladung die Kugel auf sehr verschieden
dergestalt, daß selten zwey unter einerley Umständen gemachte
einander überein stimmen, wie ich ausführlicher in der 7ten Pr
zweyten Capitels anmerken werde.

Ungeachtet aber dieser Schwierigkeiten, welche mich verh
dem folgenden Tractat solche Experimenta über die Weite der
zufügen, wodurch die Theorie der Resistenz mehr befestiget w
so habe ich mich doch entschlossen, diese Materie abzuhand
schmeichle mir einen Weg gefunden zu haben, um den obgedach
heiten vorzubeugen. Denn so lange diese Hindernisse nicht a
gehoben werden, so ist klar, daß man sich aus allen Experime
ser Art nicht viel Nutzen versprechen könne. Ich behalte mir
gang meiner künftigen Versuche über diesen Articul zu einem
dieser Abhandlung vor, worinne ich ausser diesen über den Fl
kugeln angestellten Experimenten, und derselben Vergleichung

geometrische Art bewiesenen Bestimmungen, mir vorgesetzt habe, noch viele andere Experimente anzuführen: welche, ob sie gleich von einer vermischten Natur sind, dennoch sowohl mit der Theorie, als mit der Praxi der Artillerie, in einer genauen Verbindung stehen. Diesem zweyten Theil werde ich auch verschiedene Nachrichten und practische Regeln beyfügen, welche aus den vorher festgesetzten Grundsätzen fliessen, und verhoffentlich bey künftiger Ausübung der Artillerie von nicht geringem Nutzen seyn werden. Es liegt von diesem zweyten Theil schon eine ziemliche Partie bey mir würklich fertig, nebst einem guten Vorrath, um dasselbe gänzlich zu vollenden. Diejenigen Experimenten aber, welche mir noch fehlen, erfordern lange Zeit, und eine bequeme Gelegenheit ins Werk zu richten.

Da die folgenden Blätter ausser der Bestimmung des Wiederstands der Luft, auch zugleich eine Theorie von der Kraft und Würkung des Pulvers in sich enthalten, so wird man von mir auch eine Erzehlung von demjenigen, was andere Autores bißher davon geschrieben haben, erwarten. Allein, alles dasjenige, was mir bisher darüber vorgekommen, ist so unbestimmt und undeutlich, daß es öfters sehr schwehr ist, die Meynung der Autoren nur zu verstehen. Die verständlichste Hypothesis hierüber, und welche auch scheint der Grund zu seyn von allem, was andere davon gesagt haben, ist diejenige, welche DE LA HIRE gegeben.

In der Historie der Französischen Academie A. 1702 hat Mr. DE LA HIRE[1]) supponirt, daß die Kraft des Pulvers von der vermehrten Elasticität der Luft herrühre, welche in demselben und zwischen den Körnern befindlich ist, und durch die Hitze des Feuers im Loßbrennen erreget werde. Wenn nun die Luft in den Körnern selbst sowohl als zwischen denselben vor der Abfeuerung in ihrem natürlichen Ausdehnungs-Stande befindlich wäre, so könnte keine grössere Kraft hervor kommen, als welche von der Flamme verursachet würde. Diese Ausdehnungs-Krafft ist aber aufs höchste fünfmahl grösser, als diejenige, womit die Luft in ihrem natürlichen Zustande begabet ist, wie im folgenden mit mehrerm dargethan wird*), und folglich würde dieselbe nicht einmahl hinlänglich seyn, den zweyhundertsten Theil der Gewalt, welche das Pulver würklich ausübet, hervor zu bringen.

---

*) Man besehe die Vte Prop. des ersten Capitels in der folgenden Abhandlung.

1) G. PH. DE LA HIRE (1677—1719), *Sur les effets du ressort de l'air dans la poudre à canon et dans le tonnerre.* Histoire de l'acad. roy. des sciences (1702), Paris 1704, p. 9.
F. R. S.

Inzwischen hat doch diese Erklärung zu verschiedenen Dissertatio Abhandlungen bey einer benachbarten Nation Anlaß gegeben: und in dere sieht ein gewisser Autor[1]) seine Forderung sehr billig an, wann ponirt, daß die Ausdehnungskraft der Luft, wenn dieselbe durch brennung des Pulvers erhitzet wird, hundert mahl grösser sey, als Hitze des siedenden Wassers. Weil ich aber glaube, die Unmöglichk ser Lehre, um die Gewalt des Pulvers zu erklären, genugsam erwi haben, so will ich die Leser mit einer weitläuftigern Erzehlung der M gen über diesen Punct nicht länger aufhalten: insonderheit weil ich der Hofnung schmeichle, daß die Theorie der Gewalt des Pulvers, w den folgenden Blättern festgesetzt wird, durch solche Experimente u sprechlich bekräftiget worden, daß eine förmliche Wiederlegung ander nungen unnöthig seyn würde.

1) Gemeint ist wohl JOH. BERNOULLI. Siehe EULERS Anmerkungen p. 47. F.

ANMERKUNGEN DES UEBERSETZERS

Was unser Autor hier von dem Ursprung und der Erweiterung sowohl der Artillerie, als der Fortification, erzehlet, zeiget eine ungemeine Belesenheit und Kenntniß aller alten Autoren, welche von diesen Wissenschaften geschrieben haben, an. Diese Nachrichten, welche absonderlich die Praxin betreffen, scheinen auch so gründlich und der Wahrheit gemäß zu seyn, daß man darüber den geringsten Zweifel zu hegen keine Ursach findet. Indessen scheinen doch dem Verfasser verschiedene Bücher von der Theorie der Artillerie unbekannt gewesen zu seyn, worinnen schon eine weit gründlichere Nachricht von der Bewegung der Stück-Kugeln und der Gewalt des Pulvers gegeben wird, als er anführet: oder derselbe müßte solche mit allem Fleiß mit Stillschweigen übergangen haben, um die Wichtigkeit seiner eigenen Erfindungen desto mehr zu erheben. Denn aus demjenigen, was er anführet, sollte man fast schliessen, daß man vor ihm sowohl von der Bewegung der Stück-Kugeln, als von der Gewalt des Pulvers, sehr wenig zuverläßiges gewust hätte, indem von denjenigen, welche darüber sehr schöne Entdeckungen gemacht haben, nicht die geringste Nachricht ertheilet wird, da derselbe doch in den übrigen Stücken alle Autores, welche davon etwas merkwürdiges herausgegeben, so sorgfältig anführet.

Was nun erstlich die Bewegung der Canonen-Kugeln in der Luft anlanget, so haben die Theoretici schon längst erkannt, daß die Linie, welche eine solche Kugel in der Luft beschreibt, sehr merklich von einer Parabel unterschieden sey. Von was für einer Natur aber diese krumme Linie sey, konnte wegen der grossen Schwierigkeit der Rechnungen, welche diese Untersuchung erfordert, nicht so leicht bestimmt werden. HUGENIUS[1]) hatte zwar schon bewiesen, daß wenn die Resistenz der Luft der Geschwindigkeit der

1) CHR. HUYGENS (1629—1695), *Traité de la Lumière avec un Discours de la Cause de la Pesanteur*, Leide 1690, p. 169; *Dissertatio de causa gravitatis*, *CHR. HUGENII Opera reliqua*, Amstelodami 1728, vol. I, p. 93. F. R. S.

darinne bewegten Cörper proportional wäre, diese krumme Li
der logarithmica seyn müsse; NEWTON aber hat sehr deutlich da
diese Resistenz der Luft nicht den Geschwindigkeiten selbst, so
Quadratis proportional sey, und hat sich alle Mühe gegeben, di
krummen Linie, welche ein Cörper, so einer solchen Resistenz a
beschreibet, ausfündig zu machen. Dem ungeachtet konnte dersell
seinen Endzweck erreichen, sondern mußte sich mit Approxin
gnügen, wie aus den *Principiis Math. Phil. Natur.* genugsam erhe
Frage wurde auch A. 1718 dem berühmten Hrn. Professor JOH. B
Basel von dem Engelländer KEILL[2]) aufgegeben, als ein solcher I
dessen Auflösung sich die Engelländer bißher umsonst bemühet
nun gedachter Herr BERNOULLI sogleich dieses Problema aufgelöset
in einem viel weitern Sinn, als solches vorgelegt worden, so ka
Solution in des Hrn. HERMANNS *Phoronomie*[4]) zu gleicher Zeit zu
und der scharfsinnige Engelländer TAYLOR[5]) machte gleichfalls
bekannt.[6]) Ob nun gleich der Hr. ROBINS gefunden, daß die Resist
bey sehr schnellen Bewegungen grösser ist, als man geglaubet,
auch für diesen Fall die Auflösung in der Methode enthalten, d
dieselbe nicht als eine bisher unbekannt gewesene Sache ansehe
geachtet man gestehen muß, daß sich bisher noch kein Mathema
liche Mühe gegeben, dieselbe zum Vortheil der practischen Artillerie

Daß aber die Resistenz der Luft auf schnelle Bewegungen,
die Stück-Kugeln haben, eine sehr merkliche Würkung habe, hat

1) I. NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia,
p. 259—264. F. R. S.

2) J. KEILL (1671—1721), Professor der Physik und hernach der Astronom

3) JOH. BERNOULLI, *Responsio ad nonneminis provocationem eiusque solutio q*
eodem propositae de invenienda linea curva, quam describit proiectile in medio resisten
torum, Lipsiae 1719, p. 216; *Opera omnia*, Lausannae et Genevae 1742, t. II, p.

4) JAC. HERMANN (1678—1733), *Phoronomia, sive de viribus et motibus cor*
et fluidorum libri duo, Amstelaedami 1716. F. R. S.

5) B. TAYLOR (1685—1731), *Propositiones aliquot de Projectilium motu Pa*
An. 1710, Philosophical Transactions (London) 31 (1721), 1723, p. 151.
bezieht sich aber nur auf die Wurfbewegung im luftleeren Raum. F. R. S.

6) Siehe zu diesen Darlegungen auch EULERS *Mechanica*, t. I § 883; *LEONHA*
omnia, series II, vol. 1, p. 318. F. R. S.

of. DANIEL BERNOULLI im 2ten Tomo Comment. Acad. Petrop.[1]), welche
so gar der Hr. ROBINS in einer andern Absicht anführet, auf das deut-
aus vielen Experimenten erwiesen; indem er zum Exempel pag. 338
daß eine Stück-Kugel, welche in der Luft nur auf eine Höhe von
chue gestiegen, in einen Luftleeren Raum 58750 Schuh hoch hätte
müssen, von welcher merkwürdigen Anmerkung unser Autor nicht
ringste Meldung thut.

ine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Erklärung der Gewalt des
s, wovon unser Autor keine andere anführet, als welche DE LA HIRE
2 gegeben, und in der That keine tiefe Einsicht in die Natur-Wissen-
zu erkennen giebt; dahero man auf die Gedanken gerathen sollte, als
niemand anders in diesem Stücke glücklicher gewesen wäre. Daß sich
lie Luft in dem Schieß-Pulver nicht in ihrem natürlichen Zustande,
n sehr stark zusammen gedruckt befinde, hat schon der vorgemeldte
H. BERNOULLI A. 1690 in seiner *Dissertatio de effervescentia et fermenta-*
sehr klar bewiesen. Denn derselbe hat aus einigen über die Loß-
ng des Pulvers angestellten Experimenten den richtigen Schluß ge-
daß die in dem Pulver befindliche Luft zum wenigsten hundert mahl
zusammen gedruckt seyn müsse, als solche natürlicher Weise zu seyn
Es kan zwar seyn, daß diese Dissertation dem Hrn. ROBINS niemahlen
sicht gekommen; allein es ist nicht wahrscheinlich, daß derselbe des
[3]) Experiment, als welches in die Philosophical Transactions[4]) ein-
et ist, nicht gesehen haben sollte, worinne gleichfalls gewiesen wird, daß
Salpeter würcklich eine sehr elastische flüßige Materie enthalten sey, von
r die Gewalt des Pulvers herrühre; und daß in 6 granen Pulver zum
ten 1 gran pure Luft, welche so sehr zusammen gepreßt, enthalten
In den Supplementi al Giornale de letterati d'Italia Tom. I. n. 8
ich ein Gelehrter, Nahmens BRACHUS[5]), Experimente über die Gewalt
lvers angestellt, und daraus geschlossen, daß die im Pulver enthaltene
50 mahl dichter sey, als die natürliche.

[1]) Siehe die Anmerkung 1 p. 41. F. R. S.
[2]) JOH. BERNOULLI, *Opera omnia*, Lausannae et Genevae 1742, t. I, p. 7—40. F. R. S.
[3]) DENIS PAPIN (1647—1712), französischer Physiker und Erbauer des ersten Dampfschiffes
F. R. S.
[4]) Philosophical Transactions (London) 10, 1675, p. 546—548. F. R. S.
[5]) JACOPO BRACHI, *Saggio sopra l'aria nel polve d'arcobugio e la sua compressione*. Suppl.
n. de letter. d'Italia, Tom. I n. 8, Venezia 1723. F. R. S.

Der Hr. Prof. DANIEL BERNOULLI hat auch diese Materie in sein gleichlichen Werk von der Hydrodynamic[1], so A. 1738 zu Straßburg ist, sehr ausführlich abgehandelt, in der 10ten Section, allwo er a Experimenten behauptet, daß die Elasticität der im Pulver enthalt mehr als 10000 mahl grösser sey, als der natürlichen. Wenn als sticität der Luft in eben der Proportion mit der Zusammendru nähme, so müßte auch die Luft im Pulver 10000 mahl dichter, a wöhnliche Luft, womit wir umgeben sind, und folglich das Pulver 10000 mahl schwerer seyn, als die ordentliche Luft. Da nun das V ungefehr 1000 mahl schwehrer ist, als die Luft, die Schwehre d aber nicht viel vom Wasser verschieden ist, so sieht man wohl, Hypothesis unmöglich bestehen kann, wann auch gleich das Pu anders wäre, als eine zusammen gepreßte Luft. Dahero glaubet o Autor, daß die Regel, krafft welcher die Elasticität der Luft ihrer portional seyn soll, bey sehr starken Zusammendrückungen nicht habe, und daß vielleicht die natürliche Luft, wann dieselbe zum E in einen tausend mahl kleinern Raum zusammen gedruckt wird, 10000 mahl grössere Elasticität erlange: welche Meynung mit de menen Lehre von der Beschaffenheit der Luft sehr wohl bestehen aber der Herr BERNOULLI diese Folgen aus der Resistenz der Luft und dieselbe beständig den Quadraten der Geschwindigkeit proport unser Autor aber die Resistenz bey sehr schnellen Bewegungen w befunden hat: so werden diese Folgen einer Correction nöthig habe man vielleicht die Elasticität der im Pulver enthaltenen Luft nic erstaunlich groß anzunehmen genöthiget seyn wird. Welcher U den folgenden Anmerkungen mit grösserm Fleiß untersuchet werd

---

1) Siehe die Anmerkung 1 p. 6. F. R. S.

ERSTES CAPITEL

VON DER GEWALT DES SCHIESS-PULVERS

ERSTER SATZ

Schieß-Pulver sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, ange- wird, so wird durch die Entzündung eine beständige, flüssige und mit einer Ausdehnungskraft versehene Materie hervorgebracht.

Venn man ein feuriges Eisen unter einen Recipienten setzt, die Luft telst einer Luftpumpe rein auspumpet, und alsdenn einige Pulverkörner s glüende Eisen fallen lässt: so wird das Pulver Feuer fangen, und der rius in dem damit befestigten Indice Mercuriali plötzlich herunter sinken. darauf wird derselbe zwar wiederum herauf steigen, seine vorige Höhe immer wiederum erreichen, sondern beständig um so viel tieffer stehen , je mehr man Pulver im Recipienten angezündet hat. Dieses ist ein ekanntes Experiment, und findet sich nach allen Umständen beschrieben Philosophical Transactions No. 295 von Mr. HAUKSBEE, an welchem meldet, daß, nachdem er eine geringe Quantität Pulver auf diese Art an- et, der Mercurius in dem Indice mercuriali, welcher vor der Loßbrennung oll hoch gestanden, darauf biß auf $12\frac{3}{4}$ Zoll herunter gefallen.[1]) Dieses

Diese Beschreibung findet man in den beiden Abhandlungen von FRANCIS HAUKSBEE n 1713): VI. *An Experiment made at a meeting of the Royal Society Dec. 20. 1704 of un-powder on a red hot iron in vacuo Boyliano.* VII. *An account of an experiment made the 26th 1704. To try the quality of air, produced from gun powder, fir'd in vacuo Boyliano.* ophical Transactions (London) 24 (1704/1705). 1706, p. 1806—1807. F. R. S.

Experiment beweiset also unstreitig, daß durch die Loßbrennung in dem Recipienten eine subtile elastische Materie hervorgebra durch deren Ausdehnungskraft das Quecksilber so tief herabgedru und daß folglich unser Satz, in Ansehung des Luft-leeren Raums, heit gemäß ist. Daß aber diese hervorgebrachte flüßige Materi daurend gewesen, erhellet aus demjenigen, was Mr. HAUKSBE dem Ort noch beyfüget, daß ungeachtet das Quecksilber nach wiederum gestiegen, dasselbe doch den folgenden Tag nicht $22\frac{1}{2}$ Zoll gestanden, und auch nachgehends diese Höhe unveränd habe. Daß hernach diese flüßige Materie elastisch, oder mit dehnungs-Kraft versehen gewesen, beweiset der niedrige Stand mercurialis zur Gnüge; indem dieselbe durch ihre natürliche Sch keine merkliche Würkung hätte hervor bringen können. Die auch daraus, daß sich diese Materie durch den gantzen Recipi breitet, welches ohne die Elasticität nicht hätte geschehen könne dieses Experiment gleicher Weise von statten, der Recipient ma klein seyn. Inzwischen ist aber der Fall des Mercurii um so v je grösser der Recipient genommen wird, wann man nehmlich ei tität Pulver behält: woraus folget, daß diese flüssige Materie, je dieselbe ausdehnen kan, eine um so viel kleinere Elasticität h folglich mit der Luft in diesem Stück überein komme.

Eben diese flüßige und elastische Materie wird hervorgebrac Pulver in der Luft angezündet wird.*) Denn, wann man eine kl tät Pulver in den obern Theil einer Glaßröhre legt, das unte Röhre aber ins Wasser taucht, so tief, daß nur ein geringer Th worinne das Pulver befindlich, ausser dem Wasser zu stehen alsdann die Röhre an dem obern Ende fest zuschliesset, daß Communication mit der äussern Luft gehoben wird, hernach abe vermittelst eines Brennglases in der Röhre anzündet: so wird plötzlich wie das Quecksilber bey dem vorigen Experiment zu und darinne beständig tiefer stehen bleiben, als vor der Ent Pulvers. Dieser Unterscheid wird auch um so viel grösser se

*) Man besehe HAUKSBEES *Phys. Mechan. Exper.*[1]) pag. 81.

1) FR. HAUKSBEE, *Physico-mechanical experiments on various subjects touchi tricity*, London 1709. F. R. S.

gezündet wird, und je enger die Röhre ist. Hieraus wird also auch
e Fall *unsers Satzes ausser Zweifel gesetzt, daß die Loßbrennung*
rs auch in der Luft eine fortdaurende elastische flüßige Materie
nge.

ZUSATZ

hat schon seit der Zeit des berühmten Boyle[1]) wahrgenommen, daß
erien durch die Gährung, und andere chymische Operationen, ein
asticum, welches in vielen Stücken der natürlichen Luft sehr ähn-
it, hervorbringen. Man hat auch gleicher Weise befunden, daß an-
ischungen in verschiedenen Umständen einen Theil der umliegenden
ch schlucken und gleichsam verzehren. Insonderheit aber hat man
, daß alle verbrennliche Cörper, und alle schwef'lichte Dämpfe,
ssen Theil der Luft zerstören, und solche entweder in sich ver-
oder zum wenigsten ihrer Elasticität berauben. Diese Hervorbrin-
Verzehrung der Luft in chymischen Processen ist neulich sehr
und glücklich von dem Hrn. Hales in seiner *Vegetable Statics*[2])
et worden. Aus diesen Gründen folget nun, daß in dem letztern
it *der schwef'lichte Rauch, welcher bey Entzündung des Pulvers*
etwas von der in der Röhre zurück gelassenen Luft verzehren
Dahero ist nöthig, daß man bey diesem Experiment so wenig Luft
hre zurück lasse, als möglich ist, damit die Richtigkeit des Experi-
rch die verschluckte Luft, wann dieselbe der hervorgebrachten ela-
Materie beynahe gleich käme, nicht unterbrochen werde.

u kommt noch ein anderer Umstand, weswegen es rathsam ist, in
ern Experiment sehr wenig Luft in der Röhre zu lassen. Dieser
ürkung des Feuers, als wodurch die Elasticität der zurückgebliebenen
starck vermehret wird; welcher folglich nebst der neu hervorge-
elastischen Materie die Röhre nicht wiederstehen, sondern zerspringen

[1]) ...bert Boyle (1627—1691). F. R. S.
[2]) ...ephen Hales (1677—1761), *Vegetable Statics*, London 1727. F. R. S.

ZWEYTER SATZ

eine ausführlichere Erklärung der Umstände, welche bey der Loßbrennung , sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, bey den beyden vorhergemeldten Experimenten beobachtet werden.

eine genugsame Quantität Pulver unter einem Recipienten, woraus öllig gepumpt worden, vermittelst eines glüenden Eisens angezünso fällt der Index mercurialis augenblicklich, steigt aber auch soerum hinauf, und bleibet, nach einigen wenigen Oscillationen, deren r der ersten sehr merklich ist, auf einer Höhe, so weit geringer der Loßbrennung, dem Ansehen nach still stehen: und dieses ist Punct, worauf wir in unsern Experimenten hauptsächlich gesehen. gleich das Quecksilber diesen scheinbaren Ruhe-Punct erreichet, sselbe dennoch noch eine geraume Zeit fort zu steigen, obgleich , daß man keinen Unterscheid so bald merken kann. Unter dessen ieses unvermerkliche Steigen je länger je langsamer, und hört auch ig auf, dergestalt, daß dasselbe bey einem Punct, so niedriger ist, r der Entzündung des Pulvers gestanden, gänzlich fest stehen bleibt. ben diese Umstände ereignen sich, wenn Pulver, wie im zweyten beschrieben worden, in einer Röhre, ohne vorher die Luft aushaben, angezündet wird.

ese Begebenheiten rühren nun von den verschiedenen Veränderunelche in dem aus der Entzündung des Pulvers entstandenen Fluido rgehen. Der erste plötzliche Fall des Quecksilbers wird verursar Gewalt dieser flüßigen Materie, so lange die Flamme dauret, die Ausdehnungs-Kraft derselben noch vielmehr vermehret wird. r die Flamme und zugleich die heftige Erhitzung dieser Materie wird auch die Elasticität derselben wiederum vermindert: welches, r kurzer Zeit geschieht, so steiget auch das Quecksilber sehr bald rsten Fall wiederum herauf, welches Steigen so lange dauret, biß e Materie mit dem Recipienten einerley Grad der Wärme erreichet; scheinet der Mercurius still zu stehen. Daß aber dieselbe noch unvermerkt höher kommt, rühret theils von der darauf folgengen Abkühlung des Recipienten, als welcher durch die Entzündung

Luft auf eine vortheilhafte Art ausgesetzt wird, kann beständig immer neuen Salpeter hervor bringen. Ob aber gleich diese Meynung, daß die durch Entzündung des Pulvers erzeugte subtile elastische Materie nichts anders als eine natürliche Luft ist, der Wahrheit vollkommen gemäß scheinet, so ists doch zu unserm Vorhaben einerley, ob dieselbe wahr oder falsch ist. Denn es ist uns genug, daß wir wissen, daß eine solche elastische Materie vorhanden ist, von welcher die Würkungen des Pulvers ihren Ursprung haben. Dieselbe mag nun Luft sein, oder nicht, so behalten unsere Schlüsse doch eben dieselbe Kraft; indem dieselben auf die Eigenschaften, welche die Experimenten klärlich ausweisen, und nicht auf blosse Speculationen über die Natur derselben gegründet sind.

ANMERKUNG

Man kann sich also das Pulver als eine solche Materie vorstellen, welche eine über die massen stark zusammen gedrückte Luft in ihren Theilgen eingeschlossen hält, und dabey so beschaffen ist, daß diese Behältnisse durch die Entzündung plötzlich geöfnet, und die eingeschlossene Luft in Freyheit gesetzt wird, sich auszudehnen. Denn auf solche Art müssen eben diejenigen Würkungen entstehen, welche bey den oben angeführten Experimenten wahrgenommen worden: so bald nehmlich diese eingeschlossene und sehr stark zusammengepreßte Luft durch die plötzliche Entzündung von ihren Banden befreyet wird, so erhält dieselbe durch die grosse Hitze des Feuers einen starken Zuwachs ihrer Ausdehnungskraft, und treibet folglich im ersten Experiment das Quecksilber, im andern aber das Wasser viel weiter zurück, als die blosse Ausdehnungskraft zu verrichten vermögend wäre; da aber diese grosse Erhitzung gleichsam nur einen Augenblick dauret, so lässt auch diese grosse Elasticität so gleich wiederum nach, und verursachet also, daß das Quecksilber und Wasser gleich nach dem ersten Fall wiederum in die Höhe steigt. Weil aber hierauf noch einige Zeit das Aufsteigen sehr langsam fortdauret, und die Ursache davon sowohl in der Verzehrung der Luft, welche von den schweflichten Dämpfen des Pulvers verursachet wird, als in der allmähligen Abkühlung des Recipienten verborgen liegt, so siehet man, daß diese Verzehrung sehr langsam vor sich gehe, und also die hierüber angestellten Experimenten nicht unrichtig mache, wie schon bey dem ersten Satz angemerket worden. Da also nicht nur eben dieselbe Würkung erfolget, wenn

man annimmt, daß in dem Pulver eine sehr heftig zusammen ge
befindlich ist, sondern auch die aus dessen Entzündung würklic
brachte subtile elastische Materie alle übrige Eigenschaften der
kommen besitzet, so hat man um so viel weniger Ursache zu zw
dieselbe nicht in der That Luft seyn solte: da aus der Erfahrun
bekannt, daß die Luft ein aus allen elastischen Ausdünstungen d
Cörper vermischtes Wesen sey, dahero man jederzeit eine jegliche
terie, welche mit der Luft einerley Schwehre und einerley Ela
ohne zu fehlen für eine wahrhafte Luft halten kan. Man kan h
eine besondere Art von Veränderung abnehmen, welche in der Lu
vorgeht. Denn da durch die Gährung, wie bey der Loßbrennung
geschieht, die in den Cörpern eingeschlossene zusammen gepreßte
bricht, und sich mit der offenen Luft vereiniget, so giebt es wied
Cörper, welche die Luft in sich schlucken, und in ihre Poros zu
drucken vermögend sind, worinne dieselbe so lange bleibt, biß sie
findet, wiederum heraus zu brechen. Und auf eben diese Art ka
greiffen, wie der Salpeter und andere Cörper, so eine solche zu
preßte Luft in ihren Poris eingeschlossen halten, nach und nach erze

DRITTER SATZ

*Die Elasticität oder Ausdehnungs-Kraft der aus dem Pulver erzeu
Materie ist, wann die übrigen Umstände einerley sind, ihrer Dich
sammenpressung proportional.*

Dieses folget hieraus, daß wenn man unter eben demselben
zweymahl so viel Pulver anzündet, der Mercurius in der gläs
auch zweymahl so tief herab sinkt. Da aber aus einer doppelte
Pulver zweymahl so viel von dieser elastischen Flüßigkeit erzeug
muß dieselbe in dem von Luft gereinigten Recipienten zweyma
seyn. Weil nun ihre Elasticität durch den Fall des Mercurii ang
so ist hieraus klar, daß mit einer doppelten Dichte auch eine d
sticität verknüpfet ist. Wenn auch gleiche Portionen Pulver in
nen Recipienten von ungleicher Grösse angezündet werden, auf e
wie oben beschrieben worden, so wird der Fall des Mercurii ac

viel grösser seyn, je kleiner der Recipient gewesen. Je kleiner aber der im Recipienten befindliche Raum ist, je dichter muß die aus dem Pulver erzeugte Materie seyn; und also ist auch in diesem Fall die Elasticität der Dichte proportional.

Weil man aber in den gewöhnlichen Experimenten von dieser Art genöthiget ist, sehr wenig Pulver zu gebrauchen, und es dahero nicht möglich ist, die wahre Proportion zwischen der Dichte, und der damit verknüpften Ausdehnungs-Kraft, auf das genaueste zu bemerken: so nahm ich einen ziemlich grossen Recipienten, welcher ungefehr 520 Cubische Zoll hielt, und ließ auf ein darunter gesetztes glüendes Eisen auf einmahl ein Drachma Pulver, nachdem die Luft völlig ausgepumpet worden, fallen: worauf das Quecksilber in dem Indice mercuriali accurat 2 Zoll tief fiel. Hernach glüete ich das Eisen zum zweyten mahl, und ließ, nachdem die Luft wieder wie vorher ausgezogen worden, 2 Drachmas Pulver darauf fallen, wodurch der Mercurius um $3\frac{3}{4}$ Zoll herab sunk. Es fiel aber etwas wenig vom Pulver neben das Eisen, welches, weil der Boden des Recipienten etwas feucht war, nicht Feuer fassete; und dieses scheinet die wahre Ursache zu seyn, warum das Quecksilber im letztern Fall nicht accurat zweymahl tiefer fiel, als im erstern. Wenn also im letztern Fall alles Pulver entzündet worden wäre, so würde der Mercurius um einen viertel Zoll tiefer, das ist, in allem auf 4 Zoll gefallen seyn, woraus wiederum erhellet, daß die Elasticität dieser aus dem Pulver erzeugten Materie ihrer Dichte proportional sey.

ANMERKUNG

Aus diesen Experimenten erhellet ziemlich klar, daß wenn die aus dem Pulver erzeugte elastische Materie in einem zwey mahl, oder drey mahl, oder vier mahl kleinern Raum eingeschlossen wird, ihre Elasticität auch 2, 3 oder 4 mahl grösser werde. Denn ungeachtet man noch zweifeln könnte, ob sich diese Proposition in der That so verhalte, oder ob dieselbe nur beynahe statt finde, immaßen durch diese Experimente eine geringe Abweichung von dieser Regel nicht beobachtet werden könnte, so hat man doch diese Proposition durch eine andere Art Versuche in der Luft richtig befunden. Da nun diese subtile Materie von der Luft nicht unterschieden ist, so hat man auch keine Ursache, an der Wahrheit dieser Proposition zu zweifeln. Dieses verstehet

[illegible] nur, wenn der Unterscheid zwischen den verschiedenen Zusa
[illegible] deren Elasticität man untersuchen will, nicht allzugroß ist.
[illegible] man gleich versichert seyn kann, daß wenn die gewöhnliche Luft i
[illegible] mahl kleinern Raum gebracht wird, ihre Elasticität auch zieml
[illegible] zehen mahl grösser werde, so folget daraus doch noch nicht, da
diese Proposition auch bey den stärksten Zusammendrückungen unve
bleibe, indem es gar wohl möglich wäre, daß zum Exempel eine hunde
dichtere Luft etwas mehr oder weniger, als hundert mahl elastische
Und dahero wird hierdurch die oben angeführte Muthmassung des Hr
[illegible], welcher glaubt, daß eine 1000 mahl dichtere Luft vielleic
[illegible] mahl grössere Elasticität haben könne, noch keineswegs bes
Weil sich nun in dem Pulver eine so sehr zusammen gepreßte Luft b
deren Dichte die Dichte der natürlichen Luft etliche 100 mahl übert
bleibet noch sehr zweifelhaft, ob die Elasticität derselben accurat e
[illegible] mahl grösser sey, als der natürlichen. Dahero kann man nicht sag
dieser Satz des Autoris ohne Einschränkung mit der Wahrheit übereins
sondern, wenn der angeführte Beweis gelten soll, so müsste man d
dergestalt einschränken, daß die Elasticität der Dichte der Luft nur
proportional sey, wenn sich in der verschiedenen Dichte kein allzu
Unterscheid befindet.

VIERTER SATZ

Die Elasticität und Menge dieser subtilen Materie, welche aus einer g
Quantität Pulver gezeuget wird, genau zu bestimmen.

Weil die verschiedenen Arten von Pulver auch verschiedene Qua
von dieser subtilen Materie, nach dem Unterscheid ihrer Güte, hervor
so ist nöthig, ehe sich etwas in diesem Stück bestimmen lässt, daß n
von der Art desjenigen Pulvers, welches man bey der Untersuchung b
will, versichere. Ich habe zu diesem Ende diejenige Sorte erwehlet,
zum Gebrauch der Regierung bereitet zu werden pflegt; als wobey
eines Contracts, beständig einerley Proportion der Materialien bey
werden muß. Diese Art ist also zu Anstellung der Versuche weit be
als die andern Arten, welche nach eines jeden Gutdünken gemacht

em also die Art des Pulvers, welches zu diesen Experimenten ge-
rden soll, festgesetzt worden, so müssen wir noch diese nachfol-
Grundsätze, welche in dem Zusatz des zweyten Satzes erinnert
raus setzen. Erstlich, daß die Elasticität dieser subtilen Materie
Hitze vermehret, durch die Kälte aber vermindert werde, nach eben
en, welche man bey der Luft wahrnimmt. Zweytens, daß die
er Materie, und folglich auch ihre Schwehre, einerley sey mit einer
antität Luft, welche eben den Grad der Elasticität und Wärme

em in dem vorigen Satz angeführten Experiment erhellet also,
achma oder $\frac{1}{16}$ Untz Avoir du poise, oder 27 Gran Troy Gewicht
Quecksilber um zwey Zoll fallen macht, da solches vorher beynahe
ch gestanden. Wenn man also 15 mahl mehr Pulver, nehmlich
Troy Gewicht genommen hätte, so würde das Quecksilber gänzlich
llen, und also die im Recipienten befindliche subtile Materie mit
der naturlichen Luft im Gleichgewicht gestanden seyn, folglich
uft, in der wir leben, einerley Elasticität gehabt haben. Der Raum
nten hielt in seiner Ausmessung 520 cubische Zoll, woraus folget,
an Pulver durch ihre Entzündung 520 cubische Zoll einer subtilen
rvorbringen, welche mit der ordentlichen Luft einerley Grad der
haben. Folglich wird eine ganze Untze Pulver ungefehr 575[1]) cu-
von einer solchen subtilen Materie erzeugen.

ber von der Dichte dieser subtilen Materie urtheilen zu können,
merken, daß ein Theil der jetzt gefundenen Elasticität von der
im Recipienten befindlichen glüenden Eisens verursachet worden.
n die gemeine Wärme des Recipienten merklich kleiner gewesen,
denden Wassers, welcher Grad der Wärme die Elasticität der Luft
m den dritten Theil zu vermehren pflegt: so habe ich aus allen
geschlossen, daß der aus diesem Grund entstandene Zuwachs der
den fünften Theil möchte beygetragen haben. Wenn also der Re-
t der äusseren Luft einerley Grad der Wärme gehabt hätte, so
Quecksilber, an statt 2 Zoll, nur um $1\frac{3}{5}$ Zoll haben fallen müssen.
daher auch die obgefundenen 575 Zoll um den fünften Theil ver-
welches noch 460 cubische Zoll gibt. Eine solche Quantität von

1) englische Original enthält diese Zahl auch. Die Rechnung ergibt jedoch $554\frac{2}{3}$.
F. R. S.

dieser subtilen elastischen Materie, welche mit der Luft einerley Elasticität und Dichte hat, ist derowegen in einer Untze Pulver und wird daraus durch die Entzündung hervorgebracht. Nun 460 Cubische Zoll gemeine Luft ungefehr 131 Gran, und da eine gleichen ich gebraucht habe, 437 Gran hält, so trägt diese im Pul liche subtile Materie am Gewicht den $\frac{131}{437}$ Theil, oder beynahe $\frac{3}{10}$ Gewichts des Pulvers aus.

Wenn man die Quantität dieser subtilen Materie, in Ansehung welchen das Pulver einnimmt, zu wissen verlangt, so ist zu 1 Unze und 1 Drachm. oder 17 Drachm. Avoir du poise Pulver, selbe wohl zusammen gedruckt wird, 2 Cubische Zoll ausfüllen. Rechnung aber müssen 17 Drachm. und also 2 Cubische Zoll P cubische Zoll einer solchen subtilen Materie, welche der Luft gl sich enthalten. Dahero ist in einem cubischen Zoll Pulver so vi ser Materie eingeschlossen, welche, wenn sie sich so weit ausdeh mit der natürlichen Luft einerley Dichte und Elasticität erhält, von 244 cubischen Zollen ausfüllen wird.

Um aber diese Bestimmung noch mehr zu bekräftigen, so verschiedenen mahlen eine Drachmam Pulver in einem Luft-leeren welcher 470 cubische Zoll hielt, vermittelst eines Brennglases Diese Versuche waren etwas mühsamer, als die vorigen, in Pulver durch Hülfe eines glüenden Eisens angezündet worden dauret bißweilen sehr lange, ehe das Pulver Feuer fangen will, Zeit bißweilen Luft in den Recipienten hineindringen, und die fo messung unrichtig machen kan. Ueber dieses blieb auch gemei der vierte Theil des Pulvers unentzündet, und wurde im Recipie zerstreuet. Um also hierinne eine Gewißheit zu erlangen, so sa die unverbrennten Pulverkörner zusammen, wog dieselben, und ve geschehenen Fall des Quecksilbers nach dieser Proportion, damit bey einem jeglichen Experiment auf eine gantze Drachmam Pul Solchergestalt fand ich bey dem ersten Experiment $2\frac{1}{10}$; bey $1\frac{8}{10}$; bey dem dritten $2\frac{1}{10}$ und bey dem vierten $1\frac{85}{100}$ Zoll. Hiervo ein Mittel, und schloß, daß der von einer Drachma Pulver veru des Quecksilbers seyn müßte $1\frac{96}{100}$ Zoll, für den Recipienten, wel bische Zoll hielt. Hieraus folget, daß eine Drachma Pulver in gebrauchten Recipienten von 520 cubischen Zollen das Quecksilber

ben fallen machen. Was nun in diesen Experimenten wegen der im
n entstandenen Hitze muß abgezogen werden, ist sehr geringe.
ndem ich ein klein Thermometer unter den Recipienten gesetzet, so
daß die Hitze nicht grösser war, als die gewöhnliche Sommer-
elche die Luft gemeiniglich um den zwölften Theil mehr ausdehnet.
n nun $1\frac{77}{100}$ um den zwölften Theil vermindert, so kommen $1\frac{62}{100}$
s, welches sehr wenig von $1\frac{3}{5}$ oder $1\frac{60}{100}$ Zoll, die vorher gefunden
nterschieden ist. Dahero der vorhergemachte Schluß gültig bleibt,
die in einer jeglichen Quantität Pulver enthaltene subtile Materie,
elbe sich so weit ausdehnet, biß sie mit der natürlichen Luft einerley
hält, einen 244 mahl grössern Raum einnimmt, als das Pulver,
eselbe entstanden.

Verhältniß stimmet auch sehr wohl mit dem Experiment überein,
AUKSBEE in seinem *Phys. Mech. Experiments* p. 81 anführet[1]. Denn
daß ein Gran Pulver durch die Entzündung einen cubischen Zoll
lastischen und der Luft ähnlichen Materie hervor bringe. Wenn
die Verhältniß des Raums, welchen das Pulver einnimmt, zu dem
chen die daraus erzeugte subtile Materie, nachdem dieselbe mit der
Luft einerley Dichte erreichet, erfüllet, zu wissen verlangt, so
be von HAUKSBEE angegeben, wie 1 zu 232; welche Abweichung
nsrigen so geringe ist, daß dieselbe bloß allein von dem Unterscheid
s mag hergekommen seyn. Hieraus können wir auch den Schluß
ß die äussere Luft in der Erzeugung dieser subtilen Materie aus
r keine Veränderung verursache. Denn wann wir des HAUKSBEES
nit unsern eigenen vergleichen, so erhellet, daß aus dem Pulver
ol dergleichen subtile Materie in der Luft, als in einem Luft-leeren
vor gebracht worden.

also diese aus dem Pulver erzeugte subtile Materie sich nicht aus-
nnte, sondern in eben dem Raum, welchen vorher das Pulver ein-
eingeschlossen bliebe, so würde dieselbe 244 mahl dichter seyn,
n auch eine 244 mahl grössere Elasticität haben, als die natürliche
dieselbe nehmlich mit der Luft auch einerley Grad der Wärme
e. Allein, da dieselbe durch die Entzündung sehr erhitzet wird, so
in diesem Zustande ihre Elasticität noch weit grösser seyn.

e die Anmerkung 1 p. 50. F. R. S.

... folget also unstreitig, daß, wenn eine Quantität Pulver in ... Raum, welcher damit völlig angefüllet wird, entzündet ... dieses Raums im ersten Augenblick mit einer Gewalt ge... ..., welche weit mehr, als 244 mahl grösser ist, als der ... Luft, wegen des grossen Grads der Erhitzung, worinn ... gleich nach der Entzündung befindet. Wie groß aber di... ... der von dieser Hitze entstandenen Elasticität eigentlich sey, ... Satze untersuchet werden.

unser Autor Gouvernements-Pulver nennet, angefüllet ist, so ist viel von der hier beschriebenen elastischen subtilen Materie ent-lche, biß sie mit der natürlichen Luft einerley Dichte erhält, einen 244 cubischen Schuhen einzunehmen vermögend ist. Und da diese lange sie sich in dem Pulver so sehr zusammen gepreßt befindet, il des Gewichts derselben ausmacht, so beträgt, wie wir gesehen, il $\frac{3}{10}$ des Gewichts. Dahero sind je in 10 Pfund Pulver 3 Pfund gepreßte Luft enthalten.

r ist hier zu merken, daß ob gleich die aus dem Pulver in einem nen Raum erzeugte Luft 244 mahl dichter ist, als die natürliche och aus dem vorigen noch nicht folgt, daß die Elasticität derselben nahl grösser sey, als der natürlichen: indem wie schon gemeldet, arüber angestellten Experimenten nicht mehr folgt, als daß diese statt finde, wann die Luft nicht allzu stark zusammen gepreßt könnte also diesem ungeachtet gar wohl seyn, daß eine 244 mahl uft eine mehr als 300 mahl stärkere Ausdehnungs-Kraft besässe; weifel durch andere Experimente ausgemacht werden muß. Im a auch die Dichte der natürlichen Luft in den verschiedenen Jahres-nlich veränderlich ist, so hätte auch bey einem jeglichen Experi-Grad der Wärme bemerket werden können. Weil man aber zu vollkommenen Erkenntniß der Gewalt des Pulvers nicht gelangen man nöthig hätte auf solche Kleinigkeiten Acht zu haben, so ist rlassung wohl zu entschuldigen.

FÜNFTER SATZ

chs der Elasticität der Luft zu bestimmen, wann dieselbe auf den Grad des glüenden Eisens erhitzet wird.

ieses zu bestimmen, nahm ich ein Stück von einem Musketen-Lauf, 3 Zoll lang, und ließ dasselbe an einem Ende völlig zuschliessen, Ende aber spitzig ausziehen, daß die Oefnung im lichten nicht $\frac{1}{8}$ Zoll austrug. Diese Röhre ließ ich bey einem Schmidt gantz d machen, und tauchte dieselbe mit dem offenen Ende abwärts ge-ein Gefäß voll Wasser, so lange, biß sie völlig abgekühlet war.

Hierauf nahm ich dieselbe mit aller Behutsamkeit wiederum aus dem und wog das Wasser, welches in währender Abkühlung hinein getre auf das genauste. In drey verschiedenen nach einander angestellten V betrug das Gewicht dieses Wassers 610, 595 und 600 Gran: die gan aber hielt 796 Gran Wasser. Dahero in diesen Experimenten noch Luft in der Röhre geblieben, als 186, 201 und 196 Gran Wasser ei und dieses war auch ohne Zweifel alle Luft, welche in der Röhre, dieselbe gläete, befindlich war. Folglich verhält sich die Elasticität wenn dieselbe auf den äussersten Grad des rotglüenden Eisens erhit zur Elasticität eben derselben Luft, wenn sie mit der natürlichen Luf Grad der Wärme angenommen, wie der gantze Innhalt der Röhre dem vor der abgekühlten Luft eingenommenen Theil, der in den d stellten Versuchen war 186, 201 und 196; und wenn wir dazwis Mittel nehmen, wie 796 zu $194\frac{1}{3}$, oder bey nahe, wie 4 zu 1.

Die Hitze, welche der Röhre bey diesen Versuchen gegeben w derjenige Grad, welchen die Schmiede die weisse Hitze zu nenne Uebrigens muß man hierbey verhüten, daß bey dem Ablöschen der Rö wässerigte Dünste hinein dringen, und die darinne noch befindliche Lu treiben, wodurch das ganze Experiment unrichtig gemacht würde. Z Ende ließ ich einen eisernen Drath machen, welcher in die Oefnung genau paßte, und damit verstopfte ich jederzeit die Röhre, ehe ich si Feuer nahm, und ließ auch denselben so lang darinne, biß die Abk Wasser geschehen war. Hierauf zog ich erst unter dem Wasser die heraus, damit das Wasser herein gehen, und den von Luft entledig anfüllen konnte.

ANMERKUNG

Da die Luft, welche die Röhre, so lange sie glüend war, gä füllte, nach der Abkühlung nur noch den vierdten Theil einnahm, hieraus unstreitig, daß wenn die Luft in einem verschlossenen Rau den Grad des glüenden Eisens erhitzet wird, ihre Elasticität vie groß seyn werde, als vorher, und daß dieselbe also mit der natürl nicht eher im Gleichgewichte seyn könne, als biß sie sich in ein grösseren Raum ausgebreitet. Ob nun gleich dieses bey der natürl seine völlige Richtigkeit haben mag, so hat man doch noch gros

ı, ob eine etliche hundert mahl dichtere Luft, dergleichen im Pulver sen ist, gleichfalls eine 4 mahl grössere Elasticität bekomme, wenn if eben den Grad erhitzet wird. Da es also noch ungewiß scheinet, ıft, welche etliche hundert mahl dichter ist, als die natürliche, mit ıber einerley Grad der Wärme hat, auch accurat eben so vielmahl isch sey, so scheinet noch viel mehr ungewiß zu seyn, ob die Ela-ıer so dichten Luft, wenn dieselbe auf den Grad des glüenden itzet wird, just 4 mahl grösser werde, weil man diese Vermehrung gewöhnlichen Luft wahrgenommen: weswegen bey den folgenden ıngen nöthig seyn wird, wohl auf diese Umstände Achtung zu nit nicht alles als gewiß und bewiesen angenommen werde, woran wichtige Ursachen zu zweifeln haben kan.

SECHSTER SATZ

ıen, um wie viel die Elasticität der subtilen Materie, welche aus dem ·ugel wird, noch durch die Hitze, womit die Entzündung begleitet wird, vermehret werde.

dieso subtile elastische Materie mit der Luft eine solche Aehnlich-laß beydes Elasticität und Dichte durch die Wärme und Kälte auf ıe Art verändert werden; wann wir setzen, daß bey Entzündung rs eine so grosse Hitze entstehet, welche derjenigen, so an dem Eisen verspühret wird, gleich kommt: so muß die Elasticität der Pulver erzeugten subtilen Materie im ersten Augenblicke der Ent-viel grösser seyn, als nachgehends, wann dieselbe schon mit der Luft auf einerley Grad der Wärme gekommen, und das in der Pro-ie 796 zu $194\frac{1}{8}$ oder bey nahe wie 4 zu 1, das ist, im ersten ‹e mußte die Elasticität dieser subtilen Materie wegen der Hitze össer seyn, als sie in Ansehung ihrer blossen Dichte seyn würde. aber die Hitze, welche bey Entzündung einer merklichen Menge ntsteht, nicht geringer ist, als eines glüenden Eisens, solches ist dem Ansehen der Flamme, und aus der Natur der Materien, woraus r besteht. Denn dieses Feuer ist ohne Zweifel eben so kräftig als

gemeines Feuer; und da bekannt ist, daß ein jegliches Feuer hinreiche Eisen zum Glühen zu bringen, so kan auch dem Feuer selbst ein Grad der Hitze nicht abgesprochen werden.

Wann wir also annehmen, daß die Flamme, welche bey Entzünd Pulvers entsteht, keine geringere Hitze als glüendes Eisen bey sic und daß die Elasticität der aus dem Pulver entstandenen subtilen davon nach der Verhältniß wie $194\frac{1}{3}$ zu 796 vermehret werde, wie vorigen Satz gefunden worden: so folget hieraus, daß, da diese Mate lange sie in eben dem Raum eingeschlossen bleibt, 244 mahl dichter die gemeinere Luft, ihre Elasticität nicht nur 244 mahl, sondern we Erhitzung $\frac{2388}{583}$ mahl 244 mahl, das ist $999\frac{1}{3}$ mahl grösser seyn müsse, Elasticität der gemeinen Luft. Welche Vermehrung aus vorher ang Gründen genugsam erhellet.

Hieraus kan also die wahre Grösse der Gewalt des Pulvers in Augenblick der Entzündung angezeiget werden. Denn, da diese sub terie, welche daraus erzeuget wird, eine elastische Kraft hat, so 99 nach einer vollen Zahl 1000 mahl grösser ist, als der gemeinen Luft, meine Luft aber auf eine gegebene Fläche einen Druck ausübet, welc Gewicht der Athmosphäre gleich ist, als mit welcher die Elasticität im gewicht steht: so muß die Gewalt des entzündeten Pulvers im erster blick, ehe sich dieselbe ausdehnet, 1000 mahl grösser seyn, als der D Athmosphäre; und folglich muß diese Gewalt, welche auf eine Flä einem Quadrat-Zoll ausgeübet wird, über 6 Tonnen am Gewicht Diese Gewalt aber nimmt gleich ab, so bald sich diese elastische mehr ausdehnet, und ihre Erhitzung vermindert wird, wie in den Sätzen gezeiget worden.

ZUSATZ

Ob wir hier gleich angenommen haben, daß die Hitze des Pulver dasselbe in einer ziemlichen Menge angezündet wird, der Hitze des wann dasselbe glüend roth gemacht wird, oder dem Anfang der weiss gleich komme, welche Bestimmung noch im folgenden durch manche mente bekräfftiget werden wird: so ist doch kein Zweifel, daß da welches bey der Entzündung entstehet, gleich allen andern Feuer etwas variiren sollte, je nachdem sich dabey mehr oder weniger v liche Materie befindet; und es ist leicht abzunehmen, daß, nach der

des Pulvers, welche zugleich angezündet wird, die Flamme alle verschiedene Grade der Hitze, nehmlich von demjenigen, welcher das Eisen glüend roth macht, biß zu demjenigen, welcher die Metallen in Glas zu verwandeln vermögend ist, haben könne. Allein da die zu diesem letztern Ende erforderte Menge Pulver so groß ist, daß der Fall, da so viel Pulver auf einmahl angezündet werden sollte, im Kriegswesen niemahls vorkommt, so werden wir durch unsere folgende Experimente finden, daß wir uns nicht weit von der Wahrheit entfernen, wenn wir annehmen, daß die Hitze, welche bey den gewöhnlichen Quantitäten Pulver, so zugleich angezündet zu werden pflegen, entstehet, beynahe einerley sey mit der grösten Hitze, welche das roth glüende Eisen haben kann, wann wir nur in unsern Untersuchungen diesen Grad der Hitze, bey grösseren Quantitäten Pulver etwas vermehren, bey kleinern aber etwas vermindern.

ANMERKUNG

Vielleicht werden sich einige wundern, daß eine jede Flamme einen eben so grossen Grad der Hitze in sich haben soll, als glüendes Eisen, angesehen man die Hand ohne Schaden geschwind durch das Feuer ziehen, kein glüendes Eisen aber ohne Gefahr anrühren kann. Es ist aber hierbey zu merken, daß ungeachtet zwey Cörper einerley Grad der Wärme haben, uns dennoch derjenige, welcher dichter ist, dem Gefühl nach viel wärmer vorkomme, als der dünnere. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Kälte. Denn es ist jedermann bekannt, daß uns im Winter das Wasser, oder ein Eisen, welches lange in der Kälte gelegen, viel kälter vorkomme, als die Luft, obgleich nach Anzeige des Thermometers bey allen einerley Grad der Kälte befindlich ist. Die Ursache hiervon ist auch leicht zu begreiffen. Denn, wenn wir einen Cörper anrühren, dessen Grad der Wärme oder Kälte merklich von dem Grad unsers Gliedes unterschieden ist: so ist unsere Empfindung um so viel stärker, je mehr Theilchen des Cörpers uns berühren, indem ein jegliches Theilchen eine Aenderung in unserm Gliede verursachet. Weil nun ein dichterer Cörper in eben demselben Raum mehr Theilchen enthält, so wird auch die Empfindung, so aus dessen Berührung in uns entsteht, viel stärker, und dahero kommt uns ein kaltes Eisen viel kälter vor, als Wasser oder Luft, ob sich gleich in beyden einerley Grad der Kälte befindet. Hieraus wird man nun leicht verstehen, warum uns ein glüendes Eisen heisser scheine,

als das Feuer. Wenn man aber ferner bedenket, daß das Eisen seine ganze Hitze von dem Feuer erhalten, so muß man auch zugeben, daß eben derselbe Grad der Hitze im Feuer stecke, uns aber nur deßwegen nicht so heftig scheine, weil die Flamme ein sehr rarer oder dünner Cörper ist. Ob aber gleich die Flamme einen so hohen Grad der Hitze in sich hat, so wird doch einige Zeit erfordert, ehe sie solche einem Cörper mitteilen kann, und zwar um so viel mehr, je grösser und je dichter der Cörper ist, den man ins Feuer legt. Da nun die oben gemeldte elastische Materie sehr dünne ist, so ist leicht zu erachten, daß dieselbe gleichsam in einem Augenblick eben den Grad der Hitze annehmen müsse, welchen die Flamme hat: daß dieser Grad aber sehr heftig seyn müsse, läßt sich daraus abnehmen, daß eine Canone, wenn aus derselben etliche mahl hintereinander geschossen worden, einen solchen Grad der Hitze bekommt, daß man genöthiget ist, dieselbe mit Wasser abzukühlen. Da nun bey einem jeden Schuß die Flamme, von welcher diese Wärme entsteht, nur einen Augenblick dauret, so sieht man wohl. daß diese Hitze sehr groß seyn müsse, um einem Stück in so kurzer Zeit einen so merklichen Grad der Wärme mittheilen zu können. Im übrigen sind in der hier befindlichen Bestimmung zwey Sätze, unter dem Schein, als wenn dieselben schon bewiesen wären, angenommen worden, an welchen man gleichwohl noch grosse Ursache zu zweifeln haben kann, wie schon vorher angemerket worden. Erstlich ist nehmlich noch ungewiß, ob eine so sehr zusammen gepreßte Luft, welche 244 mahl dichter ist als die natürliche, auch accurat 244 mahl mehr elastisch sey. Hernach ist auch noch nicht ausgemacht, ob eine so dichte Luft von der Hitze eines glüenden Eisens gleichfalls eine 4 mahl grössere Elasticität erhalte, weil solches bey der natürlichen, und auch nicht allzusehr zusammen gepreßten Luft, wahrgenommen worden. Es wird allso rathsam seyn, diese Sätze nur so lange als richtig anzunehmen, biß aus der Vergleichung der folgenden Experimenten mit der hierauf gegründeten Theorie erhellen wird, ob dieselben mit der Wahrheit bestehen können oder nicht. Es wird also darauf ankommen, ob man vermittelst dieser Sätze im Stande seyn wird, alle aus der Erfahrung erkannte Würkungen des Pulvers zu erklären, wenn man diese beyden Sätze als gewiß annimmt, oder ob dieselben entweder eine allzugrosse oder allzukleine Würkung anzeigen werden. Nach des Hrn. Prof. Daniel Bernoulli Meynung müßte diese vom Autore bestimmte Kraft des Pulvers viel zu klein seyn, diejenigen Würkungen, welche uns die Erfahrung vorlegt, hervorzubringen; wir haben aber schon bemerket, daß derselbe die Resistenz der Luft in seinen Berechnungen

nicht so groß gesetzt, als der Autor dieselbe zu seyn behauptet, dahero man noch einige Hoffnung haben kann, daß die obgedachten beyden Sätze dem ungeachtet der Wahrheit noch gemäß seyn könnten. Dieses soll also in den folgenden Anmerkungen mit mehrerem Fleiß untersuchet werden.

SIEBENTER SATZ

Wenn die Länge und Weite eines Stückes, nebst der Schwehre der Kugel und der Ladung des Pulvers, bekannt sind, die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die Kugel aus dem Stücke herausgetrieben wird; es wird aber auch die Elasticität des Pulvers im ersten Augenblicke der Entzündung für bekannt angenommen.

Um diese Frage aufzulösen, werden wir uns der beyden folgenden Grund-Sätze bedienen.

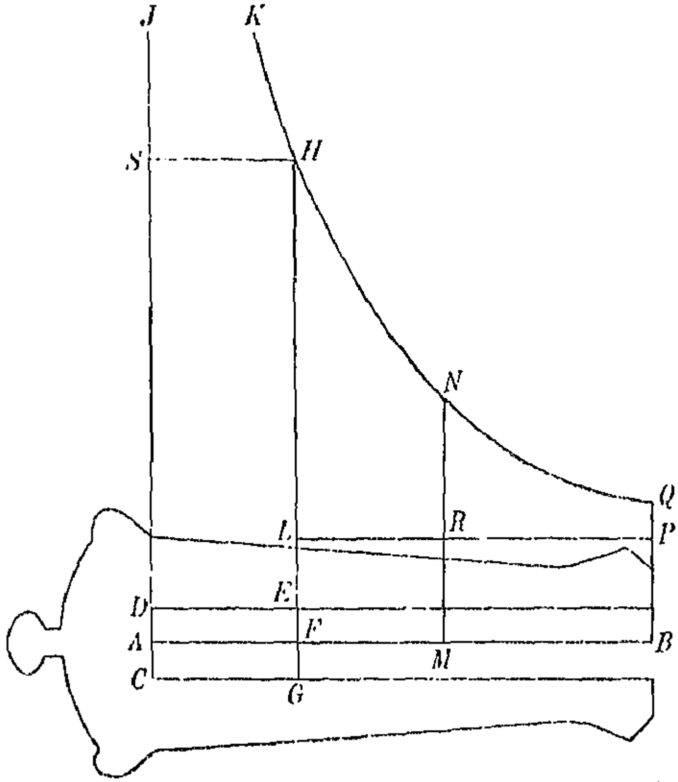
I. Daß die Würkung des Pulvers auf die Kugel aufhöre, so bald die Kugel aus dem Stück heraus getrieben worden.

II. Daß alles Pulver der Ladung entzündet und in eine elastische Materie verwandelt werde, ehe die Kugel merklich von ihrer ersten Stelle verrückt worden.

Wir werden diese beyden Articul im beygefügten Zusatz ausführlich beweisen: inzwischen aber dieselben als gewiß annehmen, aus welchen die nachfolgende Auflösung hergeleitet wird.

Es sey AB (Fig. 1, p. 70) die Axe der Canone, A der Grund und B die Oeffnung des hohlen Cylinders oder der Seele, CD der Diameter derselben, und $CDEG$ der Theil, welcher mit der Ladung des Pulvers angefüllt worden. Ferner setze man, daß die Kugel mit ihrem hintern Theil auf dem Pulver in EG aufliege, so wird der Druck, welchen die Kugel nach der Entzündung empfängt, auf einen Circul geschehen, dessen Diameter dem Diameter der Kugel gleich ist. Dahero die Kraft, womit die Kugel in der Direction FB fortgestossen wird, aus ihrem Diameter leicht bestimmt wird. Nun ziehe man die Linie FH perpendicular auf FB, und AJ derselben parallel, und beschreibe durch das Punct H eine Hyperbel $KHNQ$ zwischen den Asymtoten AJ und AB. Wenn man sich nun die Kraft, mit welcher die Kugel in F fortgetrieben wird, durch die Linie FH vorstellet, so wird die Linie MN die Kraft ausdrücken, womit die Kugel, wenn sie biß in M fortgerücket, nach

der Direction MB gestossen wird. Denn wenn sich die aus dem Pulv
zeugte elastische Materie biß in M ausdehnet, so wird sich ihre Elas
zu derjenigen, welche sie anfänglich, da sie noch im Raum AF eingesch
war, verhalten, wie die Linie AF zu AM, das ist wie MN zu FH, w



MN zum Theil *MR* verhalten, wie die an diesem Ort befindliche Kraft zum Gewicht der Kugel. Folglich wird kraft der 39ten Prop. Lib. I. NEWT. *Princ. Math. Phil. Nat.* die hyperbolische Area *FHQB* das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel von der Gewalt des Pulvers aus der Canone geschossen wird, vorstellen, die rechtlinichte Area aber *FLPB* wird auf gleiche Weise das Quadrat der Geschwindigkeit ausdrücken, mit welcher die Kugel ausgetrieben werden würde, wenn die forttreibende Gewalt allenthalben der Schwehre der Kugel gleich wäre; und also da diese beyden Figuren bekannt sind, so wird auch die Verhältniß zwischen diesen Geschwindigkeiten bekannt seyn. Die letztere Geschwindigkeit aber, welche die Kugel in ihrer Bewegung durch die Linie *FB* bekommen würde, wenn dieselbe beständig von einer ihrer Schwehre gleichen Gewalt fortgestossen würde, ist eben diejenige, welche die Kugel, wenn sie aus einer Höhe, so der Linie *FB* gleich ist, frey herunter fallen sollte, bekommen würde. Da nun diese Geschwindigkeit bekannt ist, so wird dieselbe zu derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel von der Gewalt des Pulvers würklich aus der Canone getrieben wird, sich verhalten, wie die Radix quadrata aus dem Rectangulo *FLPB* zur Quadrat-Wurzel aus der Hyperbolischen Figur *FHQB*, aus welcher Proportion folglich diese gesuchte Geschwindigkeit leicht bestimmet werden kann.

Um diese Auflösung durch ein Exempel zu erläutern, so laßt uns die Länge des hohlen Cylinders *AB* von 45 Zollen annehmen, der Diameter *DC*, oder vielmehr der Diameter der Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll, und die mit Pulver angefüllte Länge *AF* sey $2\frac{5}{8}$ Zoll. Hieraus wollen wir nun die Geschwindigkeit, womit eine bleyerne Kugel unter den angeführten Bedingungen aus dem Lauf *AB* heraus getrieben wird, suchen.

Aus dem vorigen Satz ist erstlich klar, daß die Kraft des Pulvers im ersten Augenblick der Entzündung, welche auf die Kugel würket, 1000 mahl grösser ist, als der Druck der ganzen Athmosphäre. Der mittlere Druck der Athmosphäre aber gleichet dem Gewicht einer Wasser-Säule, welche 33 Schuh hoch ist. Da sich nun die Schwehre des Bleyes zur Schwehre des Wassers verhält, wie 11,345 zu 1, so muß der Druck der Athmosphäre dem Gewicht eines bleyern Cylinders, so 34,9 Zoll lang ist, gleich kommen. Diese Zahl mit 1000 multipliciret, giebt einen Zylinder, so 34900 Zoll hoch, dessen Gewicht folglich der Kraft des Pulvers im ersten Augenblick nach der Entzündung gleich ist. Die bleyerne Kugel hält aber $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, und ist folg-

lich einem Cylinder gleich, dessen Höhe auf eben der Basi seyn wird $\frac{1}{2}$
Dahero ist die erste Kraft des Pulvers auf die Kugel 2 mahl 34900, da
69800 mahl größer, als das Gewicht der Kugel. Wann wir also F
setzen, so wird $FH = 69800$. Ferner ist $FB : FA = 45 - 2\frac{5}{8} : 2\frac{5}{8}$ das is
339 zu 21, und also das Rectangulum $FLPB$ zum Rectangulo $AFHS$
339 zu 21 · 69800, das ist, wie 1 zu 4324. Aus der bekannten Eigen
aber der Hyperbel, kraft welcher die Spatia der Hyperbel durch die
rithmos ausgedruckt werden können, folget, daß das Rectangulum
sich zur Area $FHQB$ verhalte, wie die Decimal-Fraction 0,43429 zum Logar
des Bruchs $\frac{AB}{AF} = \frac{360}{21}$. Der Logarithmus hiervon aber ist $= 1,2340579$[1]),
sich das Rectangulum $FLPB$ zur hyperbolischen Area $FHQB$ verhalten
wie 0,43429 zu 4324 · 1,2340579, das ist, wie 1 zu 12263, und folglich w
die Quadrat-Wurzeln daraus seyn, wie 1 zu 110,7, und diese Verhältniß
seyn zwischen der Geschwindigkeit, welche die Kugel, wenn sie aus
Höhe von FB oder von $42\frac{3}{8}$ Zollen frey herunter fiel, bekommen
und der Geschwindigkeit, mit welcher dieselbe würklich aus dem Lau
vom Pulver heraus getrieben wird. Wenn aber ein schwehrer Cörper 42
hoch herunter fällt, so erlangt er eine solche Geschwindigkeit, womit
Stand gesetzt wird, in einer Secunde 15,07 Schuh weit zu lauffen; dahe
die bleyerne Kugel, von welcher hier die Rede ist, indem sie bey B
getrieben wird, im Stand in einer Secunde $15{,}07 \times 110{,}7$, das ist, 1668
zurück zu legen. So groß ist demnach die Bewegung, welche der ble
Kugel von dem Pulver nach dem Grundsatze der hier festgesetzten T
eingedruckt wird.

Auf gleiche Weise kan auch die Rechnung für einen jeglichen
Fall angestellet werden. Wenn zum Exempel nicht der gantze Raum
welcher zwischen dem Boden des Stücks und der Kugel befindlich is
Pulver angefüllet, sondern nur ein Theil desselben, die Kugel aber glei
anfänglich in F gesetzt würde, so müßte man die Linie HF, und
auch den Platz $FHQB$ um eben so viel kleiner annehmen, als der
Raum AF grösser ist, als der Theil desselben, welcher mit Pulver an
worden. Sollte das Calibre des Stücks, oder der Diameter der Kugel,
oder kleiner seyn, die Linien AB und AF aber die vorige Länge be

1) Richtiger ist $\log \frac{360}{21} = 1{,}2340832$, welchen Wert denn auch EULER in seine
Anmerkung, p. 80, für $\log \frac{120}{7}$ genommen hat. F. R. S.

so würde so wohl die Quantität des Pulvers, als die Superficies der Kugel, auf welche das Pulver würket, nach dem Quadrat des Diameters grösser oder kleiner werden. Weswegen die Linie FH, welche der absoluten Gewalt des Pulvers durch die Schwehre der Kugel dividirt proportional ist, um so viel grösser oder kleiner angenommen werden muß, so viel mahl der Diameter der Kugel kleiner oder grösser ist. Wenn die Länge AF, welche sich zwischen dem Boden des Stückes und der Kugel befindet, grösser oder kleiner wird, so wird auch das Rectangulum in der Hyperbola $AFHS$, und zugleich die Area, so zwischen zwey Applicatis, welche eben dieselbe Verhältniß unter sich haben, in eben der Proportion grösser oder kleiner. Aus allem diesem folget also, daß die Area $FHQB$, welche das Quadrat der Geschwindigkeit, so der Kugel eingedrückt wird, vorstellt, proportional seyn wird, directe dem Logarithmo des Bruchs $\frac{AB}{AF}$ (wo AB die Länge des gantzen Laufs, AF aber die Länge des hinter der Kugel befindlichen Theils andeutet), über dieses auch directe dem Theil des Raums AF, so mit Pulver angefüllt ist, und der Länge des Raums AF selbst, reciproce aber dem Diameter der Kugel. Da wir nun die Geschwindigkeit einer gegebenen Kugel, so aus einem gegebenen Lauf von einer gegebenen Quantität Pulver, welche hinter der Kugel einen gegebenen Raum einnimmt, ausgeschossen wird, bestimmet haben: so kann durch diese Verhältnisse in einem jeglichen andern Fall die Geschwindigkeit, womit die Kugel heraus geschossen wird, leicht bestimmet werden. Hierbey ist zu merken, daß wir in dem hier angebrachten Exempel den Diameter der Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll angenommen haben, dahero der Diameter der Mündung etwas grösser, und die Quantität des Pulvers, welches den Raum $DEGC$ ausfüllet, exact 12 Drachmas seyn wird, den geringen Vorschlag von Hanf mit eingeschlossen.

ZUSATZ

In dieser Auflösung haben wir die zwey folgenden Sätze als richtig angenommen.

1. Daß die Gewalt des Pulvers auf die Kugel aufhöre, so bald dieselbe aus dem Stücke gefahren.

2. Daß alles Pulver von der Ladung sich entzünde, ehe die Kugel merklich von ihrer Stelle verrückt worden.

Diese beyden Sätze liegt uns also hier ob, mit mehrerem zu beweisen.

Der erste wird verhoffentlich klar genug scheinen, wenn man betrachtet, wie plötzlich sich die Flamme auf allen Seiten, kraft ihrer Elasticität, ausbreitet, wenn sie einmahl in die offene Luft heraus gedrungen. Als denn wird also ihre Kraft sogleich dergestalt zerstreuet, daß die Kugel von derselben nicht mehr merklich fortgetrieben werden kan.

Der zweyte Satz scheinet in der That nicht so ausgemacht zu seyn, indem derselbe von den meisten, welche davon geschrieben, bestritten wird. Dem ungeachtet aber ist derselbe nicht weniger gewiß. Zum Beweis hiervon könnte vielleicht genung seyn, wenn man nur bedenkt, wie groß die Zusammendruckung der Flamme gleich anfänglich seyn muß. Wenn man nun auf diesen Umstand Acht giebt, und zugleich erwegt, wie leicht die Flamme zwischen den Pulverkörnern durchdringen kann, so wird man leicht erachten, daß kein einiges Korn nur die geringste Zeit unentzündet bleiben kann, da ein jedes mit einer so heftigen Flamme umgeben ist. Damit aber dieser so wichtige Punct nicht auf blossen Vernunft-Schlüssen beruhe, so habe ich darüber folgende Experimente angestellt. Denn ich schloß, daß, wenn sich das Pulver nicht zugleich, sondern nach und nach entzündete, ein schwehrer Cörper, welcher vor das Pulver gesetzt würde, als 2 oder 3 Kugeln statt einer, auch eine grössere Kraft vom Pulver ausstehen müßte, indem dazu mehr Zeit, ehe derselbe durch die ganze Länge des Stücks fortgetrieben wird, erfordert würde, und sich folglich in dieser längern Zeit mehr Pulver entzünden könnte. Daß aber 2 oder 3 Kugeln, welche zugleich geladen werden, keiner grössern Gewalt ausgesetzt sind, als nur eine, solches habe ich aus der Erfahrung befunden. Denn nachdem ich mit eben der Ladung eine, zwey, und drey Kugeln nach einander geschossen, so habe ich durch eine Methode, welche nachgehends beschrieben wird, gefunden, daß ihre Geschwindigkeiten beynahe umgekehrt wie die Quadrat-Wurzeln aus ihren Gewichtern waren. Denn da eine willkührliche Ladung eine Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1700 Schuh in einer Secunde heraus trieb, so theilte eben dieselbe Ladung zwey zusammen geladenen Kugeln eine Geschwindigkeit von 1250 biß 1300 Fuß in einer Secunde, und drey Kugeln eine Geschwindigkeit von 1050 biß 1110 Schuh in einer Secunde mit. Woraus erhellet, daß die Kraft des Pulvers einerley Gewalt ausübet, es mag ein schwehrerer oder ein leichterer Cörper davor gesetzt werden. Denn, alle Mathematici stimmen hierinn mit einander überein, daß, wenn zwey Cörper von verschiedener Schwehre, von einerley Kraft, durch einen gleichen Raum fortgestossen werden, ihre Geschwindigkeiten umgekehrt oder reciproce seyn müßen, wie die Quadrat-Wurzeln aus ihrem Gewicht. Nach dieser Regel hätten zwar die 2 und 3 Kugeln

e Geschwindigkeit von 1200 und 980 Schuh in einer Secunde bekommen allein ich glaube dennoch nicht, daß daran die allmählige Entzündung vers Schuld gewesen, sondern solches kam ohne Zweifel daher, daß die zwischen der ersten Kugel und den Seiten des Stücks hervorbrach, besondere auf die zweyte Kugel würkte, und derselben den beobach-uwachs der Geschwindigkeit mittheilte.

eser Unterscheid war auch in vielen andern *Experimenten* nicht ein-u merken, und die Geschwindigkeiten schienen accurat den Quadrat-n aus der Schwehre der fortgestossenen Körper reciproce proportional . Wo aber dieser Unterscheid am grösten gewesen, da hat er nimmer n Achtel des gantzen ausgetragen. Wenn aber die gemeine Meynung *väre, daß sich anfänglich nur ein kleiner Theil des Pulvers entzündete,* ige aber erst hernach, wenn die Kugel schon fortgerückt, und daß auch rächtlicher Theil Pulver so gar unentzündet bleibe: so hätte die Ge-igkeit, welche drey Kugeln bekommen, gar viel grösser seyn müssen, gefunden haben, indem sich 3 auf einander geladene Kugeln beynahe ahl *länger im Lauf aufhalten, als nur eine, dahero nach der gemeinen* g in dieser doppelten Zeit eine viel grössere Portion Pulver hätte ent-und folglich eine viel grössere Gewalt hervorgebracht werden müssen, einer einzeln Kugel, welches doch allen Experimenten entgegen läufft.

e Wahrheit dieses Satzes aber *wird noch fester* erwiesen werden, wenn nden erhellen wird, daß die hierauf gegründeten Regeln die wahren er Geschwindigkeit anzeigen, die Kugel mag aus einem langen, oder em kurzen Rohr geschossen worden, welche Uebereinstimmung nicht nden könnte, wenn sich das Pulver nicht auf einmahl entzündete.

es *ferner* die Pulverkörner *anlangt,* welche öfters *unentzündet* aus der gestossen werden sollen, und welche man als die stärkste Probe an-n pflegt, daß sich das Pulver nicht auf einmahl entzünde, so hat meines ns Diego Ufano, ein in der Artillerie sehr erfahrner Mann, schon die rsache davon gegeben, welche darinne besteht, daß öfters etwas Pulver ern Theil der Canone liegen bleibt, welches mit dem Ladestock nicht lie Kugel gestossen, und folglich unentzündet wiederum heraus ge-n wird.*) Dieses kann auch sowohl in kleinen Gewehren, als in

*) Man besehe seine Dialog. 20.[1])

[1]) Siehe die Anmerkung 1 p. 34. F. R. S.

Canonen, schwehrlich vermieden werden, insonderheit wenn scho Schüsse daraus geschehen sind. Unterdessen will ich doch nicht läug sich nicht bisweilen auch im besten Pulver einige Körner finden sollte dem übrigen Wesen des Pulvers so ungleich sind, daß dieselben, u sie rings herum mit Feuer umgeben sind, dennoch nicht Feuer fan also unentzündet aus der Canone heraus getrieben werden; dergle selbst mehrmahlen wahrgenommen. Dem sey aber wie ihm wolle, doch die Wahrheit dieses Satzes deswegen nicht gänzlich in Zweife werden.

Nachdem also hier gezeiget worden, wie man die Geschwindigke einer Kugel von der Gewalt des Pulvers eingedruckt wird, aus den gesetzten Grund-Sätzen berechnen soll: so werde ich im folgenden daß die würcklichen Geschwindigkeiten, welche Kugeln von verschieden so aus verschiedenen Stücken mit verschiedenen Quantitäten Pulver g worden, erhalten, mit unsern Berechnungen völlig überein kommen, folglich alles dasjenige, so bisher von der Gewalt des Pulvers vo worden, die Würkung dieser erstaunlichen Kraft ungezweifelt bestä

Damit man aber diese Geschwindigkeit einer Kugel, welche aus wehr geschossen wird, mit derjenigen, welche die Rechnung giebt, v könne, so ist es unumgänglich nöthig, die würkliche Geschwindigk eine Kugel aus einer Canone, oder einem andern Gewehr heraus wird, durch ein Experiment ausmessen zu können, welches gleic keine bisher bekannte Art bewerkstelliget werden kann. Die Mit sich andere bisher zu diesem Ende bedienet haben, waren, daß man die Zeit, in welcher die Kugel durch eine gegebene Distantz geht, obachten, oder die Weite des Schusses unter einer gegebenen Ele merken, und hieraus nach den gewöhnlichen Gesetzen, welche sic Parabolische Bewegung gründen, die Geschwindigkeit ausrechnen erstere Methode ist aber dieser unüberwindlichen Schwierigkeit un daß die Bewegung der Kugeln gemeiniglich so schnell, und allso d kurz ist, daß der geringste Fehler, so in Ausmessung der Zeit bega in der Geschwindigkeit einen sehr grossen Fehler von 200 biß 600 einer Sekunde verursachen kann. Die andere Methode ist gänzlich und falsch, wegen der Resistenz der Luft, (welcher auch noch unterworfen ist), die so groß seyn kann, daß man öfters nicht ei zehnten Theil der wahren Geschwindigkeit der Kugel auf diese A bringt.

n nun diesen Schwierigkeiten zu begegnen, so habe ich eine neue erfunden, die wahre Geschwindigkeit einer jeglichen Kugel durch ein nent ausfündig zu machen, und dieses auf einen solchen Grad der Ge-, (welcher nach Belieben noch mehr vermehret werden kann,) daß bey ugel, welche 1700 Schuh in einer Secunde läufft, der Fehler nimmer fhundertsten Theil austrägt; welches ohne eine besondere Sorgfalt in gung der dazu erforderten Machine geschehen kan. Die Beschreibung r Gebrauch dieses Instrumentes wird uns also die Materie zum fol- Satz darreichen.

ERSTE ANMERKUNG

r Autor hat die Geschwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Stück getrieben wird, allhier auf eine geometrische Art bestimmet, damit lche Leute, welche in der Algeber nicht bewandert sind, dieselbe ver- können: für diejenigen aber, welche die algebraischen Formuln zu ge- n wissen, wird ohne Zweifel auch eine solche Solution deutlicher seyn. o sowohl diesen ein Genügen zu leisten, als den Grund zu andern chungen zu legen, so wollen wir hier eben dieses Problema algebraisch .

ey also die ganze Länge[1]) des Stückes $AB = a$.

Länge des Raums $AF = b$, welchen wir entweder ganz oder nur zum mit Pulver angefüllt setzen.

Diameter der Kugel sey $= c$.

die Materie, woraus die Kugel besteht, n mahl dichter oder schwehrer, as Wasser.

die Elasticität des Pulvers im Raum AF im ersten Augenblicke nach Entzündung m mahl grösser, als die Elasticität der Luft.

lso der ganze Raum AF mit Pulver angefüllt ist, so wird nach dem seyn $m = 1000$; ist aber nur ein Theil desselben mit Pulver angefüllt, der Werth von m auch um so viel kleiner angenommen werden.

sst uns nun setzen, die Kugel sey schon biß in M fortgetrieben und nennen den Weg $FM = x$. Ferner sey die Geschwindigkeit der

---

1) Siehe die Figur 1 p. 70. F. R. S.

Kugel in M gleich derjenigen, welche ein Cörper, so aus einer Höhe
herunter fällt, erhält. Denn wenn diese Höhe v bekannt ist, so ist a
die wahre Geschwindigkeit der Kugel anzuzeigen. Man drucke nehml
Höhe v in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhes aus, u
aus der Zahl dieser Theile die Quadrat-Wurzel, solche multiplicire
250, so weiset das Product, wie viel solche tausendste Theile eines
von der Kugel in einer Secunde zurück gelegt werden würden, wann
einerley Geschwindigkeit behalten sollte.[1]

Weil sich nun der Druck des Pulvers in M zu dem in F verha
wie AF zu AM, das ist wie b zu $b+x$, so wird der Druck in M
Druck der Athmosphäre verhalten, wie $\frac{mb}{b+x}$ zu 1. Wenn wir nun a
daß der Druck der Athmosphäre einer Wasser-Säule, so 32 Schuh hoch
so ist es eben so viel, als wenn die Kugel von dem Gewicht einer
Säule, so $\frac{32mb}{b+x}$ Schuh hoch ist, fortgetrieben würde. Wann aber
selbst von Wasser wäre, so würde sie einem gleich dicken Cylinde
Höhe $= \frac{2}{3}c$, gleichen, folglich da dieselbe n mahl schwehrer als W
setzt wird, so wird ihr Gewicht einer Wasser-Säule, welcher Höh
gleich seyn. Dahero wird sich die forttreibende Gewalt zum Ge
Kugel verhalten, wie $\frac{32mb}{b+x}$ zu $\frac{2}{3}nc$ oder wie $\frac{48mb}{nc(b+x)}$ zu 1. Aus d
sätzen der Mechanic wird man also diese Äquation ziehen:

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx,$$

deren Integrale seyn wird

$$v = \frac{48mb}{nc}\, l\, \frac{b+x}{b},$$

wo $l\frac{b+x}{b}$ den Logarithmum hyperbolicum von dem Bruch $\frac{b+x}{b}$ an
entstehen aber die Logarithmi hyperbolici aus den gemeinen, welc
den Tabulis findet, wenn man diese entweder durch 2,302585 multip
durch 0,43429448 dividirt. Lasst uns nun $x = FB$, und also $b+x$
setzen, so finden wir die Höhe, aus welcher ein fallender Cörper

1) Die Beschleunigung der Schwere wird dabei zu 31,25 rheinländischen
Sekunde angenommen. F. R. S.

jenige Geschwindigkeit bekömmt, mit welcher die Kugel zum Stück hinaus getrieben wird, nehmlich

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\,l\,\frac{a}{b},$$

welche in Schuhen ausgedrückt wird. Will man aber sich der in den gewöhnlichen Tabulis befindlichen Logarithmorum bedienen, so muß man dieselben erst mit 2,302585 multipliciren; wenn also $l\frac{a}{b}$ den gemeinen Logarithmum von $\frac{a}{b}$ andeuten soll, so wird

$$v = \frac{110,52408\,mb}{nc}\,l\,\frac{a}{b}$$

Schuh, folglich in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhes

$$v = \frac{110524,08\,mb}{nc}\,l\,\frac{a}{b},$$

dahero wird die Kugel eine solche Geschwindigkeit erhalten, womit sie in einer Secunde einen Weg von $250\sqrt{\frac{110524,08\,mb}{nc}\,l\,\frac{a}{b}}$ tausendsten Theilen eines Schuhes, oder von $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{110524,08\,mb}{nc}\,l\,\frac{a}{b}}$ Schuhen, das ist von $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}\,mb}{nc}\,l\,\frac{a}{b}}$ Rheinländischen Schuhen durchlauffen kann.

Hier ist nun $m = 1000$, wenn der ganze hintere Raum $AF = b$ mit Pulver angefüllt ist; sollte aber nur ein Theil desselben, dessen Länge wir $= f$ setzen wollen, mit Pulver angefüllt seyn, so wird $m = \frac{1000f}{b}$, folglich wird die Bewegung der Kugel in einer Sekunde $\sqrt{\frac{6907750\,f}{nc}\,l\,\frac{a}{b}}$ Schuh austragen.

Also ist das Quadrat der Geschwindigkeit, womit die Kugel zum Stück herausgetrieben wird, directe wie der Logarithmus der Zahl $\frac{a}{b}$ oder $\frac{AB}{AF}$, und die Länge des Raums, so mit Pulver angefüllt ist, f, umgekehrt aber wie der Diameter der Kugel c, und ihre Dichte n: bey welcher Proportion sich der Autor etwas versehen, indem er zuletzt noch die Länge des Raums hinter der Kugel $AF = b$ hinzusetzet.

Last uns nun hieraus für das vom Autore angeführte Exempel die schwindigkeit der Kugel ausrechnen.

Es wird also seyn:

$$a = 45 \text{ Zoll},$$
$$f = b = 2\tfrac{5}{8} \text{ Zoll},$$
$$c = \tfrac{3}{4} \text{ Zoll},$$
$$n = 11{,}345,$$

weil die Kugel von Bley ist, also

$$\frac{a}{b} = \frac{120}{7}, \quad l\frac{a}{b} = 1{,}2340832, \quad \frac{f}{c} = \frac{7}{2} \quad \text{und} \quad \frac{f}{nc} = \frac{7}{22{,}69},$$

dahero seyn wird

$$l\frac{f}{nc} = 9{,}4892635.$$

Wenn wir also die obige Formul durch Logarithmos ausrechnen,

$$l\,1{,}2340832 = 0{,}0913445^{1)}$$
$$l\frac{7}{22{,}69} = 9{,}4892635$$
$$l\,6907750 = 6{,}8393366$$
$$6{,}4199446^{2)}$$

davon die Helfte giebt

$$3{,}2099723^{3)},$$

welches der Logarithmus ist von 1622[4]). Weswegen die Kugel Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1622[4]) Rhein Schuhen durchläuft: welche Zahl von des Autoris Ausrechnung nur unterschieden ist, weil wir hier Rheinländische Schuhe brauchen, da nach Englischen rechnet; und weil wir die Athmosphäre einer W so 32 Schuh hoch, gleich gesetzt haben, da der Autor 33 angenom

1) Im Original 0,0913447. 2) Im Original 6,4199448. 3) Im Origina
4) Im Original 1625. Berichtigt von F. R. S.

ZWEYTE ANMERKUNG

Es sind bey dieser Auflösung verschiedene Umstände aus der Acht gelassen worden, welche, ob sie gleich meistentheils sehr geringe sind und wenig austragen, dennoch alle die vorher bestimmte Geschwindigkeit der Kugel vermindern, und also insgesammt nicht wohl übergangen werden können. Man kann auch sogleich sehen, daß die gefundene Formul, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel ausgedruckt worden, nach aller Schärfe mit der Wahrheit nicht bestehen kann; denn aus derselben müßte folgen, daß je länger das Rohr oder die Länge $AB = a$ wäre, die Kugel desto geschwinder heraus getrieben werden sollte, welches doch mit der Erfahrung streitet: indem bekannt ist, daß eine allzulange Canone die Kugel nicht so weit treibt, als eine kürzere. Derowegen wird nöthig seyn, diese aus der Acht gelassenen Umstände in einige Betrachtung zu ziehen, und zu untersuchen, wie viel durch dieselben die vorher bestimmte Geschwindigkeit der Kugel vermindert wird.

Erstlich ist nun der Gegendruck der äussern Luft nicht mit in die Rechnung gebracht worden. Denn, so lange sich die Kugel in der Höhlung FB befindet, so wird dieselbe von der äussern Luft zurück gestossen. Diese Kraft ist gleich einer Wasser-Säule, deren Höhe 32 Schuh beträgt, wie wir angenommen. Da nun die Kugel einer Wasser-Säule gleicht, deren Länge $= \frac{2}{3}nc$, so wird die zurückstossende Kraft sich zum Gewicht der Kugel verhalten, wie 32 zu $\frac{2}{3}nc$, das ist, wie $\frac{48}{nc}$ zu 1; und also wird hieraus diese Äquation entspringen

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx - \frac{48dx}{nc}$$

und ferner

$$v = \frac{48mb}{nc}l\frac{b+x}{b} - \frac{48x}{nc}\ ^{1)}$$

Setzt man nun $x = BF = a - b$, damit die Geschwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück herausgetrieben wird, heraus komme, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc}l\frac{a}{b} - \frac{48(a-b)}{nc}$$

Schuh.

1) Im Original $v = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx - \frac{48x}{nc}$. Berichtigt von F. R. S.

Zweytens ist auch nicht auf die Resistentz der Luft gesehe
welche zwar in dem kurzen Raum FB nicht viel austragen kan,
gleich wegen der schnellen Bewegung nicht geringe ist. Um ab
doch in die Rechnung zu bringen, so ist zu merken, daß, wenn
vorne gantz platt wäre, dieselbe gleich seyn würde dem Druck
Säule, deren Höhe $= v$, und folglich einer Wasser-Säule, deren H
wenn wir das Wasser 864 mal schwehrer annehmen, als die Luft.
dung der Kugel aber macht, daß diese Resistentz nur halb so groß
dahero einer Wasser-Säule gleichet, deren Höhe $= \frac{v}{1728}$. Diese Resis
sich also zur Schwehre der Kugel verhalten, wie $\frac{v}{1728}$ zu $\frac{2}{3}nc$
$\frac{v}{1152\,nc}$ zu 1. Folglich wird man diese Äquation bekommen

$$dv = \frac{48\,mb\,dx}{nc(b+x)} - \frac{48\,dx}{nc} - \frac{v\,dx}{1152\,nc}$$

oder

$$dv + \frac{v\,dx}{1152\,nc} = \frac{48\,mb\,dx}{nc(b+x)} - \frac{48\,dx}{nc}.$$

Um davon das Integrale zu finden, so setze man e für die Zahl,
rithmus hyperbolicus gleich ist 1, oder $e = 2{,}718281828$, und mul
gefundene Differentialäquation mit $e^{x:1152nc}$, oder man setze der K
$1152\,nc = g$, und multiplicire mit $e^{x:g}$, so bekommt man

$$e^{x:g}\left(dv + \frac{v\,dx}{g}\right) = \frac{48\,mbe^{x:g}dx}{nc(b+x)} - \frac{48\,e^{x:g}dx}{nc},$$

wovon das Integrale ist

$$e^{x:g}v = \frac{48\,mb}{nc}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x} - \frac{48\,g}{nc}(e^{x:g} - 1)$$

oder

$$v = \frac{48\,mb}{nc}e^{-x:g}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x} - \frac{48\,g}{nc}(1 - e^{-x:g}).$$

Weil nun der Bruch $\frac{x}{g}$ sehr klein ist, so ist bey nahe

$$e^{x:g} = 1 + \frac{x}{g} + \frac{xx}{2gg}$$

und

$$e^{-x:g} = 1 - \frac{x}{g} + \frac{xx}{2gg},$$

daher

$$\int \frac{e^{x:g}dx}{b+x} = \int \frac{dx}{b+x} + \int \frac{xdx}{g(b+x)} + \int \frac{xxdx}{2gg(b+x)}$$

$$= l\frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{b}{g}l\frac{b+x}{b} + \frac{xx}{4gg} - \frac{bx}{2gg} + \frac{bb}{2gg}l\frac{b+x}{b}.$$

Folglich wird

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(\left(1 - \frac{b+x}{g} + \frac{(b+x)^2}{2gg}\right)l\frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{bx}{2gg} - \frac{3xx}{4gg}\right) - \frac{48x}{nc}\left(1 - \frac{x}{2g}\right).$$

Laßt uns nun setzen $x = a - b$, damit die Geschwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück geschossen wird, heraus komme, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(1 - \frac{a}{g} + \frac{aa}{2gg}\right)l\frac{a}{b} + \frac{48mb(a-b)}{ncg}\left(1 - \frac{3a-b}{4g}\right)$$

$$- \frac{48(a-b)}{nc}\left(1 - \frac{a-b}{2g}\right)$$

oder wenn man die allzukleinen Terminos, welche nichts merkliches austragen, aussen läßt, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(1 - \frac{a}{g}\right)l\frac{a}{b} + \frac{48mb(a-b)}{ncg} - \frac{48(a-b)}{nc}$$

Schuh.

Hieraus können wir nun berechnen, wie viel die sowohl von dem Gegendruck, als der Resistentz der Luft herrührende Verminderung der Geschwindigkeit austrage in dem obigen Exempel; da ist

$$a = 45, \quad b = 2\tfrac{6}{8}, \quad c = \tfrac{3}{4}, \quad n = 11{,}345, \quad nc = 8{,}509, \quad m = 1000,$$

$$g = 1152\,nc = 9802{,}37, \quad 48mb = 126000 \quad \text{und} \quad \frac{48mb}{nc} = 14808.$$

Der gemeine Logarithmus von $\frac{a}{b}$ ist 1,2340832, welcher mit 2,302585 multipliciert werden muß, um den hyperbolischen Logarithmum $l\frac{a}{b}$ zu bekommen, welcher seyn wird $= 2{,}8415816$. Hieraus folget

$$\frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b} = 42078{,}1$$

$$\frac{48mb}{nc} \frac{a}{g} l \frac{a}{b} = \quad 193.1$$

$$41885{,}0$$

$$\frac{48mb(a-b)}{ncg} = \quad 64{,}014^{1)}$$

$$\frac{48(a-b)}{nc} = \quad 239{,}04$$

also $$v = 41710^{2)}$$

Schuh. Diese Schuh verwandle man in tausendste Theile, so kommen 4
woraus Radix quadrata gibt 6458[4]), davon der 4te Theil 1615[5]) weiß
Schuh die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde läufft
nun vorher 1622[6]) Schuh gefunden, so ist klar, daß diese zwey
nur 7 Schuh austragen. Dahero dieselben von dem Autore ohne Fe
haben negligirt werden können.

DRITTE ANMERKUNG

Ausser dem Druck und der Resistenz der Luft giebt es noch z
Ursachen, welche die Geschwindigkeit der Kugel verringern, wenn
mit dem Autore annehmen, daß sich alles Pulver im Stücke auf ei
zündet: wogegen gleichwohl noch verschiedene Einwürfe zu machen s
hernach vorgebracht werden sollen. Diese zwo neuen Ursachen sch
einen weit grössern Einfluss auf die Bewegung der Kugel zu habe
dieselben um so viel weniger übergangen werden können. Die erste
in der Friction, kraft welcher sich die Kugel an der innern Wand
reibet, und dadurch einen Abgang in der Bewegung leidet. In d
Schießgewehren, als Mußketen und gezogenen Röhren, in welche
mit grosser Gewalt hinein gestossen werden müssen, ist diese Fri

1) Im Original 0,035. 2) Im Original 41646. 3) Im Origina
4) Im Original 6453. 5) Im Original 1618. 6) Im Original 1625. Berichtig

Zweifel sehr groß. Sollte dieselbe der Schwehre der Kugel gleich seyn, so müßte man die vorhergefundene Höhe v um $BF = a - b$ vermindern, welches aber in Ansehung des sehr grossen Werths des v nichts austragen würde: ja wenn auch die Friction 100 mahl grösser wäre, als die Schwehre der Kugel, so würde man noch die $100(a - b)$ in Ansehung des v ohne merklichen Fehler negligiren können. Bey Canonen würde also die Friction noch viel weniger austragen müssen, weil die Kugeln nicht mit Gewalt hinein gestossen werden, sondern noch zwischen den innern Wänden und der Kugel ein Spiel-Raum bleibt, dahero die Friction nicht einmahl der Schwehre der Kugel gleich seyn kann. Es ist aber dem ungeachtet zu vermuthen, daß entweder die Friction, oder eine andere ähnliche Ursache in den Stücken der Bewegung der Kugel weit stärker entgegen stehen. Denn da die Kugel, so bald sie aus dem Stück heraus getrieben worden, noch alle Hindernisse ihrer Bewegung, nur allein die Friction ausgenommen, antrifft, welchen dieselbe noch in der Canone ausgesetzt gewesen, so könnte eine allzugrosse Länge der Canone der Bewegung der Kugel nicht hinderlich seyn, wie doch die Erfahrung bezeugen soll, wenn die Kugel nicht in der Canone einen Wiederstand anträffe, so ausser derselben verschwindet. Dieser mag nun von der Friction, oder von einer andern Ursache, herrühren, so müßte dieselbe doch ziemlich beträchtlich seyn, wenn dadurch in einer allzulangen Canone die forttreibende Gewalt des Pulvers überwogen werden sollte. Hiervon läßt sich nun, ehe genugsame Experimente über die vortheilhafteste Länge der Canonen mit allem Fleiß angestellet worden, nichts bestimmen. Allem Ansehen nach wird aber die Länge der Canonen vielmehr durch die Menage, als aus diesem Grunde, bestimmt. Und wenn man fragt, warum die Stücke nicht länger gemacht werden, als der Gebrauch mit sich bringt, so scheinet wohl hiervon nicht dieses die Ursache zu seyn, damit die Kugel eine desto geschwindere Bewegung erhalte: sondern vielmehr, weil der Vortheil, den man dadurch an der Geschwindigkeit würklich erhält, die grössern Unkosten, und die grösseren Unbequemlichkeiten, welche die längern Canonen erfordern, bey weitem nicht ersetzte. Denn lasst uns setzen, daß im oben ausgeführten Exempel die Länge des Laufs, welche 45 Zoll gewesen, auf 50 Zoll vermehret werde, so würde $\frac{a}{b} = \frac{50}{2,625}$ an statt $\frac{45}{2,625}$ und folglich $l\frac{a}{b} = 1,2798407$ anstatt 1,2340832. Also würde, ohne auf einen Wiederstand zu sehen, das Quadrat der Geschwindigkeit um $\frac{37}{1000}$ und die Geschwindigkeit selbst um $\frac{18}{1000}$ das ist um ihren $\frac{1}{55}$ Theil vermehret werden. In vielen Fällen würde es also der Mühe nicht lohnen um dieser geringen Vermehrung willen, den obigen Lauf um 5 Zoll länger zu machen. Um dieser Ursache

wollen werden wir uns also von der Wahrheit nicht merklich … wenn wir absonderlich bey Canonen die Friction gar nicht in … ziehen.

Die andere Ursache, von welcher hier Meldung gethan worde… einen weit grösseren Einfluß auf die Bewegung der Kugel. Weil, … Kugel durch den Lauf der Canone fortgetrieben wird, nicht nur … Zündloch, sondern auch zwischen der Kugel und der inneren Wand … die elastische Luft beständig herausbläset: so wird die Elasticität … der Canone immer kleiner, als dieselbe hier in der Auflösung angese… Denn da dieselbe wegen der grossen Elasticität mit einer weit g… Geschwindigkeit, als die Kugel selbst immer haben kan, durch di… Oeffnungen herausfährt, so ist dieser Verlust der forttreibenden Kr… beträchtlich, und muß nothwendig verursachen, daß die Kugel e… Geschwindigkeit erhält, als die obige Rechnung ausweiset. Um d… dieser Verminderung zu bestimmen, muß man die Geschwindigkeit … welcher die in der Canone zusammen gedruckte Luft so wohl durc… loch, als neben der Kugel, herausfährt, welche Untersuchung wir i… vorzunehmen Gelegenheit haben werden. Wir können inzwischen … Exempel, so der Herr Prof. DANIEL BERNOULLI in seiner *Hydrody…* berechnet, so viel anführen, daß, da derselbe, um die würkliche G… keit der Kugel herauszubringen, ohne auf diesen Abgang der fo… Kraft zu sehen, genöthiget worden, die erste Elasticität der im … geschlossenen Luft 6004 mahl grösser anzusetzen, als den Druck der A… er in eben dem Fall, nachdem er diesen erwehnten Abgang in … gezogen, die anfängliche Elasticität 10000 mahl grösser hat anneh… Ungeachtet nun dieses aus solchen Principiis hergeleitet worden, … Herr ROBINS nicht zugibt, so kan man doch daraus so viel ersehen… Umstand eine merkliche Veränderung in der obigen Bestimmu… schwindigkeit verursachen müsse. Dahero, wenn in den folgen… mentis die würkliche Geschwindigkeit mit der ausgerechneten üb… so ist dieses ein unbetrügliches Zeichen, daß die forttreibende Kraft … gewesen, als in der Rechnung angenommen worden, und daß folgl… Elasticität der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft we… tausend mal grösser sey, als die Elasticität der natürlichen Luft …

ses *sind aber doch noch nicht alle Ursachen*, weswegen die durch die g gefundene Geschwindigkeit der Kugel verringert werden muß; wir zu den schon allbereit erzehlten vieren noch drey neue hinzufügen. wenn sich die elastische Materie schon würklich ausdehnet, so müssen Theile derselben vorwärts bewegen, und das um so viel geschwinder, dieselben von dem Boden *A* entfernet sind. Denn die vordersten welche die Kugel berühren, haben mit derselben einerley Geschwindigjenigen aber, so dem Boden näher sind, eine kleinere. Da nun die g der vordersten immer schneller wird, so muß auch die Bewegung gen nach Proportion immer geschwinder werden. Ein jeglicher Theil ser elastischen Materie wird von der hintern Luft vorwärts, von der aber rückwärts gestossen, dahero nothwendig der Druck der hintern seyn muß, als der *vordern*, sonsten würde die Geschwindigkeit dieses icht zunehmen. Hieraus folget also, daß die Elasticität der hinter el befindlichen Luft, nicht allenthalben gleich groß sey, sondern daß bey dem Boden in *A* grösser seyn müsse, als an der Kugel, und vird die Kugel mit einer kleineren Kraft fortgestossen, als in der g angenommen worden: da man gesetzt, daß die Luft hinter der lenthalben eine gleiche Ausdehnungs-Kraft habe. Dieser Unterscheid so viel grösser seyn, je dichter die Luft hinter der Kugel ist. Weil h die Dichte derselben sehr geringe ist, so wollen wir gerne zugeben, er keine merkliche Verringerung in der Geschwindigkeit der Kugel 1 könne.

eben diesem Grunde wird auch die zweyte Ursache, welche wir anhaben, *eben so wenig merklich seyn. Man hat in der Rechnung* men, daß die ganze Kraft des Pulvers allein auf die Forttreibung el angewandt werde: weil aber auch die Theilchen des Pulvers, und us erzeugten Luft, selbst in Bewegung gesetzt werden müssen, so u ein geringer Theil der Kraft erfordert, welcher folglich von derso auf die Kugel würket, abgezogen werden muß, aus welchem Grunde Bewegung der Kugel wiederum vermindert wird. Diese Ursache entzwar mit der vorher gemeldten aus einer Quelle, nehmlich aus der der Materialität der Luft, und wenn man die vorige in die Rechnung kan, so wird auch diese darein eingeschlossen. Inzwischen kan man

sich doch von ihrer Würkung einen deutlichern Begrif machen, wenn m
dieselbe auf diese zweyfache Art, wie hier geschehen, vorstellt. Es
ein Glück, daß die aus diesem Grunde entspringende Würkung nicht
ist; denn es würde schwehr und vielleicht unmöglich seyn, dieselbe
bekannten Grundsätzen der Mechanic genau zu bestimmen. Man gerät
in solche verwirrte Differential-Äquationen, daß man nicht Mittel si
selben aufzulösen, oder daraus etwas zuverläßiges zu schliessen.

Die dritte Ursache ist eben der zweyte Grundsatz, welchen d
als richtig annimmt, und völlig erwiesen zu haben glaubet: daß sic
lich alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzünde. Man fin
sehr viel Ursachen, das Gegentheil zu behaupten, und die Beweisthü
Autoris selbst sind so beschaffen, daß man daraus an der Richtigkeit
feln Anlaß nehmen kan. Der Autor führet den ersten Grund her
grossen Hitze, und der Geschwindigkeit der Flamme, womit dieselbe
den Pulverkörnern durchfährt. Aber dieses ist eben die Frage, ob g
ersten Augenblick so viel Pulver entzündet werde, daß die Flamme
allen Körnern durchstreichen könne. Hernach, da diese Communicati
die Bewegung geschicht, so muß nothwendig dazu eine Zeit erfordert
und kömt also hier nur die Frage vor, in wie langer Zeit sich vo
Anfang der Entzündung an alles Pulver entzünde. Niemand wird
daß dieses nicht in sehr kurzer Zeit geschehe: allein die Kugel fäl
so geschwind zur Canone heraus, daß die geringste Zeit hier schon
trächtlich ist. Gemeiniglich wird die Kugel in einem hundertsten Th
Secunde aus dem Lauf hinausgetrieben. Wenn also nur $\frac{1}{100}$ Secunde
ligen Entzündung des Pulvers erfordert würde, welches doch gewiß e
kurze Zeit ist, so würde die Kugel schon die Mündung der Canone
haben, indem sich das letzte Pulver entzündete; folglich würde dad
forttreibende Gewalt des Pulvers gar merklich verringert werden. So
des Hrn. ROBINS Sinn die gänzliche Entzündung in noch kürzerer Zei
$\frac{1}{200}$ Secunde, oder gar in $\frac{1}{1000}$ Secunde vor sich gehen, welches doch k
sonderheit bey grossen Ladungen, glaublich scheint, so müste doch
Effect davon merklich seyn. So leicht auch das Pulver Feuer fängt,
doch dazu einige Zeit erfordert, und das bey einer Art des Pulver
als bey der andern. Deswegen ist auch nach des Autoris eigenem Be
gekörnte Pulver dem Meel-Pulver vorgezogen worden, weil jenes sich g
der entzündet, als dieses. Da nun das Meel-Pulver einige Zeit erfor

die an einem Orte geschehene Entzündung sich allenthalben mittheilet, so kann der Vortheil des gekörnten in nichts anders bestehen, als daß zur gänzlichen Entzündung eine viel kürzere Zeit hinlänglich sey. So kurz aber auch diese Zeit angesetzet wird, so ist dieselbe doch immer vermögend, eine merkliche Aenderung in der forttreibenden Kraft zu verursachen. Wir haben hier oben nur $\frac{1}{100}$ Secunde angenommen für die Zeit, in welcher die Kugel aus dem Stück getrieben wird. Allein diese Zeit ist noch zu lang nach den Experimenten, wodurch Herr ROBINS selbst die würkliche Geschwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Schieß-Gewehr getrieben wird, bestimmet hat. Er findet, daß diese Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1500 biß 2000 Schuh durchlauffen könne. Weil nun diese Geschwindigkeit der Kugel im Lauf des Gewehrs eingedruckt worden, welcher ungefehr $3\frac{1}{2}$ Schuh lang gewesen, so müste die Kugel, wenn sie im ersten Augenblick diese ganze Geschwindigkeit erhalten hätte, nur $\frac{3\frac{1}{2}}{1500}$ oder $\frac{3\frac{1}{2}}{2000}$ Secunde, das ist nach einem Mittel $\frac{1}{500}$ Secunde im Lauf zugebracht haben. Solte aber der Kugel diese Geschwindigkeit nach einer gleichförmig vermehrten Bewegung, dergleichen in den fallenden Cörpern wahrgenommen wird, mitgetheilet worden seyn, so würde dieselbe zweymahl so lang, das ist $\frac{1}{250}$ Secunden im Lauf verweilet haben. Da nun die forttreibende *Kraft anfänglich viel stärker ist, und nach und nach abnimmt,* so muß die wahre Zeit kürzer seyn, als $\frac{1}{250}''$, länger aber als $\frac{1}{500}''$, und also ungefehr $\frac{1}{375}$ Secunde austragen, welche Zeit so kurz ist, daß, so geschwind man sich auch die gänzliche Entzündung des Pulvers vorstellt, dieselbe doch nicht viel geschwinder, als in einer $\frac{1}{375}$ Secunde geschehen kann, weswegen dieser Umstand um so viel weniger aus der Acht gelassen werden kann.

Was der Autor ferner sagt, daß die Pulver-Körner, welche öfters aus den *Canonen noch unentzündet herausgetrieben werden,* dem Setz-Kolben ausgewichen, und nicht hinter die Kugel zu liegen gekommen, ungeachtet solches seine völlige Richtigkeit haben mag, beweiset doch noch keineswegs, daß die gänzliche Entzündung in einem Augenblicke vor sich gehe, und ganz und gar keine Zeit erfordere. Dann gesetzt auch, daß sich alles Pulver entzündete, ehe die Kugel zur Mündung heraus fährt, und also die ganzen Körner, so öfters vor der Canone gefunden werden, nicht hinter der Kugel gewesen wären: so folget doch noch keineswegs, daß die Zeit der gänzlichen Entzündung in Ansehung derjenigen, so die Kugel durch die Canone getrieben wird, vor nichts zu achten sey. Ueber dieses kann es auch seyn, daß eine gute Partie Pulver

noch ausser der Mündung Feuer fängt, und also nichts zur Forttreibun
Kugel beyträgt, ungeachtet diese Körner nicht unentzündet herunter
Denn da das Feuer noch ausser der Mündung heftig genug ist, so kann
alsdenn noch ein Theil des Pulvers, welches wegen der allzukurzen Z
dem Lauf unentzündet geblieben, von der Flamme verzehrt werden.
gesteht der Autor selbst, daß er öfters im Pulver einige Körner wahrgeno
welche einige Zeit die Gewalt der Flamme ausgehalten, ehe sie sich entz
haben. Da er nun diese Zeit hat wahrnehmen können, so muß dieselbe
lich, und also gewiß länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde gewesen seyn. Wenn es
solche Körner giebt, welche die Gewalt der Flamme länger, als $\frac{1}{100}$ Se
aushalten können, so muß es noch vielmehr dergleichen geben, welche zu
Entzündung nur $\frac{1}{500}$ Secunde erfordern. Dahero auch dieser Beweisthum
chen der Autor zu Behauptung seines Satzes anführet, vielmehr das G
theil bestätiget.

Die stärkste Probe des Autoris aber besteht darinn, daß die Au
nungen, welche aus diesem Satz hergeleitet werden, mit der Erfahrung
kommen übereinstimmen. Wir haben aber schon dargethan, wie viel Ums
in dieser Ausrechnung nicht sind in Betrachtung gezogen worden, davon
einige keine geringe Aenderung verursachen; und daß dahero die Überei
mung der Rechnung mit der Erfahrung zu diesem Ende nicht ohne
Behutsamkeit angeführet werden kann. Weil der Autor auf den Abga
forttreibenden Kraft, welche durch das Zündloch und neben der Kug
schieht, nicht gesehen, und sich folglich aus diesem Grunde schon ein
scheid zwischen der Theorie und der Experientz äussern müßte, so kön
vielleicht wohl seyn, daß die allmählige Entzündung des Pulvers diesen
scheid wieder zernichtete. Denn da die Kraft des Pulvers nicht allein
der erfolgten Ausdehnung abnimmt, worauf doch in der Rechnung all
sehen worden, sondern auch wegen des Verlusts, welchen die eingeschl
elastische Luft durch das Zündloch und den Spiel-Raum leidet, so müs
Verminderung der Kraft grösser seyn, als in der Theorie angenommen w
Wenn sich nun das Pulver allmählig entzündet, so erhält dadurch di
treibende Kraft einen beständigen Zuwachs, wodurch der vorige Abga
setzet wird; dergestalt, daß auf diese Art wiederum eben dieselbe Pro
im Abnehmen der Kraft stattfinden kann, welche in der Theorie angen
worden. Auf diese Art könnte also diese Theorie, aller angeführten Um
ungeachtet, mit der Experientz wiederum vereiniget werden, wenn man

des im ersten Augenblick entzündeten Pulvers um so viel grösser an-
Denn, wenn nur ein Theil des Pulvers, so im ersten Anfang Feuer
stark genug ist, eben die Würkung hervor zu bringen, welche nach der
rie von der ganzen Ladung herkommen solte, so muß auch die elastische
desselben Theils eben so groß seyn, als die, welche dem ganzen zuge-
eben worden. Wenn also die elastische Kraft der natürlichen Luft durch 1
deutet wird, so muß die elastische Kraft der aus der Entzündung des
rs erzeugten Luft so vielmahl grösser sein als 1000, so vielmahl der im
n Anfang entzündete Theil des Pulvers kleiner ist als die ganze Ladung.
dieser Bedingung kann also die Theorie des Autoris mit der Experientz
nen, wann der Zuwachs der forttreibenden Gewalt, so dieselbe durch die
blige Entzündung des Pulvers erhält, dem Abgang, welcher wegen des
ochs und Spielraums entstehet, immer beynahe gleich kommt, welche
zung vielleicht bey der Art des Pulvers, so der Autor gebraucht, ungefehr
eingetroffen haben. Hiedurch aber leidet der erste Punkt des Verfassers,
rch er die elastische Kraft des Pulvers bestimmt, und 1000 mahl grösser
en Druck der Atmosphär angesetzet hat, einen grossen Stoß, indem die-
Kraft in diesem Fall, wann die Rechnungen mit der Experientz über-
ffen, viel grösser seyn muß. Wenn sich also der Autor um seinen Satz,
ich alles Pulver in einem Augenblick zugleich entzünde, auf die Über-
mmung der hierauf gegründeten Rechnung mit der Experientz berufft,
so ferne, daß dadurch seine Meynung bekräftiget werde, daß dadurch
ehr dieselbe umgestossen wird.

Damit wir aber dieser angeführten Experientz nicht allein blosse Gründe
Vernunft-Schlüsse entgegen setzen, so wollen wir auch Erfahrungen bey-
wodurch augenscheinlich erhellet, daß die gänzliche Entzündung des
rs nicht in einem Augenblick vor sich gehe. Ich beruffe mich hierbey
iele Experimente, welche der sel. General Günther zu St. Petersburg
27[1]) in Beyseyn verschiedener Mitglieder der dasigen Academie, unter wel-
ich mich auch befunden, hat anstellen lassen. Unter andern wurde dazu
tück, dessen Seele $7\frac{7}{10}$ Englische Schuh lang war, gebraucht, und aus
lben mit verschiedenen Ladungen Vertical-Schüsse gethan. Man bemerkte
mahl die Zeit nach einem Pendulo, innerhalb welcher die Kugel nach
Schuß wieder herunter fiel: und aus derselben hat der Herr Bernoulli die

[1]) Im Original 1728. Berichtigt von F. R. S.

Geschwindigkeit berechnet, mit welcher die Kugel aus dem Stück g
worden.[1] Ungeachtet nun derselbe hierzu die NEWTONIANISCHE The
der Resistentz der Luft gebrauchet, so hindert doch solches zum gegen
Vorhaben nichts. Er hat also gefunden, daß die Kugel in einem L
Raum, nachdem man 1, 4 und 8 Loth Pulver geladen, hätte 541, 136
Schuh hoch steigen müssen. Hierauf wurde von dieser Canone ein S
gesägt, dessen Länge $1\frac{7}{10}$ Schuh, und folglich die Seele der Can
accurat 6 Schuh lang war. Nach dieser Verkürzung wurden wiederum
vorigen Ladungen von 1, 4 und 8 Loth Pulver Vertical-Schüsse get
da fand sich, daß die Kugel in einem Luftleeren Raum nur auf 274,
6604 Schuh hoch gestiegen seyn würde. Bey der Ladung von
würde also die Kugel aus der ganzen Canone beynahe 9 mahl höher
seyn, als aus der abgekürzten: dahero die Geschwindigkeit, womit d
im ersten Fall ausgetrieben worden, ungefehr dreymahl grösser ge
im letztern. Nach des Hrn. ROBINS Theorie aber hätte dieser Un
kaum zu merken seyn müssen. Hieraus ist also klar, daß vor der A
der Canone sich noch eine gute und so gar die gröste Portion Pu
alsdann müsse entzündet haben, als die Kugel den letzten Schuh in
der Canone durchlauffen. Eben dieser Schluß folget auch aus den
Ladungen, jedoch ist der Unterscheid so groß nicht, und eben hieraus
daß, je grösser die Ladung ist, je mehr Zeit erfordert werde, ehe
Pulver entzünde: welcher Umstand an sich selbst begreiflich genug

Die gezogenen Röhre, welche wie bekannt viel weiter schiessen
gezogene, reichen uns auch eine sehr wichtige Probe dar, daß sich d
nicht auf einmahl entzünde. Denn, sollte alles Pulver auf einmahl
gerathen, so müßte nothwendig ein gezogenes Rohr bey weitem nic
schiessen als ein ungezogenes. Man betrachte nur den grossen Wi
welchen eine Kugel in einem gezogenen Rohr zu überwinden hat, oh
zu sehen, daß zugleich der Kugel eine Bewegung um die Axe mi
wird, wozu auch eine Kraft erfordert wird, so wird man hieran
geringsten Zweifel hegen können. Dennoch aber wird die Kugel a
gezogenen Rohr ungeachtet dieses grossen Wiederstandes mit einer
Geschwindigkeit heraus geschossen, als aus einem gemeinen, wenn d

---

1) Die Resultate dieser Versuche findet man in der im Oktober 1727 der
Akademie übergebenen Abhandlung D. BERNOULLIS, auf die in der Anmerkung 1 p. 4
worden ist, sowie in dessen *Hydrodynamica* p. 236 u. 237 F. R. S.

ände einerley sind. Es muß also in einem gezogenen Rohr nothwendig weit grössere Kraft vorhanden seyn, als in einem gemeinen, welche nicht en grossen Wiederstand zu überwinden, sondern auch noch dazu der Kugel *schnellere Bewegung mitzutheilen hinlänglich ist. Die Gewalt aber rührt* und allein vom Pulver her, und in beyden Fällen ist die Ladung einer- daheero keine andere Ursache übrig bleibt, als daß sich in dem gezogenen die ganze Ladung oder zum wenigsten der gröste Theil derselben ent-, da in dem gemeinen Rohr nur ein geringer Theil Feuer fängt, ehe die l heraus getrieben wird. Dieses letzte Argument scheinet noch der Sache grösten Nachdruck zu geben, und sogar nicht nur zu beweisen, daß sich Pulver nicht auf einmahl entzünde, sondern auch, daß sich gemeiniglich eine sehr kleine Portion des Pulvers entzünde, ehe die Kugel aus der ne heraus getrieben wird. Aus diesen Ursachen wird die oben erwehnte ung des Hrn. Prof. Dan. Bernoulli je länger je wahrscheinlicher, daß die dem Pulver erzeugte Elastische Materie im ersten Moment eine Ausdeh-s-Kraft habe, welche beynahe *10000 mahl grösser* ist, als der *Druck der* sphäre, ungeachtet unser Autor dieselbe nur 1000 mahl grösser angibt.

ACHTER SATZ

Geschwindigkeit, mit welcher sich eine Kugel in einer jeglichen Distanz von dem Stück beweget, durch die Erfahrung zu bestimmen.

Die leichteste Art, um dieses zu bewerkstelligen, geschicht vermittelst des uments, welches beygehende Figur (*Fig.* 2, p. 94) vorstellet, allwo *ABCD* mit drey Füssen versehenes Gestell andeutet, damit solches allenthalben der Erde festgestellet werden könne; dergleichen Machinen zu Abwägung Aufhebung schwehrer Lasten gebraucht zu werden pflegen. An zweyen diesen Stützen *B* und *C* sind starke Aerme *R* und *S* befestiget, auf en das Pendulum *EFGHIK* vermittelst des Querbalkens *EF* ruhet; er auf den Aermen *R* und *S* dergestalt aufliegeт, daß sich der Körper *K* um denselben frey bewegen, und gleich einem *Pendulo* oscilliren Der Körper dieses Penduli ist von Eisen gemacht, und hat unten eine iche Breite, welche in der 2ten Figur nicht zum Vorschein kommt,

befindet [illegible]
OP, [illegible]
welche das [illegible]
macht [illegible]
Instrument [illegible]
zwey [illegible]
der Linie [illegible]
die [illegible]
pflegen, [illegible]
Ränder [illegible]
Hälfte des [illegible]

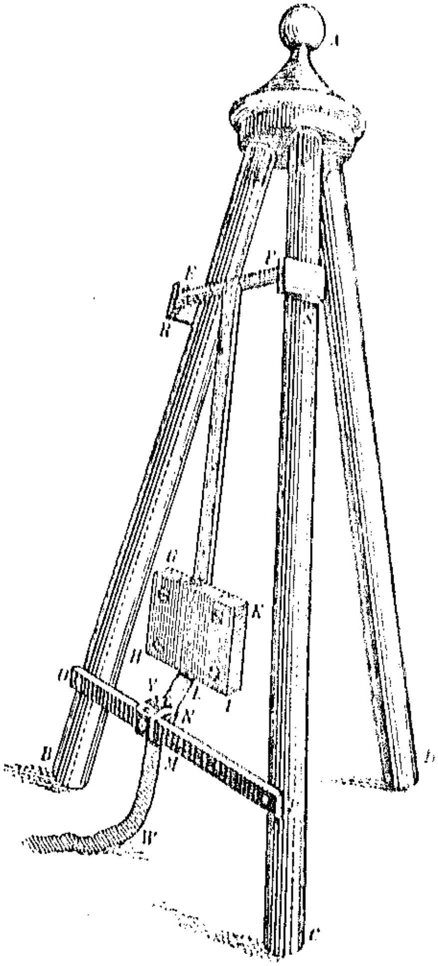


Fig. 2.

zusammen gedruckt worden. Ferner ist am Ende [illegible] schmales Band *LN* angeheftet, welches zwischen denselben [illegible] durchgezogen wird, und durch eine Oeffnung am untern [illegible] benen Instruments frey herabhängt.

Nachdem nun diese Maschine beschrieben [illegible] untersuche man sowohl das Gewicht des ganzen Pendels [illegible] gravitatis, nebst dem Centro oscillationis desselben, damit die [illegible] dieser zweyen Punkte von der Axe *EF*, um welche das Pendulum [illegible]

ist, bekannt werde. Hieraus wird man ferner bestimmen können, wie eine grosse Bewegung diesem Pendulo mitgetheilet werden muß, wenn auf dasselbe eine Kugel, deren Gewicht bekannt ist, mit einer gegebenen Geschwindigkeit in einem gegebenen Punkt aufstößt. Dahero, wenn das Pendulum vor dem Stoß still gestanden, so wird man anzeigen können, was vor einen grossen Schwung das Pendulum von einem solchen Stoß bekommen, und wie weit dasselbe von seinem Ruhestand gebracht werden müsse. Wenn also hinwiederum diese Entfernung des Penduli von seinem Ruhestand bekannt ist, welche von dem Anstoß einer Kugel, deren Schwehre bekannt, in einem gegebenen Punkt verursachet worden, so läßt sich daraus die Geschwindigkeit, womit die Kugel darauf gestossen, bestimmen.

Derowegen, wenn eine Kugel von einer bekannten Schwehre gegen das Pendulum anstößt, und die Grösse des Schwungs, welchen das Pendulum durch diesen Stoß empfängt, genau beobachtet wird, so kan man daraus die Geschwindigkeit, welche die Kugel bey dem Stoß gehabt, anzeigen.

Die Grösse des Schwungs aber, welcher in dem Pendulo von dem Stoß verursachet wird, kan sehr genau durch Hülfe des Bandes LN gemessen werden. Man darf zu diesem Ende nur die beyden stählernen Schärfen VN, zwischen welchen das Band durchgeht, vermittelst der Schraube Z dergestalt spannen, daß das Band zwar frey und leicht, jedoch nicht ohne einen geringen Wiederstand durchgezogen werden könne. Ehe nun das Pendulum in Bewegung gebracht wird, so ziehe man das Band so stark an, daß dasselbe zwischen dem Pendulo und VN gespannt, dennoch aber das Pendulum selbst dadurch nicht aus seinem Ruhestand gebracht werde; und stecke bey VN eine Stecknadel darein. Alsdenn lasse man eine Kugel an das Pendulum stossen, welches dadurch zurückgetrieben und einen Theil des Bandes bey VN durchziehen wird, aus welchem durchgezogenen Theil, dessen Länge von der Stecknadel an gemessen wird, man sofort den Bogen, welchen das Pendulum im ersten Schwung beschrieben, ausmessen kan.

Die Rechnung aber, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel aus der beobachteten Ausweichung des Penduli nach dem Stoß bestimmet wird, erfordert eine weitere Erklärung. Zu diesem Ende wollen wir nach demjenigen Pendulo, dessen wir uns bey unsern Experimenten bedienet haben, die Rechnung anstellen, welche dienen wird, um alle andere Fälle berechnen zu können.

Das Gewicht dieses ganzen Penduli, Eisen und Holz alles zusammen genommen, war 56 Pf. 3 Unzen. Sein Centrum gravitatis war von der Axe EF entfernet 52 Zoll, und dieses Pendulum machte 200 kleine Schwingungen in

16 ist, und die Länge der Sehne des Bogens, welchen das Centrum des Brets $GHIK$ beschrieben, anzeigt. Hierauf findet man den Sinum versum des Bogens, dessen Sehne ist 16 Zoll, und der Radius 66 Zoll, gleich 1,93939. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein Cörper zu dieser Höhe zu steigen vermögend ist, oder welches einerley, welche ein Cörper, so aus der Höhe von 1,93939 Zoll herunterfällt, erlangt, beträgt $3\frac{1}{4}$ Schuh in einer Secunde.

Um nun hieraus die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die Kugel auf das Centrum des Holzes gestossen, als das Pendulum in seinem daher verursachten Schwung das Band um $17\frac{1}{4}$ Zoll durch das obbeschriebene Instrument NV weiter durchgezogen, so hat man nichts mehr nöthig, als die gefundene Zahl von $3\frac{1}{4}$ Schuh mit 505 zu multipliciren. Denn das Product 1641 deutet an, wie viel Schuh die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit, welche sie bey dem Stoß gehabt, in einer Secunde nach einer gleichförmigen Bewegung durchlaufen würde. Denn wir haben gefunden, daß das Punct des Bretts, wo die Kugel angestossen, eine Geschwindigkeit habe von $3\frac{1}{4}$ Schuh in einer Secunde; wir haben aber auch vorher erwiesen, daß die Geschwindigkeit der Kugel 505 mahl grösser sein müsse. Wenn also eine Kugel, so $\frac{1}{12}$ Pfund wiegt, auf das Mittelpunct des hölzernen Brets $GHIK$ geschossen wird, und dadurch das Band um $17\frac{1}{4}$ Zoll fortgezogen wird, so beträgt die Geschwindigkeit der Kugel 1641 Schuh in einer Secunde. Da nun die Länge des Bands, welches durch das Instrument bey NV durchgezogen wird, ohne Fehler die Sehne des Bogens, welchen das unterste Ende des Penduli beschreibt, giebt, indem das Band dergestalt angemacht ist, daß der Unterscheid nicht merklich seyn kann; diese Sehnen aber, wie bekannt, mit den Geschwindigkeiten, welche dem Pendulo durch den Stoß mitgetheilet werden, einerley Verhältniß haben, so ist klar, daß die Theile des Bandes, so bey verschiedenen Stössen in NV durchgezogen werden, den Geschwindigkeiten der aufstossenden Kugel proportional sind. Dahero verhält sich auch die Länge von $17\frac{1}{4}$ Zoll zur Länge des in einem gegebenen Fall durchgezogenen Bandes, wie 1641 Schuh zur Anzahl der Schuhen, welche die Kugel im gegebenen Fall mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde durchzulaufen vermögend ist.

Hieraus ersieht man also überhaupt, wie durch Hülfe dieses Instruments die Geschwindigkeit einer jeglichen Kugel erkannt werden kann. Damit aber diejenigen, welche Lust haben, dergleichen Experimente selbst anzustellen, um so viel weniger Schwierigkeiten antreffen mögen, so will ich hier noch einige

Handgriffe beyfügen, welche man dabey so wohl zu besserem Fortg Experimenten, als zur eigenen Sicherheit in Acht zu nehmen hat.

Ich muß also für das erste, damit man das hölzerne Bret *GHI* als ein unnöthiges Stück der Maschine ansehe, anzeigen, daß wenn voller Ladung geschossene Kugel unmittelbar gerade gegen das Eisen a sollte, so würde die Kugel durch den Schlag zersplittern, und diese mit solcher Heftigkeit zurück springen, daß sie in das umstehende H hinein fahren würden. Der damit verknüpften Gefahr nicht zu geden würde auch das Pendulum die Geschwindigkeit der Kugel, wegen de prellens, worauf die Rechnung nicht gerichtet ist, nicht richtig zu geben.

Das Gewicht des ganzen Penduli, und die Dicke des Brets, m einiger massen nach der Grösse der Kugeln, welche gebraucht werd gerichtet seyn. Das Pendulum, so hier beschrieben worden, kann Kugeln, welche unter drey biß vier Unzen wägen, sicher beybehalten wenn nur für die schwersten die Dicke des Brets 7 bis 8 Zoll angen wird. Das Büchene Holz ist zu diesem Ende das tüchtigste.

Es ist auch gefährlich, auf der Seite des Penduli zu stehen, w Bret nicht so dicke ist, daß die Kugel, ehe sie auf das Eisen kom grösten Theil ihrer Kraft verliehrt. Denn, wenn dieselbe mit ein grossen Gewalt auf das Eisen stößt, so dringen die Splitter von de welche durch das Holz nicht zurück springen können, zwischen de und Eisen durch, und fliegen noch ziemlich weit herum.

Weil man kein ander Mittel hat, das Holz auf dem Eisen zu be als durch Schrauben, davon die Köpfe auf dem Bret hervorstehen, es geschehen, daß bißweilen eine Kugel auf eine solche Schraube zu kommt, in welchem Fall die Splitter davon allenthalben herum gesc werden.

Wenn ferner in diesen Experimenten so wenig Pulver gebrauc daß die davon der Kugel mitgetheilte Geschwindigkeit nicht über 500 Schuh in einer Secunde austrägt, so bleibt die Kugel im Ho stecken, sondern springt zurück, und das, wenn das Holz sehr hart einer sehr grossen Geschwindigkeit. Ich habe diese rückprellende G digkeit niemahls mit Fleiß untersucht; ich habe aber öfters gesehen, Kugel von den umliegenden Körpern, worauf sie gefahren, ist v worden.

Um nun diese Gefahr zu vermeiden, wobey in Philosophischen Untersuchen keine Ehre erlangt werden kann, so ist am sichersten, den Lauf, womit man schiessen will, auf ein starkes und schwehres Gestell zu befestigen, und denselben mit einer nicht allzugeschwind brennenden Zünd-Röhre abzufeuern. Der Lauf muß nach der ganzen Länge wohl befestiget werden; es kann auch kein Mußketen-Lauf, so nach den gewöhnlichen Dimensionen geschmiedet worden, diese hier erzehlten Experimente, ohne zu bersten, lange aushalten, wie ich zu meinem Schaden mehrmahlen erfahren. Der Lauf, worauf ich mich am meisten habe verlassen können, und welchen ich zu diesem Ende ausdrücklich habe verfertigen lassen, ist bey nahe oben so stark als unten, und seine Dicke ist fast allenthalben dem Diameter seiner Höhlung gleich.

Man muß auch das Pulver zu diesen Experimenten auf das genauste abwägen, und wohl acht haben, daß nichts davon im Laden vor der Kugel zurück bleibe; dahero ein solcher Lauf eben, wie eine Canone, geladet werden muß. Der Vorschlag wird am füglichsten von Hanf genommen und muß allemahl gleich schwer seyn; immer aber so geringe, als nur möglich ist, um das Pulver in seinen gehörigen Platz einzuschränken. Wenn auch ein Raum zwischen der Kugel und dem Pulver ledig gelassen werden soll, so muß die Länge desselben sorgfältig abgemessen werden; indem darauf die Geschwindigkeit der Kugel, und die Stärke des Schusses, sehr viel beruhet; ungeachtet sonsten weder die Kugel noch die Ladung verändert wird. Man muß auch den Lauf zum wenigsten so weit von dem Pendulo entfernen, daß die Gewalt der Flamme darauf nicht würken kann, welches bey einem gemeinen Lauf, so mit $\frac{1}{2}$ Untze Pulver geladen wird, geschicht, wenn diese Entfernung nur über 16 biß 18 Schuh ist. Bey stärkeren Ladungen aber reichet die Gewalt der Flamme weiter, und habe ich gefunden, daß sich dieselbe über 25 Schuh weit erstrecket hat. Deswegen habe ich immer diese Distanz von 18 bis 25 Fuß erwehlet. Was ausser diesem noch mehr hierbey zu beobachten ist, solches wird sich füglicher in der Erzehlung und Beschreibung der Experimente, welche ich angestellt, anbringen lassen, wozu ich mich also wende.

ERSTE ANMERKUNG

Die Art, welche unser Autor beschreibet, um die Geschwi
Kugel durch Versuche zu bestimmen, ist ohne Zweifel eine
[illegible] und nützlichsten Erfindungen in der Artillerie; indem a
was man bißher darüber zu bestimmen im Stande gewesen, seh
[illegible] ist. Die Beschreibung der Maschine ist so deutlich, d
leicht für einen jeglichen Fall darnach verfertigen lassen kann;
[illegible] damit angestellten Experimenten die wahre Geschwindigk
[illegible] werden soll, verdienet eine weitere Erläuterung.
[illegible] man das Gewicht des ganzen Penduli zu wissen nöthig, wel
gewöhnliche Abwägung leicht gefunden wird. Nur ist hiebey z
zu dem Cörper des Penduli nicht nur der untere Theil, sonder
[illegible] zugleich in Bewegung gesetzt wird, gerechnet werd
folglich dazu auch das Gewicht des Horizontal-Balkens EF g
muß dieser Balken EF, oder vielmehr die Linie, nach welche
den Armen R und S aufflieget, vollkommen horizontal seyn. D
stellt die Axe vor, um welche das Pendulum sich beweget, un

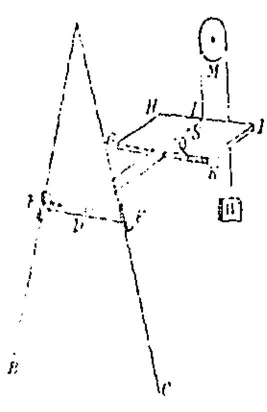


Fig. 4

die Entfernungen so wohl des Centri
des Centri oscillationis gesucht werde
suche zu diesem Ende vor allen Ding
des untersten Bords HI, wo das Ba
festigt ist, von der gedachten Axe,
Berechnung der Geschwindigkeit de
Kugel gleichfalls nöthig ist. Um herna
des Centri gravitatis des ganzen Pe
derselben Axe zu finden; so hebe n
des Bands LMW oder eines stärkern
nöthig erachtet wird, das Pendulum
Höhe, biß dasselbe horizontal zu
(Fig. 4.)

Zu diesem Ende ziehe man das Band über eine Rolle
einem solchen Orte befestiget ist, daß das Stück des Bandes LM
stehe. Wenn das Pendulum $GHIK$ in die Horizontal-Lage ge
als denn hänge man an das andere Ende des Bandes in W
Gewicht, als zu Erhaltung des Penduli in der Horizontal-Lage

Wenn dieses Gewicht gefunden, so wird sich dasselbe zum Gewicht des Penduli verhalten, wie die Distanz des Centri gravitatis von der Axe, zur Distanz des Puncts L von der Axe; wie aus der Static bekannt ist. Wenn also das Gewicht des ganzen Penduli gesetzt wird $= P$, das Gewicht, so bey dieser Untersuchung in W angehängt werden muß, $= Q$, die Distanz des Puncts L von der Axe EF nehmlich $DL = a$, und das Centrum gravitatis des ganzen Penduli in Q angenommen, und die Distanz $DQ = g$ genennet wird, so muß nach den Regeln der Statik sein $Q : P = g : a$, oder $Pg = Qa$; woraus gefunden wird $g = \frac{Qa}{P}$. Es sey ferner S das Centrum oscillationis des Penduli, und $DS = f$, so wird f die Länge eines einfachen Penduli andeuten, welches mit dem vorgelegten seine Schwingungen in einerley Zeit verrichtet. Dahero um diese Distanz $DS = f$ zu finden, so muß man suchen, in wie langer Zeit das Pendulum eine Oscillation absolvire. Zu diesem Ende bringe man dieses Pendulum in einen kleinen Schwung, dergestalt, daß die Oscillationes nicht über 5 biß 6 Grad beyderseits ausweichen; weil dieselben sonsten nicht alle von einerley Dauer seyn würden, und zehle nach einer guten Uhr, wie viel Oscillationen dieses Pendulum in 1, 2 oder 3 Minuten mache. Der Autor hat hierzu eine Zeit von 200 Schwingungen genommen, dahero wollen wir hier zum Exempel 3 Minuten oder 180″ annehmen. Es sey nun n die Zahl der Oscillationen, welche das Pendulum in der Zeit von 3 Minuten verrichtet. Da nun ein einfaches Pendulum, so 3,16625 Rheinländische Schuh lang ist, durch seine Schwingungen accurat Secunden weiset, so würde dieses Pendulum in 3 Minuten 180 Schwingungen verrichten. Es sind aber die Zeiten, in welchen zwey einfache Pendula von verschiedener Länge ihre Oscillationen machen, wie die Quadrat-Wurzeln aus ihrer Länge. Derowegen, da ein Pendulum, so 3,16625 Schuh lang ist, eine Oscillation in 1″, das gesuchte Pendulum aber, dessen Länge wir $= f$ setzen, eine Oscillation in $\frac{180''}{n}$ absolvirt, so wird seyn

$$1 : \frac{180}{n} = \sqrt{3{,}16625} : \sqrt{f},$$

und also

$$f = \frac{32400 \cdot 3{,}16625}{nn}$$

Rheinl. Schuh. Das ist

$$f = \frac{102586\tfrac{1}{2}}{nn}.$$

Solchergestalt wird also die Länge f leicht in Rheinländischen Schuhen ge-

... welches Maaß in Mechanischen Rechnungen vor andern Maa... ...geringen Vorzug hat, weil ein frei herabfallender Cörper in ein... ... 15625 tausendste Theile Rheinländischen Schuhes beschreibt, ... Zahl 15625 eine Quadrat-Zahl ist, deren Radix 125 in den Rechn... ... angebracht wird. Aus dem Rheinländischen Maaß ... das Parisische, oder das Englische leicht heraus gebrac... ... 1,030[1] Rheinländische Schuh einen Pariser Schuh und 0,97... ... Schuh einen Englischen Schuh betragen. In dem Exempel ... das Pendulum in 253 Secunden 200 Oscillationen, folglic... ... Oscillation in $\frac{253''}{200}$, woraus diese Proportion entsteht.

$$1 : \frac{253}{200} = \sqrt{3{,}16625} : \sqrt{f},$$

daher wird

$$f = \frac{253 \cdot 253 \cdot 3{,}16625}{40000} = 5{,}0667$$

Schuh; oder nach Englischem Maaß wird

$$f = 5 \text{ Schuh } 2\tfrac{2}{3} \text{ Zoll} = 62\tfrac{2}{3} \text{ Zoll},$$

wie der Autor gefunden.

ZWEYTE ANMERKUNG

Nachdem die Natur des Penduli auf diese Art untersuchet ... worden, so ist man im Stande, damit die Experimente anzustell... durch die Geschwindigkeit einer jeglichen Kugel zu bestimmen. (F...

Es sey also das Gewicht des ganzen Penduli $= P$, die Länge D... Centrum gravitatis des Penduli in Q und $DQ = g$; das Centrum ... des Penduli in S und $DS = f$, welche Quantitäten auf die vorher ... Weise gefunden werden. Lasst uns nun setzen, daß eine Kugel ... Pendulum auf den Punkt F geschossen, und von diesem Stoß da... biß in Dl fortgestossen worden, wovon die Sehne Ll durch das ...

1) Im Original 1,035. Berichtigt von F. R. S.

zeiget wird. Man bemerke also zuvörderst die Distanz DV, welche sei $= h$; ferner sey das Gewicht der Kugel $= p$, und die Sehne $Ll = k$, woraus nach der Anweisung des Autoris die Geschwindigkeit der Kugel folgender Gestalt gefunden wird. Man stelle nehmlich diese Regul Detri an: wie sich verhält das Quadrat von DV oder h^2 zum Product $DQ \cdot DS$ oder fg, also das Gewicht des Penduli P zu einem andern Gewicht, welches seyn wird $= \frac{fg}{hh} P$. Der Stoß des Penduli wird also eben so beschaffen seyn, als wann an statt des ganzen Penduli in V ein Gewicht $= \frac{fg}{hh} P$ befindlich wäre, und den Stoß aushielte. Weil nun die Kugel nicht zurück prellet, so wird die Mittheilung der Bewegung nach den Gesetzen der weichen Cörper geschehen. Wann die Geschwindigkeit der Kugel, welche in V anstösst, derjenigen gleich gesetzt wird, welche ein schwerer Cörper durch den Fall aus der Höhe $= v$ erhält, und folglich der Quadrat-Wurzel daraus $\sqrt{v}$ proportional ist, so war die Grösse ihrer Bewegung vor dem Stoß $= p\sqrt{v}$, welche also auch nach dem Stoß unverändert bleibet. Dahero wird die Geschwindigkeit des Punkts V nach dem Stoß seyn

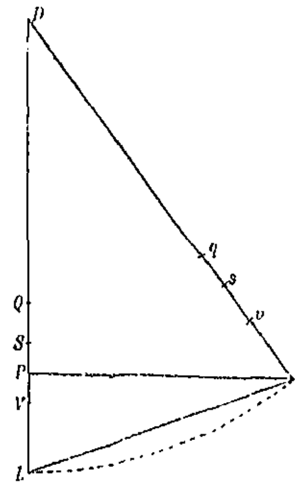


Fig. 6.

$$= \frac{p\sqrt{v}}{p + \frac{fg}{hh} P} = \frac{hhp\sqrt{v}}{fgP + hhp},$$

mit welcher dasselbe in dem darauf folgenden Schwung zu einer Höhe

$$= \frac{h^4 p^2 v}{(fgP + hhp)^2}$$

steigen wird. Da nun die Sehne $Ll = k$ durch die Erfahrung bekannt ist, so steiget das Punkt L in der That durch die Höhe

$$LP = \frac{Ll \cdot Ll}{2DL} = \frac{kk}{2a}:$$

folglich steiget das Punkt V durch eine Höhe, welche sich zu jener verhält, wie $DV = h$ zu $DL = a$, und ist also $= \frac{hkk}{2aa}$. Woraus diese Vergleichung entspringt

$$\frac{h^4 p^2 v}{(fgP + hhp)^2} = \frac{hkk}{2aa},$$

und wird also

$$v = \frac{kk(fgP + hhp)^2}{2aah^3pp}$$

und

$$\sqrt{v} = \frac{k(fgP + hhp)}{ahp\sqrt{2h}} = \frac{fgP + hhp}{ahp} \cdot \frac{k}{\sqrt{2h}}.$$

Hieraus wird nun die wahre Geschwindigkeit folgender Gestalt gef
ein frey herabfallender Cörper in einer Secunde durch eine Höhe
tausendsten Theilchen eines Rheinländischen Schues herab fällt, u
dadurch erhaltenen Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg
solcher Theilchen durchläuft, die Geschwindigkeiten aber, welche
aus verschiedenen Höhen erlangt, den Quadrat-Wurzeln daraus pr
sind: so wird sich verhalten $\sqrt{15625} : \sqrt{v} = 31250$ zu dem Wege, w
Kugel mit ihrer Geschwindigkeit, so aus der Höhe v entspringt, z
Dahero dieser Weg seyn wird

$$= \frac{31250\sqrt{v}}{\sqrt{15625}} = 250\sqrt{v}$$

tausendsten Theilchen eines Rheinl. Schues: wenn nehmlich v in
gleichen Theilchen ausgedruckt wird.

Weil nun $\frac{fgP + hhp}{ahp}$ eine blosse Zahl giebt, und es hierbey n
auf ankommt, was man sich bey den Buchstaben a, f, g, h, P u
eines Maasses bedienet, so hat man nur nöthig k und h, oder d
$\frac{k}{\sqrt{2h}}$ in solchen Theilchen auszudrücken; und alsdann wird die Ges
keit der Kugel in einer Secunde so viel tausendste Theilchen eine
Schuhes, als diese Zahl

$$\frac{250(fgP + hhp)}{ahp} \cdot \frac{k}{\sqrt{2h}}$$

ausweiset, oder so viel Rheinl. Schuhe, als diese Zahl $\frac{fgP + hhp}{ahp} \cdot \frac{k}{4\sqrt{2h}}$
austragen. Zur Rechnung wird diese Form

$$\left(\frac{fg}{ah} \cdot \frac{P}{p} + \frac{h}{a}\right) \frac{k}{4\sqrt{2h}}$$

bequemer seyn, welche, wann der Bruch $\frac{k}{\sqrt{2h}}$ in tausendsten Theilche
Rheinl. Schues ausgedrückt wird, anzeigt, wie viel Rheinl. Schuh di

mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde durchzulauffen im Stande ist. In dem von dem Autore angeführten Exempel ist nun

$$P = 56\tfrac{3}{16}\ \text{tt}, \quad p = \tfrac{1}{12}\ \text{tt}, \quad \text{folglich} \quad \frac{P}{p} = 674\tfrac{1}{4},$$

$$\left.\begin{array}{l} a = 71\tfrac{1}{8}\ \text{Zoll} \\ f = 62\tfrac{2}{3}\ \text{Zoll} \\ g = 52\ \ \text{Zoll} \\ h = 66\ \ \text{Zoll} \\ k = 17\tfrac{1}{4}\ \text{Zoll} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ \\ \text{Engl.} \\ \left.\begin{array}{l} = 5335 \\ = 1395 \end{array}\right\} \text{tausendstel Rheinl. Sch.} \end{array}$$

Also ist

$$\frac{fg}{ah} = \frac{62\frac{2}{3}\cdot 52}{71\frac{1}{8}\cdot 66} = \frac{3258\frac{2}{3}}{4694\frac{1}{4}}$$

und

$$\frac{fg}{ah}\cdot\frac{P}{p} = 468{,}053$$

$$\frac{h}{a} = \quad 0{,}928$$

$$\frac{fg}{ah}\cdot\frac{P}{p} + \frac{h}{a} = 468{,}981.$$

Ferner ist $2h = 10670$, und die Rechnung wird folgender Gestalt durch die Logarithmos vollendet werden:

$$\begin{aligned} l\,2h &= 4{,}0281644 \\ l\sqrt{2h} &= 2{,}0140822 \\ l\,4 &= 0{,}6020600 \\ l\,4\sqrt{2h} &= 2{,}6161422 \\ \text{von}\ \ l\,k &= 3{,}1445742 \\ &\ 0{,}5284320 \\ \text{Addir}\ l\left(\frac{fg}{ah}\cdot\frac{P}{p} + \frac{h}{a}\right) &= 2{,}6711552^{1)} \\ &\ 3{,}1995872^{2)} \end{aligned}$$

Die gehörige Zahl ist also

$$= 1583{,}388^{3)}$$

1) Im Original 2,6711544. 2) Im Original 3,1995864. 3) Im Original 1583,385. Berichtigt von F. R. S.

und weiset, daß die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde 158 Rheinl. Schuh durchzulauffen vermögend ist. Da nun 970 Rheinl. Schul 1000 Engl. Schuh betragen, so macht diese Geschwindigkeit 1632 Engl. Schul in einer Secunde, welches von der Rechnung des Autoris nur um 9 Schuh differiret[1]), dergleichen Unterscheid in diesem Werk nicht zu achten ist. In der That muß auch die wahre Geschwindigkeit der Kugel etwas grösser seyn, als diese Rechnung anzeigt, weil die Resistentz der Luft verursachet, daß das Pendulum nicht so hoch aufgehoben wird, als solches kraft der eingedrückten Geschwindigkeit geschehen müsste. Wie viel aber diese Hinderniße austragen könne, wollen wir hernach untersuchen, wann wir den Grund dieser von dem Autore angegebenen Regel, um die Geschwindigkeit der Kugel zu berechnen, werden angezeigt haben.

DRITTE ANMERKUNG

Der Beweis der Regel, welche der Autor giebt, um die Geschwindigkeit der Kugel aus der Würkung des Stosses zu berechnen, findet sich an so wenig Orten ausgeführt, daß derselbe den meisten Lesern völlig unbekannt seyn wird. Derowegen wird nicht undienlich seyn, diese sonst ziemlich dunkle Materie, so viel unser gegenwärtiges Vorhaben verstattet, zu erläutern. Dieselbe gehöret nun zu der Lehre von der Veränderung der Bewegung, welche durch den Stoß zweyer an einander stossenden Cörper verursachet wird; wovon die Regeln, wann beyde Cörper dergestalt gerade auf einander stossen, daß die Linie, welche auf den Ort, wo sich dieselben berühren, perpendicular gezogen wird, durch eines jeden Centrum gravitatis durchgehet, genugsam bekannt, und in den meisten mechanischen Büchern anzutreffen sind: die Cörper mögen mit einer elastischen Kraft begabt seyn oder nicht. Wo aber dieser Umstand nicht statt findet, da lässt sich auch durch diese bekannten Regeln die Veränderung, so bey dem Stoß vorgehet, nicht bestimmen.

In dem gegenwärtigen Fall aber kommt noch dieses hinzu, daß der eine Cörper, nehmlich das Pendulum, worauf der Stoß geschieht, nicht frey, sondern um eine Axe beweglich ist, welcher Umstand bey dieser Unter-

1) Siehe p. 97. F. R. S.

suchung insonderheit in Erwegung gezogen werden muß. Um aber eine jede Veränderung, welche in einem um eine Axe beweglichen Cörper vorgeht, zu bestimmen, so hat man auf das Momentum inertiae desselben zu sehen, welches erhalten wird, wann man ein jegliches Theilchen des Cörpers durch das Quadrat seiner Distantz von der Axe multiplicirt, und alle diese Producte zusammen addirt: da man. wenn der Cörper frey beweglich ist, seine Inertiam oder das Gewicht selbst zu nehmen pflegt. Ferner muß auch bey dieser Bewegung um eine Axe nicht die darauf würkende Kraft selbst, sondern derselben Momentum in Betrachtung gezogen werden, welches entsteht, wenn man die Kraft durch die Perpendicular-Distantz ihrer Direction von der Axe multiplicirt. Dieses Momentum der Kraft durch das obige Momentum inertiae dividirt, giebt die absolute Vim acceleratricem der Bewegung um die Axe: und wenn dieser Bruch durch die Distantz eines beliebigen Punkts von der Axe multiplicirt wird, so kommt die Vis acceleratrix dieses Punkts heraus. Dahingegen bey einem frey beweglichen Cörper die Kraft durch die Inertiam oder das Gewicht desselben dividirt, die Vim acceleratricem zugeben pflegt. Weil nun die Distantz des Centri oscillationis S von der Axe nehmlich $DS=f$ heraus kommt, wenn man alle Theilchen des Penduli durch die Quadrate ihrer Distantzen von der Axe multiplicirt, und die Summe aller dieser Producten, das ist das Momentum inertiae, durch das Product des Gewichts des ganzen Penduli P in die Distanz des Centri gravitatis von der Axe $DQ=g$, nehmlich durch Pg dividiret, so ist das Momentum inertiae $=Pfg$, und wird folglich auf diese Art leicht gefunden. Man pflegt gemeiniglich in Bestimmung der Veränderung, welche durch den Stoß zweyer Körper verursachet wird, nicht auf die Zeit zu sehen, in welcher dieselbe hervor gebracht wird, und viele scheinen in den Gedanken zu stehen, als wenn diese Veränderung plötzlich geschähe, und keine Zeit erfordere. Daß aber diese Meynung der Wahrheit entgegen sey, könnte durch viele Gründe dargethan werden, wann uns nicht der gegenwärtige Fall einen augenscheinlichen Beweis davon an die Hand gäbe: denn, da die Kugel ziemlich tief in das Holtz des Penduli hinein dringet, so wird niemand läugnen können, daß dazu nicht einige Zeit erfordert werde. Inzwischen ist doch diese Zeit sehr kurz, und man kann sicher annehmen, daß das Pendulum seine Stelle nicht merklich verändere, indem der Stoß seine Würkung hervor bringt. (Fig. 6, p. 108.)

Es sey also DL die natürliche Stelle des Penduli, in welcher sich dasselbe befindet, ehe die Kugel dagegen geschossen wird; in derselben sey Q das Centrum gravitatis, S das Centrum oscillationis, und folglich $DQSL$

eine Vertical-Linie. Man nenne wie vorher das Gewicht des ganzen Penduli $= P$, die Linien $DL = a$, $DQ = g$, $DS = f$. In dieser Lage werde eine Kugel, deren Gewicht $= p$, nach der Horizontal-Direction TV gegen dem Pendulo geschossen, dergestalt, daß der erste Stoß im Punkt V geschehe. Es sey $DV = h$, und b die Höhe, aus welcher ein Cörper durch den Fall eine der Kugel gleiche Geschwindigkeit bekommt; dahero wir diese Geschwindigkeit durch $\sqrt{b}$ andeuten, weil $\frac{1}{4}\sqrt{b}$ anzeigt, wie viel Rheinländische Schuhe die Kugel in einer Secunde durchlauffen würde, wann die Höhe b in tausendsten Theilchen eines Rheinl. Schues ausgedruckt wird. Lasst uns nun setzen, daß nach Verfluß einer geringen Zeit $= t$ das Pendulum in die Stelle Dl gebracht worden, und daß die Kugel schon in dem höltzernen Brett biß in u hinein gedrungen. Man nenne den kleinen Bogen $Vv = x$, und die Tiefe $vu = y$; ferner sey die Geschwindigkeit, welche des Penduli Punct v schon erlanget, $= \sqrt{v}$, und die Geschwindigkeit der Kugel in u sey $= \sqrt{u}$. Da nun in der unendlich kleinen Zeit dt, das Punkt des Penduli v durch dx, die Kugel aber durch $dx + dy$ fortrücket, so ist aus den Regeln der Bewegung

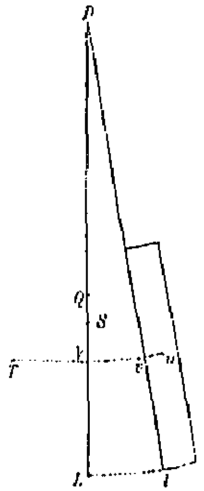


Fig. 6.

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} = \frac{dx + dy}{\sqrt{u}}.$$

In diesem Moment wird die Kugel noch etwas tiefer in das Holtz hinein dringen, und weil das Holtz wiedersteht, so wird dadurch die Geschwindigkeit des Penduli vermehrt, die Geschwindigkeit der Kugel aber vermindert. Es sey nun V die wiederstehende Kraft des Holtzes, so wird $\frac{V}{p}$ die Vis retardatrix der Kugel seyn, dahero entspringt

$$du = -\frac{V}{p}(dx + dy).$$

Hernach in so fern diese Kraft V auf das Pendulum würket, so wird das Momentum derselben seyn $= Vh$. Da nun das Momentum inertiae des Penduli ist $= Pfg$, so wird die Vis acceleratrix des Penduli im Punct v seyn $= \frac{Vhh}{Pfg}$, folglich

$$dv = \frac{Vhhdx}{Pfg}.$$

Jene Aequation durch diese dividirt gibt

$$\frac{du}{dv} = \frac{-Pfg(dx+dy)}{phh\,dx};$$

und weil

$$\frac{dx+dy}{dx} = \frac{\sqrt{u}}{\sqrt{v}},$$

so wird

$$\frac{du}{dv} = \frac{-Pfg\sqrt{u}}{phh\sqrt{v}}$$

oder

$$\frac{phh\,du}{\sqrt{u}} + \frac{Pfg\,dv}{\sqrt{v}} = 0,$$

welche Aequation integrirt giebt

$$phh\sqrt{u} + Pfg\sqrt{v} = phh\sqrt{b},$$

weil im Anfange des Stosses ist $v=0$ und $u=b$. Da nun die Würkung des Stosses völlig aufhöret, wenn die Geschwindigkeit des Penduli im Punkt v der Geschwindigkeit der Kugel gleich worden, so wird, wenn $\sqrt{s}$ die Geschwindigkeit des Penduli in v nach vollendetem Stoß andeutet, seyn

$$phh\sqrt{s} + Pfg\sqrt{s} = phh\sqrt{b}$$

oder

$$\sqrt{s} = \frac{phh\sqrt{b}}{Pfg+phh};$$

welche Expression mit derjenigen, welche der Autor gegeben, vollkommen übereinkommt, und also biß hieher die Richtigkeit seiner Regel beweiset. Weil nun $\sqrt{s}$ die Geschwindigkeit andeutet, welche dem Pendulo im Punkt V durch den Stoß mitgetheilet wird, so wird

$$\frac{\sqrt{s}}{h} = \frac{ph\sqrt{b}}{Pfg+phh}$$

die Geschwindigkeit des Schwungs absolute anzeigen; woraus erhellet, daß der Schwung sehr klein seyn werde, wenn die Distantz DV sehr klein angenommen wird: hinwiederum aber wird der Schwung sehr klein, wenn h allzugroß angenommen wird. Hieraus lässt sich also die Frage auflösen, in welchem

Punkt die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ auf das Pendulu
müsse, damit dasselbe davon den stärksten Schwung bekomme.
aber finden, daß dieses geschehe, wenn

$$Pfg = phh, \quad \text{oder} \quad h = DV = \sqrt{\frac{Pfg}{p}}.$$

Dieses Punkt V ist also das sogenannte Centrum percussionis, u
erhellet, daß dasselbe weder das Centrum gravitatis, noch das Cent
lationis sey; sondern ausser diesen Punkten noch die Verhältniß
dem Gewicht des Penduli, und dem Gewicht der Kugel erforde
also das Gewicht der Kugel p in Ansehung des Penduli P sehr kl
wird das Centrum percussionis sehr tief hinab fallen. Man hat al
gegenwärtigen Fall nicht nöthig, auf das Centrum percussionis zu
denn es ist vielmehr rathsam, dahin zu trachten, daß der dem Pe
gedruckte Schwung nicht allzugroß werde. Da wir aber jetzt die
digkeit des Punkts V gefunden; so ist noch übrig zu suchen, wi
durch das Pendulum erhoben werden müsse. Weil nun bekannt is
jedes Pendulum eben die Bewegung bekommt, als wenn das ganz
desselben in dem Centro oscillationis vereiniget wäre, so müssen wi
das Centrum oscillationis sehen, welches aber, da nunmehro die
Pendulo steckt, etwas verändert wird. Um dieses zu finden, so
das Momentum inertiae, welches wegen der Kugel seyn wird $= p$
solches dividire man durch $Pg + ph$, so kommt die Distantz des c
lationis von der Axe

$$= \frac{Pfg + phh}{Pg + ph};$$

wobey wir die Grösse der Kugel aus der Acht lassen. Wie sich al
h zu $\frac{Pfg + phh}{Pg + ph}$, also verhält sich die Geschwindigkeit des
nehmlich $Vs = \frac{phh\sqrt{b}}{Pfg + phh}$ zur Geschwindigkeit des Centri oscillation
seyn wird

$$= \frac{ph\sqrt{b}}{Pg + hp}.$$

Dieses muß also im folgenden Schwung durch einen Bogen steig
Sinus versus ist

$$= \frac{ppbhh}{(Pg + ph)^2}$$

d die Sehne

$$= \frac{ph}{Pg+ph}\sqrt{\frac{2b(Pfg+phh)}{Pg+ph}}.$$

hero die Sehne des Bogens, welchen das Punkt L beschreiben wird, seyn muß

$$= \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}.$$

nun diese Sehne durch das Experiment gefunden und $= k$ gesetzt worden , so wird

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}$$

d folglich

$$\sqrt{b} = \frac{k\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}{pah\sqrt{2}}.$$

er bedeutet b, was wir oben v genennet haben, nehmlich die Höhe, aus elcher die Geschwindigkeit der Kugel durch den Fall erzeuget wird. Weil so nach des Autoris Regel heraus gebracht worden

$$\sqrt{b} = \frac{k(Pfg+phh)}{pah\sqrt{2h}},$$

sicht man, daß dieselbe nicht richtig ist. Der Autor hat sich darinne versehen, daß er geglaubt, die Bewegung des Penduli geschehe eben, als wenn s gantze Gewicht, welches er gefunden, im Punkt F vereinigt wäre, da ch dieses nur vom Centro oscillationis gilt. Um also die vom Autore gefundene Geschwindigkeit der Wahrheit gemäß einzurichten, so muß man dielbe noch durch $\sqrt{\frac{Pgh+phh}{Pfg+phh}}$ multipliciren. Dahero wenn h grösser ist als so findet der Autor die Geschwindigkeit der Kugel zu klein; zu groß aber, enn h kleiner als f. Der Unterscheid wird aber gemeiniglich so klein seyn, ß man denselben leicht aus der Acht lassen kann. Denn da p in Ansehung s P und der Unterscheid zwischen f und h sehr klein ist, so muß die vom itore gefundene Geschwindigkeit noch mit $1+\frac{h-f}{2f}$ multiplicirt werden, elches in seinem Exempel

$$1 + \frac{3\frac{1}{3}}{2\cdot 62\frac{2}{3}} = 1 + \frac{5}{188}$$

beträgt: folglich müssen zu der oben gefundenen Geschwindigke
Engl. Schuen in einer Secunde noch 43 Schuh addirt werden, dal
kommt 1675 Engl. Schuh in einer Secunde; welcher Unterscheid
noch ziemlich merklich ist.

Weil p in Ansehung des P über die maassen klein ist, so wird b

$$\sqrt{(Pg + ph)(Pfg + phh)} = Pg\sqrt{f} + \frac{1}{2} ph\sqrt{f} + \frac{1}{2} phh : \sqrt{f} = \frac{Pfg +}{}$$

folglich

$$\sqrt{b} = \frac{Pgk\sqrt{f}}{pah\sqrt{2}} + \frac{k(f+h)}{2a\sqrt{2f}} = \frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f}\right)\sqrt{\frac{f}{2}}\,.$$

Man setze also die blosse Zahl

$$\frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f}\right) = n,$$

und exprimire f in tausendsten Theilchen eines Rheinl. Schuhes,
Kugel mit der Geschwindigkeit, womit sie auf das Pendulum g
einer Secunde $\frac{n}{4}\sqrt{\frac{f}{2}}$ Rheinl. Schuhe durchlauffen können. Da
von dem Autore angeführten Exempel ist:

$$k = 17\tfrac{1}{4}, \quad a = 71\tfrac{1}{8}, \quad P = 56\tfrac{3}{16}\text{ ℔}, \quad p = \tfrac{1}{12}\text{ ℔}, \quad g = 52, \quad h = 66$$

so ist

$$\frac{k}{a} = 0{,}24253, \quad \frac{P}{p} = 674{,}25, \quad \frac{g}{h} = 0{,}788, \quad \frac{Pg}{ph} = 531{,}309, \quad \frac{f+h}{2f}$$

$$\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f} = 532{,}341,$$

folglich

$$n = 129{,}109 \quad \text{und} \quad \frac{n}{4} = 32{,}277;$$

ferner ist

$$f = 62\tfrac{2}{3}\text{ Zoll} \quad \text{und} \quad \frac{f}{2} = 2532{,}78\,^{1)}$$

dahero

$$\sqrt{\frac{f}{2}} = 50{,}326 \quad \text{und} \quad \frac{n}{4}\sqrt{\frac{f}{2}} = 1624{,}37.$$

1) f ist in englischem Maß und $\frac{f}{2}$ in Tausendsteln des rheinländischen Sc
Im Original 2532,75. F. R. S.

o würde die Kugel in einer Secunde 1624 Rheinl. Schuh, oder fast 1675 gl. Schuh haben zurück legen können.

Hierbey wird auch nicht undienlich seyn zu untersuchen, wie weit die gel in das Brett hinein dringt. Denn da die wiederstehende Gewalt des tzes V beynahe allenthalben einerley ist, so entsteht aus der Aequation

$$du = \frac{-V}{p}(dx + dy)$$

ch die Integration

$$u = b - \frac{V}{p}(x + y)$$

l also

$$x + y = \frac{p(b - u)}{V};$$

andere Aequation aber

$$dv = \frac{Vhhdx}{Pfg}$$

t

$$v = \frac{Vhhx}{Pfg},$$

)

$$x = \frac{Pfgv}{Vhh}.$$

ch geendigtem Stoß aber wird

$$v = u = \frac{p^2h^4b}{(Pfg + phh)^2} = s$$

l also die Tieffe vu

$$= y = \frac{pb}{V} - \frac{s}{Vh^2}(Pfg + phh) = \frac{pb}{V} - \frac{p^2hhb}{V(Pfg + phh)} = \frac{Ppbfg}{V(Pfg + phh)}.\,^{1)}$$

raus erhellet, daß je grösser die Distantz DV angenommen wird, je weer die Kugel hinein dringe. Eben diese Tiefe vu wird auch verringert, je ner das Momentum inertiae des Penduli Pfg ist. Da nun das Pendulum ne gehörige Stärke haben muß, so ist diese Verringerung nicht anders in unserer Gewalt, als daß man das Pendulum so lang, und unten so leicht che, als immer möglich ist, und dann die Kugel gegen das unterste Ende

1) Im Original $\cdots \frac{pb}{V} - s(Pfg + phh) = \cdots$ Berichtigt von F. R. S.

desselben loßschiesse. Wenn man dieses beobachtet, so wird man viell
ein solches Pendulum zu Stande bringen können, wodurch man nicht nu
Pistolen- und Mußketen-Kugeln, wie der Autor gethan, sondern auch
Canonen-Kugeln die Geschwindigkeit zu bestimmen im Stande seyn wir

VIERTE ANMERKUNG

Die Regel, welche der Autor giebt, um die Geschwindigkeit einer
aus der Stärke des Stosses zu finden, hat also nur alsdenn ihre Richti
wenn die Kugel gegen das Centrum oscillationis des Penduli geschossen
geschicht aber der Schuß entweder tiefer oder höher, so wird im erstern
nach des Autoris Regel die Geschwindigkeit der Kugel zu klein, im let
aber zu groß heraus gebracht. Es scheinet aber, daß in den meisten
dem Autore angestellten Experimenten der Schuß unter dem Centro os
tionis geschehen, und dahero müssen die von ihm bestimmten Geschwi
keiten zu klein seyn.

Es kommt aber hier noch ein anderer Umstand zu betrachten vor,
cher von dem Autore übergangen worden, und gleichfalls verursachet
die Geschwindigkeit grösser wird, als die bißherige Rechnung ausw
Dieser Umstand ist die Resistentz der Luft, davon die Würkung darinn
stehet, daß das Pendulum von dem Stoß nicht so weit von seiner
lichen Lage weggetrieben wird, als geschehen würde, wenn kein Wieder
vorhanden wäre. Da nun in der Rechnung angenommen worden, daß
Pendulum nach dem Stoß so hoch steige, als wenn keine Hinderniß wä
ist klar, daß die wahre Länge der Sehne Ll (Fig. 5), aus welcher die Geschw
keit der Kugel bestimmt werden muß, größer ist, als das Experiment an
weswegen folglich auch die Geschwindigkeit der Kugel um eben so vie
mehret werden muß. Ungeachtet aber dieser Unterscheid sehr gerin
indem bey dem ersten Schwung die von der Luft verursachte Vermind
der Bewegung gemeiniglich nicht sehr merklich ist, so wollen wir doch
Würkung der Luft einigermassen untersuchen, damit wir völlig vers
seyn können, ob man dieselbe ohne Fehler aus der Acht lassen könne
nicht? Wir wollen zu diesem Ende die hintere Fläche des Penduli, auf w
die Resistentz der Luft geschicht, in irgend einer Stelle während dem

gen betrachten. Es sey also die Geschwindigkeit, womit das unterste
kt L sich um die Axe EF (Fig. 7) bewegt, $=\sqrt{v}$ oder gleich derjenigen
chwindigkeit, welche ein Cörper, so durch die Höhe v herunter fällt, er-
gt; und die Entfernung dieses untersten Punktes L von der Axe EF
wie wir schon vorher gesetzt, $DL = a$. Man
e ferner auf der Fläche dieses Penduli nach Be-
en eine Horizontal-Linie MPM, und nenne
$= x$; so wird die Geschwindigkeit eines jeglichen
kts in dieser Linie seyn $\frac{x}{a}\sqrt{v}$; und folglich die
e, aus welcher diese Geschwindigkeit erzeuget wird,
$\frac{xv}{aa}$. Der Wiederstand der Luft gegen diese Linie
PM ist also eben so groß, als wenn eine Luft-Säule,
en Höhe $= \frac{xxv}{aa}$, darauf druckte. Wenn wir nun die
ite $MM = b$ setzen, und die Linie mm unendlich
e mit MM parallel ziehen, so wird der Raum
$mM = bdx$, und der Druck, den derselbe von der
aussteht,

$$= \frac{bv}{aa} xxdx.$$

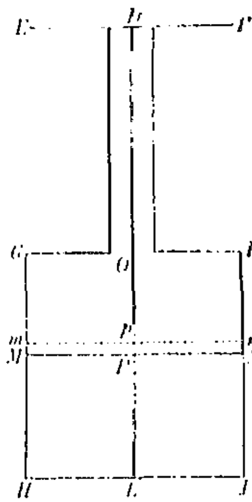


Fig. 7.

l aber hier nicht sowohl der Druck selbst, als dessen Moment in Be-
htung kommt, so wird das Moment

$$= \frac{bv}{aa} \cdot x^3 dx,$$

on das Integrale ist

$$= \frac{bv}{aa}\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}DO^4\right).$$

setze also $DO = c$, und mache $x = a$, so kommt das Momentum der
istentz, welche die Fläche $GHIK$ empfindet,

$$= \frac{bv}{4aa}(a^4 - c^4).$$

Resistentz des schmalen Theils DO kann, in Ansehung der gefundenen,
ls wegen der kleinen Fläche DO, theils wegen des noch mehr verringerten
ments, aus den Augen gesetzt werden. Das Moment der Resistentz ist
gleich $\frac{b(a^4-c^4)}{4aa}v$; um dieses gehörig auszudrucken, so rechne man das

Gewicht der Luft, welche den Raum $\frac{b(a^4-c^4)}{4aa}$, oder das Gewicht des welches den Raum $\frac{b(a^4-c^4)}{3456aa}$ ausfüllet, aus, und setze dieses Gewicht wird das Moment der Resistentz der Luft seyn $= Rv$.

Lasst uns nun setzen, das Pendulum sey in seinem Hinaufsteig Stelle Dl (Fig. 5) gekommen und der Winkel LDl sey $= \varphi$. schwindigkeit des Punkts l sey, wie oben gesetzt worden, $= \sqrt{v}$, die digkeit aber des Punkts L im Anfange des Schwungs sey $= \sqrt{i}$. nun das Pendulum Dl aus dieser Stelle noch weiter von DL entf stehet ihm sowohl seine Schwehre, als die Resistentz der Luft im V dieser ist das Momentum, wie wir gefunden $= Rv$, wenn nehmlich wicht R auf gemeldte Art bestimmet worden. Die Schwehre aber duli, welche $= P$, würkt, als wenn sie ganz im Centro gravitatis trirt wäre, und da die Distantz $Dq = DQ = g$, so wird das Mome $= Pg \sin. \varphi$. Das Momentum der Materie aber des ganzen Penduli wir oben gesehen, $= Pfg$. Dahero die vermindernde Kraft der Bew solute ist

$$= \frac{Pg \sin. \varphi + Rv}{Pfg};$$

im Punkt l aber wird diese Kraft

$$= \frac{Pag \sin. \varphi + Rva}{Pfg}.$$

Indem also das Punkt l durch das Elementum des Bogens Ll, w $ad\varphi$, fortgeht, so wird seyn

$$dv = \frac{-Pa^2 g d\varphi \sin. \varphi - Ra^2 v d\varphi}{Pfg} = \frac{-a^2 d\varphi \sin. \varphi}{f} - \frac{Ra^2 v d\varphi}{Pfg}$$

oder

$$dv + \frac{Ra^2 v d\varphi}{Pfg} = \frac{-a^2 d\varphi \sin. \varphi}{f}.$$

Um diese Aequation integrabel zu machen, so multiplicire man dies $e^{Raa\varphi : Pfg}$, wo e die Zahl bedeutet, deren Logarithmus hyperbolicus man nenne um der Kürze willen $\frac{Ra^2}{Pfg} = m$, und multiplicire mit $e^{m\varphi}$,

$$e^{m\varphi}(dv + mvd\varphi) = \frac{-a^2}{f} e^{m\varphi} d\varphi \sin. \varphi,$$

von das Integrale ist

$$e^{m\varphi}v = \frac{-a^2}{f}\int e^{m\varphi}d\varphi \sin.\varphi.$$

nun $-\int d\varphi \sin.\varphi = \cos.\varphi$, so ist

$$-\int e^{m\varphi}d\varphi \sin.\varphi = e^{m\varphi}\cos.\varphi - m\int e^{m\varphi}d\varphi \cos.\varphi.$$

d weil $\int d\varphi \cos.\varphi = \sin.\varphi$, so wird seyn

$$\int e^{m\varphi}d\varphi \cos.\varphi = e^{m\varphi}\sin.\varphi - m\int e^{m\varphi}d\varphi \sin.\varphi,$$

d also

$$\int e^{m\varphi}d\varphi \sin.\varphi = e^{m\varphi}(\cos.\varphi - m\sin.\varphi) + mm\int e^{m\varphi}d\varphi \sin.\varphi.$$

raus entspringt

$$-\int e^{m\varphi}d\varphi \sin.\varphi = \frac{e^{m\varphi}(\cos.\varphi - m\sin.\varphi)}{1+mm}.$$

hero erhalten wir diese Aequation:

$$e^{m\varphi}v = \frac{e^{m\varphi}aa(\cos.\varphi - m\sin.\varphi)}{(1+mm)f} + \text{Const.}$$

se Constans muß aus dem Anfange der Bewegung, welcher bekannt angenmen worden, bestimmt werden. Denn, wenn man setzt $\varphi = 0$, so wird $= i$, und also bekommt man

$$i = \frac{aa}{(1+mm)f} + \text{Const.},$$

glich

$$\text{Const.} = i - \frac{aa}{(1+mm)f}.$$

rowegen ist

$$e^{m\varphi}v = i - \frac{aa - e^{m\varphi}aa(\cos.\varphi - m\sin.\varphi)}{(1+mm)f}.$$

nn wir nun setzen, daß Dl die höchste Stelle anzeige, zu welcher das ndulum im ersten Schwung gelangen kann, und wo dasselbe wiederum herter zu fallen beginnt, so wird daselbst $v = 0$, und also

$$(1+mm)fi = aa - e^{m\varphi}aa(\cos.\varphi - m\sin.\varphi).$$

$$\sin.\frac{1}{2}\varphi = \frac{k}{2a}, \quad \cos.\frac{1}{2}\varphi = \sqrt{\left(1-\frac{kk}{4aa}\right)}$$

und weiter

$$\cos.\varphi = 1-\frac{kk}{2aa} \quad \text{und} \quad \sin.\varphi = \frac{k}{a}\sqrt{\left(1-\frac{kk}{4aa}\right)};$$

folglich

$$(1+mm)fi = aa - e^{m\varphi}aa\left(1-\frac{kk}{2aa}-\frac{mk}{a}\sqrt{\left(1-\frac{kk}{4aa}\right)}\right.$$

oder

$$(1+mm)fi = aa - e^{m\varphi}\left(aa-\frac{1}{2}kk-\frac{1}{2}mk\sqrt{(4aa-kk)}\right)$$

Wenn aber die Resistentz völlig verschwände, so würde m = Sehne Ll etwas grösser, als k. Lasst uns also setzen, die Seh diesem Fall $= s$, so kömmt heraus $fi = \frac{ss}{2}$. Solchergestalt ka unbekannten Buchstaben i aus der Rechnung bringen, da dann k

$$(1+mm)ss = 2aa - e^{m\varphi}\left(2aa-kk-mk\sqrt{(4aa-kk)}\right)$$

aus welcher man die wahre Länge der Sehne s, welche statt fi wenn keine Resistentz da wäre, und welche man in der Rechnu observirten Sehne k gebrauchen muß, finden kann. Denn a, k un $m = \frac{Kaa}{Pfg}$ sind bekannt, und φ ist der Winkel, dessen Helfte zum S wenn der Sinus totus[1]) $= 1$ angenommen wird. Diese Rechnun auf zweyerley Art erleichtert werden. Erstlich weil die Resisten ringe ist, so wird m ein so kleiner Bruch, daß man für $e^{m\varphi}$ $1 + m\varphi$, indem die höheren Dignitäten[2]) des m ohne Fehler werden können. Dahero wird

$$(1+mm)ss = kk - 2maa\varphi + mkk\varphi + mk\sqrt{(4a^2-k^2)}$$

oder

$$ss = kk - 2maa\varphi + mkk\varphi + mk\sqrt{(4aa-kk)}.$$

Zweytens ist auch gemeiniglich in dergleichen Experimenten der V

1) Sinus totus ist sin. 90°. F. R. S.

2) Das Wort Dignität bedeutet Potenz. F. R. S.

n wenig Graden, und dahero der Sinus des halben Winkels φ dem Bogen lbst beynahe gleich. Dahero wird

$$\frac{1}{2}\varphi = \frac{k}{2a} + \frac{k^3}{48a^3} \quad \text{und} \quad \varphi = \frac{k}{a} + \frac{k^3}{24a^3}$$

nd also

$$ss = kk - 2mak - \frac{mk^3}{12a} + \frac{mk^3}{a} + mk\sqrt{(4aa - kk)}.$$

eil aber k in Ansehung des $2a$ so sehr klein, so ist

$$\sqrt{(4aa - kk)} = 2a - \frac{kk}{4a},$$

nd folglich

$$ss = kk + \frac{2mk^3}{3a} \quad \text{oder} \quad s = k + \frac{mkk}{3a},$$

eilen wir die höheren Dignitäten von k sicher weg lassen können. In der beschriebenen Rechnung müssen wir also an statt der Sehne k diesen jetzt-fundenen Werth $k + \frac{mkk}{3a}$ gebrauchen; und da die Geschwindigkeit der Kugel r Sehne k selbst proportional ist, so erhält man die wahre Geschwindig-it der Kugel, wenn man die gefundene Geschwindigkeit noch mit $1 + \frac{mk}{3a}$ ultiplicirет, und auf diese Art kann man diese Correction, so oft dieselbe erklich ist, leicht anstellen.

Wir wollen die Probe an dem von dem Autore angeführten Exempel achen. Derselbe beschreibt zwar nicht, wie groß sein Brett, welches er auf s Pendulum geschraubt, gewesen, es scheinet aber, daß dasselbe zum enigsten 2 Schuh lang, und eben so breit gewesen. Da nun die gantze änge $DL = a = 71\frac{1}{8}$ Zoll, so wird in Schuhen seyn $a = 5{,}927$, also $c = 3{,}927$, nd $b = 2$ Schuh. Dahero ist

$$a^4 = 1234{,}07$$

$$c^4 = 237{,}82$$

$$a^4 - c^4 = 996{,}25$$

nd

$$b(a^4 - c^4) = 1992{,}50$$

lglich

$$\frac{b(a^4 - c^4)}{3456aa} = 0{,}01641.$$

Dieser Raum hält also $\frac{1641}{1000000}$ Cubische Schuh. Da nun ein Cu
Wasser ungefehr 70 ℔ wiegt, so wird das Gewicht $R = 1,14$
... $P = 16,187$ ℔ und gleichfalls in Schuen $f = 5,222$ und $g =$
wird

$$m = \frac{Rau}{Pfg} = 0,03174,$$

und da $k = 1,4575$ Schuh, so bekommt man:

$$\frac{mk}{3a} = 0,002566\,[1]),$$

das ist beynahe

$$\frac{mk}{3a} = \frac{1}{400}.$$

Derowegen ist die durch obige Methode gefundene Geschwin
zu klein. Da wir nun gefunden[2]), daß die Kugel in einer Secu
Englische Schuh fort gegangen, so trägt diese Correction nicht meh
aus, dergestalt, daß die Kugel in einer Secunde 1679 Schuh
können. Der Autor hat nun für diesen Fall nur 1641 Schuh
doch nach seiner eigenen Regel nur 1632 hätten heraus komme
aber seine Regel selbst unrichtig, so war aus diesem Grunde s
schwindigkeit um 43 Schuh zu klein. Welcher Fehler also n
Resistentz der Luft um 4 Schuh vermehret wird, dergestalt, da
Regel in diesem Exempel die Geschwindigkeit der Kugel in
um 47 Schuh zu klein angiebt, welcher Unterscheid nach s
Gründen allzugroß ist, als daß man denselben aus der Acht
Wir haben aber allhier die Resistentz noch gewiß zu klein ang
dabey auch nicht auf die Reibung der Axe gesehen, welche au
austragen würde: dergestalt, daß man sicher behaupten kann,
womit das Experiment angestellt worden, in einer Secunde z
1680 Englische Schuhe durchlauffen haben würde.

1) Im Original 0,002666. Berichtigt von F. R. S.
2) Siehe p. 112. F. R. S.

NEUNTER SATZ

Die würklichen Geschwindigkeiten, womit Kugeln von unterschiedener Art aus Schieß-Gewehren getrieben werden, mit der Theorie zu vergleichen.

Wie man die Geschwindigkeit, mit welcher eine Kugel würklich fortgetrieben wird, durch die Erfahrung bestimmen soll, ist in dem vorigen Satz weitläuftig erkläret worden; und wie man die Geschwindigkeit aus der Kraft des Pulvers, und der Beschaffenheit des Gewehres, nach unserer Theorie ausrechnen soll, solches ist in dem sechsten Satz gleichfalls vollständig gewiesen worden. Dahero wollen wir hier diese beyden Geschwindigkeiten, welche die Theorie und die Experienz anzeigt, gegen einander halten, und dadurch darthun, wie genau die Theorie mit den würcklichen Bewegungen der Kugeln übereinstimme, ungeachtet dieselbe auf solche Sätze gegründet worden, welche mit diesen Experimenten keineswegs verknüpft sind.

Die ersten Experimente, welche ich hier beschreiben werde, sind mit einem Lauf, so mit demjenigen, welcher in dem Exempel des 6ten Satzes gebraucht worden, einerley Ausmessungen hatte, angestellet worden. Die Kugel hielte $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, die Länge des gantzen Laufs war 45 Zoll, und die Pulver-Kammer $2\frac{5}{8}$ Zoll lang; welche, da der Lauf im Diameter ungefehr um $\frac{1}{40}$ weiter war, als der Diameter der Kugel, accurat 12 Drachmas Pulver einschliessen konnte.

Das Gewicht der Kugel, so gebraucht worden, war $\frac{1}{12}$ ℔ Avoir du poise, und folglich einerley mit dem Exempel des siebenten Satzes; das Brett am Pendulo aber war in gegenwärtigem Fall um 4 ℔ leichter, als in gemeldtem Exempel. Aus diesen Umständen läßt sich nun erstlich nach der Theorie die Geschwindigkeit der Kugel, und aus dieser ferner die Sehne Ll des Bogens, welchen das Pendulum nach dem Stoß beschreiben muß, ausrechnen: welche, wenn die Theorie richtig ist, mit der Länge, so das Band im Experiment anzeigt, völlig einerley seyn muß. Wie genau aber diese Uebereinstimmung in unsern Experimenten eintreffe, erhellet aus folgender Tabelle.

No.	Gewicht des Pulvers in Drachm.	Sehne des beschriebenen Bogens auf dem Band gemessen Zoll	Eben dieselbe nach der Theorie Zoll	Fehler der Theorie Zoll
1	12	18,7	19,0	+,3
2	12	19,6	19,0	−,6
3	6	13,6	13,4	−,2

Die nächstfolgenden Experimente sind mit eben diesem Lauf an... den; allein das Bret am Pendulo war jetzt etwas schwehrer, ... Exempel des 7ten Satzes. Hier ist auch nicht immer der gantze ... der Kugel mit Pulver angefüllet worden. Dahero in der folge... die Länge des Raums hinter der Kugel AF (Fig. 1) besonders bem...

No.	Raum hinter der Kugel AF(Fig.1) in Zoll	Gewicht des Pulvers in Drachm.	Sehne des Bogens auf dem Band gemessen Zoll	Eben dieselbe sollte nach der Theorie seyn Zoll	Fe... T...
4	$2\frac{5}{8}$	6	11,9	12,1	−
5	$2\frac{5}{8}$	6	12,2	12,1	−
6	$1\frac{1}{4}$	6	13,2	13,6	−
7	$1\frac{1}{4}$	6	13,9	13,6	−
8	$2\frac{5}{8}$	12	16,7	17,2	+
9	$2\frac{5}{8}$	12	17,5	17,2	−
10	$2\frac{5}{8}$	12	16,9	16,8	−
11	$2\frac{5}{8}$	12	17,0	16,8	−
12	$2\frac{5}{8}$	6	11,7	11,5	−
13	$2\frac{5}{8}$	6	11,1	11,5	+
14	$2\frac{5}{8}$	12	16,7	16,3	−

Die letzten fünf aus der Theorie entsprungenen Zahlen sind ... vielen Kugeln, welche schon im Bret steckten, corrigiret worden; ...

wicht, weil inzwischen viele andere Experimente angestellt worden, schon über 2 *tt* angewachsen war. Um dieser Ursache willen, da das Gewicht des Penduli vermehret worden, so muß die Weite des durch den Stoß verursachten Schwungs nach Proportion vermindert werden.

Die folgenden Experimente sind mit einem andern Lauf, der mit dem vorigen einerley Caliber hatte, aber nur 12,375 Zoll lang war, angestellt worden. Um nun diesen von dem vorigen zu unterscheiden, so wollen wir die Experimente, so mit dem ersten Lauf angestellt worden, mit dem Buchstaben *A*, diejenigen aber, wo wir diesen kürtzern gebraucht, mit dem Buchstaben *C* bezeichnen. Das Bret, so auf das Pendulum geschraubt worden, war anfänglich etwas leichter, als dasjenige, welches bey dem Exempel des siebenten Satzes gebraucht und beschrieben worden.

No.		Raum *AF* (Fig. 1)	Gewicht des Pulvers	Sehne des Bogens auf dem Band gemessen	Eben dieselbe nach der Theorie	Fehler der Theorie
		Zoll	Drachm.	Zoll	Zoll	Zoll
15	*C*	$2\frac{5}{8}$	12	12,7	12,8	+ ,1
16	*C*	$2\frac{5}{8}$	12	12,6	12,8	+ ,2
17	*C*	$2\frac{5}{8}$	12	12,4	12,8	+ ,4
18	*A*	$2\frac{5}{8}$	12	17,0	17,3	+ ,3
19	*A*	$2\frac{5}{8}$	12	17,2	17,2	0
20	*A*	$2\frac{5}{8}$	12	17,1	17,2	+ ,1
21	*A*	$2\frac{5}{8}$	12	17,2	17,2	0
22	*A*	$2\frac{5}{8}$	6	12,4	12,2	− ,2

In einigen von den folgenden Versuchen ist ein dritter Lauf gebraucht worden, dessen Caliber mit den beyden vorigen einerley, die Länge aber nur 24,312 Zoll war. Diesen Lauf wollen wir mit dem Buchstaben *B* von den andern unterscheiden. Das Brett, so auf das Pendulum befestigt worden, war anfänglich nur um etwas wenigs schwerer, als das in dem siebenten Satz. Weil nun dasselbe durch die vielen Versuche merklich am Gewicht zugenommen, so habe ich auch die aus der Theorie entsprungenen Zahlen gehöriger massen vermindert.

N		Raum hinter der Kugel AF (Fig. 1) Zoll	Gewicht des Pulvers Drachm.	Sehne des Bogens auf dem Band gemessen Zoll	Eben dieselbe nach der Theorie Zoll
23	A	$2\frac{5}{8}$	12	17,1	17,2
24	A	$2\frac{5}{8}$	9	15,2	15,0
25	A	$2\frac{5}{8}$	9	15,4	15,0
26	C	$2\frac{5}{8}$	12	11,5	12,8
27	C	$2\frac{5}{8}$	12	11,5	12,8
28	C	$2\frac{5}{8}$	6	8,7	9
29	C	$2\frac{5}{8}$	12	12,3	12,5
30	B	$2\frac{5}{8}$	12	14,4	14,4
31	B	$2\frac{5}{8}$	12	14,4	14,4
32	B	$2\frac{5}{8}$	6	10,3	10,5
33	A	$1\frac{3}{4}$	8	14,7	14,5
34	A	4	12	15,7	15,3

Der Fehler in dem 26 und 27sten Experiment, als welcher ist, als bey irgend einem andern Experiment, so ich angestellt, ich muthmaße, von einem Versehen in der Abwägung des Pulve weil der Lauf, (welcher in der That vorher an einem feuchten etwas dampfig angelaufen war; welcher Umstand, wie ich durch d befunden, der Gewalt des Pulvers sehr merklich Abbruch thut.

Die folgenden Experimente sind mit einem weit schwehrern macht worden. Das Gewicht desselben war 97 ℔, sein Centru war 55,625 Zoll von der Axe entfernet, und 200 kleine Schwi selben geschahen in einer Zeit von $255\frac{1}{4}$ [1]) Secunden: dahero oscillationis von der Axe 63,9 Zoll entfernet gewesen seyn muß. ses ist auch bißweilen ein anderer Lauf, so nur 7,06 Zoll lang Caliber 0,83 hielt, gebraucht worden, in welchen die Kugel so g gieng, daß kein Spielraum übrig blieb; das Gewicht der Ku Drachm. Dieser Lauf soll mit dem Buchstaben D angedeutet w

1) In Eulers Übersetzung $265\frac{1}{4}$, dagegen im englischen Original $255\frac{1}{4}$.

No.		Raum hinter der Kugel AF (Fig. 1) Zoll	Gewicht des Pulvers Drachm.	Sehne des Bogens auf dem Band gemessen Zoll	Eben dieselbe nach der Theorie Zoll	Fehler der Theorie Zoll
35	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,2	9,2	0
36	A	$2\frac{6}{8}$	12	9,5	9,2	$-$,3
37	A	$5\frac{1}{4}$	24	11,7	11,3	$-$,4
38	A	$7\frac{7}{8}$	36	13.2	12,6	$-$,6
39	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,3	9,1	$-$,2
40	A	$1\frac{3}{4}$	8	7,6	8,1	$+$,5
41	C	$2\frac{6}{8}$	12	6,1	6,6	$+$,5
42	C	$2\frac{6}{8}$	12	6,5	6,6	$+$,1
43	B	$2\frac{5}{8}$	12	8,0	8,2	$+$,2
44	B	$2\frac{5}{8}$	12	8,3	8,2	$-$,1
45	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,5	9,1	$-$,4
46	A	$2\frac{6}{8}$	12	9,1	9,1	0
47	A	$2\frac{6}{8}$	6	7,2	6,5	$-$,7
48	A	$2\frac{5}{8}$	6	6,7	6,5	$-$,2
49	C	$2\frac{6}{8}$	12	6,8	6,7	$-$,1
50	C	$2\frac{6}{8}$	12	7,5	6,7	$-$,8
51	C	$2\frac{6}{8}$	6	4,7	4,8	$+$,1
52	C	$2\frac{5}{8}$	6	5,0	4,8	$-$,2
53	D	$2\frac{1}{4}$	12	7,0	7,2	$+$,2
54	D	$2\frac{6}{8}$	12	7,1	6,8	$-$,3
55	D	$2\frac{6}{8}$	6	4,7	4,8	$+$,1
56	D	$2\frac{6}{8}$	6	4,8	4,8	0
57	A	$2\frac{1}{16}$	6	6,4	6,5	$+$,1
58	A	$2\frac{1}{16}$	6	6,4	6,5	$+$,1
59	A	$2\frac{1}{16}$	6	6,6	6,5	$-$,1
60	A	$2\frac{1}{16}$	6	6,7	6,5	$-$,2
61	A	$2\frac{1}{16}$	12	9,0	9,1	$+$,1

Der Fehler in dem 50sten Experiment, so in dieser ...
ist, wurde ohne Zweifel von dem Wind verursachet: denn das ...
unmittelbar vorher auf eben die Art und mit einer gleichen ...
angestellt worden, weichet nur sehr wenig von der Theorie a...
schuß bey dem 38ten Experiment über die Theorie kam zum ...
Stoß der Flammen gegen das Pendulum her, welcher Umst...
starken Ladung deutlich bemerkt werden konnte.

Diese Theorie wird auch ferner durch solche Experimente ...
Pulver zur Ladung genommen worden, bekräftiget. Wir habe...
nommen, daß das Pulver, wenn es sich entzündet, mit einem ...
Hitze geglüeten Eisen einerley Grad der Hitze bekomme. ...
auch bemerket, daß bey einer kleinen Quantität Pulver die ...
seyn müße: folglich wird in diesen Fällen die Kraft des Pul...
die vorige Regel anzeigt.

Diesen Abgang der Gewalt bei kleinen Ladungen h...
würklich in vielen Experimenten wahrgenommen. Laßt ...
Ende hier das Exempel des 7ten Satzes erwegen, wo na...
die Geschwindigkeit der Kugel beyläufig 1670 Schuh in eine...
sollte, und eben diese Geschwindigkeit wird auch durch d...
wenn man zwischen den gefundenen Zahlen ein Mittel nim...
bracht. Wenn man nun eben diesen Lauf, und eben dens...
Kugel darinn beybehält, anstatt aber 12 Drachm. Pulver, so ...
gemeldetem Orte genommen worden, nur eine Drachmam lad...
den daselbst angenommenen Grund-Sätzen, daß, wenn die K...
kleinern Ladung nach Proportion eben so groß wäre, als in ...
denn die Geschwindigkeit der Kugel, welche mit der klein...
schossen wird, sich zu der Geschwindigkeit, welche durch die...
hervor gebracht wird, verhalten müßte, wie die Quadrat-W...
Quantität des Pulvers in den beyden Ladungen, das ist, wie ...
nun die Geschwindigkeit, welche 12 Drachm. geben, ist 1670 ...
müßte die Geschwindigkeit, welche nur durch 1 Drachm. her...
ungefehr 482 Schuh in 1″ betragen. Ich habe aber durch ö...
Versuche, welche alle sehr wenig von einander unterschiede...
den, daß die würckliche Geschwindigkeit, welche die Kuge...
mit der Ladung von 1 Dr. bekommt, sich kaum auf 400 Sch...
Woraus klar ist, daß die Ausdehnungs-Kraft von einer Dr. ...
selbe Feuer fängt, kleiner ist, als in unserer Theorie ange...

Gleichergestalt, wenn in eben diesem Exempel 3 Dr. Pulver geladen werden, so habe ich durch viele Experimente die würkliche Geschwindigkeit der Kugel nicht grösser, als 720 bis 740 Schuh in 1″ befunden; da dieselbe doch nach der Theorie, wenn aus 3 Dr. Pulver eine eben so starke Elasticität erzeuget würde, als aus 12 Dr., in einer Secunde 835 Schuh seyn müßte. Hieraus folget also, daß bey der Entzündung von 3 Dr. Pulver die Elasticität, und folglich auch die Hitze geringer seyn müße, als wenn 12 Dr. angezündet werden, wie die Theorie erfordert.

Diese geringeren Grade der Elasticität des Pulvers, wenn wenig zugleich entzündet wird, verhalten sich zu demjenigen Grad, welchen wir für grössere Quantitäten oben fest gesetzet, wie die Quadrata der Geschwindigkeiten, welche der Kugel in eben demselben Lauf eingedrückt werden. Hieraus folget, daß die Elasticität bey der Entzündung einer Drachm. sich zur Elasticität bey der Entzündung 12 Drachm. unter einerley Umständen verhalte, wie 2 zu 3, und daß die Elasticität bey der Entzündung 3 Drach. sich zur Elasticität bey der Entzündung 12 Drach. verhalte, beynahe wie 3 zu 4; wenn man nehmlich annimmt, daß diese geringern Elasticitäten auch gleichförmig in allen Theilen der Ausdehnung abnehmen. Allein, dieser Umstand findet hier nach aller Wahrscheinlichkeit nicht statt. Denn da das Abnehmen der Elasticität von der Verminderung der Hitze herkommt, so scheinet der Wahrheit vielmehr gemäß zu seyn, daß in der Entzündung geringerer Quantitäten, die Hitze nicht nur anfänglich kleiner ist, sondern auch gleichfalls hernach immer mehr abnimmt, indem die Kugel durch den Lauf fort getrieben wird, und daß folglich dieser von der Hitze verursachte Zuwachs der Elasticität um so vielmehr abnehme, je länger die Würckung des Pulvers auf die Kugel dauret; welcher Umstand nicht Platz findet, wenn die Quantität Pulver nach dem Lauf, durch welchen dasselbe seine Gewalt ausübet, wohl proportionirt wird.

ZUSATZ

Solcher Gestalt haben wir also unsere Theorie durch die deutlichsten Proben bestätiget, welche in der Uebereinstimmung mit einer zahlreichen Menge von Experimenten, so unter allen verschiedenen Umständen, welche die Natur der Sache darreicht, angestellt worden, bestehen. Hierbey ist nun noch nöthig zu erinnern, daß diese Experimente meistentheils gemacht und aufgezeichnet worden sind, ehe wir einige von den Rechnungen, wodurch dieselben mit der Theorie verglichen worden, angestellt haben: ob ich gleich

schon vorher von der Wahrheit dieser Theorie, so wie dieselb
tragen, überzeuget gewesen, ehe ich diese Versuche unternomm

Die Verschiedenheit dieser Experimente, und die so gen
stimmung derselben mit der Theorie, lassen uns also an der
selben im geringsten nicht mehr zweifeln. Denn wir haben
des entzündeten Pulvers so wohl auf Kugeln von verschiedene
in Läufen von verschiedener Länge, nehmlich von 7 Zoll biß
suchet. Wir haben auch die Ladung des Pulvers am Gewicht
biß auf 36 Drachm. verändert, und haben auch dieselben auf v
angebracht, dergestalt, daß dieselbe bißweilen den gantzen Ra
Kugel angefüllet, bißweilen aber nur einen Theil dieses Raums
Und wir haben bey allen diesen verschiedenen Umständen bef
sere Theorie immer die wahre Geschwindigkeit, mit welcher
aus getrieben worden, angezeiget hat. Wenn auch, wie be
Ladungen geschieht, einige Ausnahme von der allgemeinen Re
fest gesetzet, gemacht werden muß, so war dieselbe immer so
solches die Theorie erforderte. Diese Theorie, welche so gen
fahrung in so verschiedenen Versuchen übereinstimmt, muß a
auf die wahre und eigentliche Bestimmung der Gewalt und
Pulvers gegründet seyn, weil sonsten keine solche genaue Ue
Platz haben könnte.

In dieser Theorie, wie dieselbe hier fest gesetzet worden
hauptet, daß ungefehr $\frac{3}{10}$ von der Materie des Pulvers durch
Entzündung in eine fortdaurende subtile und flüßige Materie ve
deren Elasticität in Ansehung ihrer Hitze und Dichte mit der
Luft unter gleichen Umständen einerley sey. Es wird ferner
daß die gantze Gewalt, welche das Pulver in seinen heftigst
ausübet, in nichts anders, als in der Ausdehnungs-Kraft die
zeugten Materie bestehe: und diese Grundsätze setzen uns, w
haben, in Stand, die Geschwindigkeit der Kugeln, welche au
Feuer-Röhren geschossen werden, zu bestimmen, und sind in
heiten, wo es auf die Bestimmung der Gewalt des Pulvers a
hinreichend. Ob aber diese subtile flüßige Materie, welche a
dung des Pulvers entsteht, eine wahre und würkliche Luft, o
bares Wesen sey, wollen wir hier nicht ausmachen, weil diese
serem gegenwärtigen Vorhaben auf keinerley Art in einiger Ve

us dieser Theorie können nun viel Schlüsse von der grösten Wichtig- dem Practischen Theil der Artillerie hergeleitet werden. Hieraus läßt ehmlich die Dicke eines Stückes, damit dasselbe um die Gewalt des s auszuhalten die gehörige Stärcke besitze, leicht bestimmen, indem die des Pulvers leicht bekannt ist. Ferner erhellet hieraus auch, wie wenig rschläge einiger neuern Scribenten gegründet seyn, welche vermeynet besondere Formen der Pulver-Kammer in Stücken und Mörsern einen en Vortheil zu ziehen; denn alle ihre Anschläge beruhen in diesem auf gantz unrichtigen Begriffen, welche sie von der Würckung des ent- en Pulvers hegeten. Wir lernen auch aus dieser Theorie, daß es nöthig nter der Kugel einen gleich grossen Raum in der Canone zu lassen, lurch einerley Ladung die Kugel mit einerley Geschwindigkeit heraus en werden solle; indem aus unseren Gründen erhellet, daß eben die- Quantität Pulver einen grössern oder kleinern Grad der Krafft be- e, nachdem der Raum, worein dasselbe eingeschlossen wird, kleiner oder ist. Der Hand-Griff, dessen ich mich, um hierinne zu einer Gewiß- gelangen, bedienet, war, daß ich an den Setzkolben einige Zeichen t; und dieses ist ein Vortheil, welcher nicht aus der Acht zu lassen, lie Canone unter einer Elevation abgefeuert wird, welches insonderheit jenigen Schüssen zu mercken ist, welche von den Franzosen Batteries chet genennt werden.

us der fortdaurenden Würkung des Pulvers, und der Art der Aus- g, wie dieselbe in der Theorie beschrieben ist, nebst der Länge des s, kann einer von den fürnehmsten Umständen, welche zu einer guten der Artillerie erfordert werden, in sein völliges Licht gesetzet werden. ractici kommen darinn überein, daß man keinen gewissen Schuß thun wann das Stück nicht auf einem festen Grund und Boden steht. Denn sich der Boden durch die erste Gewalt des Pulvers erschüttern läßt, so as Stück nothwendig in seiner Richtung verrücket, und folglich der ungewiß werden. Diesem Uebel vorzubeugen, so pflegt man gemeinig- n Grund, worauf die Canone ruhet, rückwärts auf eine ziemliche Tiefe st zu machen, so, daß das Stück nicht nur im ersten Anfang der Be- g, sondern auch in währendem Zurückstossen, meistentheils immer un- kt bleibe. Es ist aber genugsam klar, daß wenn die Kugel einmal aus ücke heraus gefahren, ihre Bewegung nicht weiter durch die Erschütte- esselben oder des Grundes verrücket werden könne. Durch eine leichte

Rechnung aber findet man, daß die Kugel aus einem Stück, we
lang, und mit einer Ladung von 16 tt Pulver eine 24 Pfündige K
völlig heraus getrieben wird, ehe das Stück um einen halben Zo
Dahero, wenn der Grund nur bey dem Anfang des Zurückstosse
eine genugsame Festigkeit hat, so ist es gleich viel, ob der üb
Grunds die gehörige Festigkeit habe oder nicht: indem die Ers
dasselbige, nachdem es durch den ersten $\frac{1}{2}$ Zoll zurück gegang
möchte, keinen weitern Einfluß auf die Bewegung der Kugel
Hieraus wird man also leicht eine weit bequemere und vorth
den Grund der Batterien zu befestigen, ausfündig machen, u
flüßige Arbeit vermeiden können.

Aus dieser Theorie erhellet auch, wie gröblich diejenige
fehlet haben, welche die Gewalt des Pulvers, oder doch zum w
merklichen Theil derselben, bloß allein der Würkung der Luft,
in den Pulver-Körnern, teils in den Zwischen-Räumchen befindl
zuschreiben wollen. Dieselben vermeynten, ob sie sich gleic
deutlich hierüber erkläret hatten, daß sich diese Luft in ihre
Zustande der Elasticität befände, und den Zuwachs der Kraft l
der Hitze bey der Entzündung erhalte. Allein, aus demjeni
oben in dem fünften Satz über die Vermehrung der Elastic
welche durch die Hitze verursachet wird, durch die Erfahr
haben, können wir sicher schliessen, daß die Hitze der Entzün
sticität der Luft nicht über fünfmal vermehren könne: folglich
diesem Grund entstehende Kraft nicht mehr, als den 200sten T
lichen Kraft, so das Pulver ausübet, betragen.

Nachdem wir also den Beweis unserer Theorie überhaupt
bracht haben, so wollen wir zur Untersuchung einiger ander
Umstände hierüber fortschreiten, welche, ob sie gleich aus d
führten Grund-Sätzen gantz natürlich folgen, und leicht erkläret w
dennoch wegen ihrer Neuigkeit, und sonderbaren Beschaffen
ständlichere Erläuterung verdienen.

ERSTE ANMERKUNG

In diesem Satz hält der Autor die nach seiner Theorie berechnete Geschwindigkeit der Kugel, und diejenige, welche die im vorigen Satz beschriebene Maschine zu erkennen giebt, gegen einander, und findet durchgehends eine so genaue Uebereinstimmung, dergleichen man von einer falschen Theorie kaum erwarten könnte. Um nun hierüber eine fleißigere Untersuchung anzustellen, so wollen wir erstlich die zu diesem Ende gemachten Versuche, und die daraus hergeleiteten Schlüsse nach demjenigen, was wir bey dem vorigen Satz angemerket haben, in Erwegung ziehen. Wir haben aber daselbst gewiesen, daß die von dem Autore gebrauchte Regel, um aus der vermittelst des Bandes gemessenen Länge der Sehne Ll (Fig. 5) die Geschwindigkeit der Kugel zu bestimmen, unrichtig, und nur in diesem Fall der Wahrheit gemäß sey, wenn die Kugel gegen das Centrum oscillationis des Penduli selbst geschossen wird. Denn wenn man das Gewicht des Penduli durch P, das Gewicht der Kugel durch p, ausdruckt, und setzet die Länge des gantzen Penduli von der Axe biß zum Band, $DL = a$, die Entfernung des Centri gravitatis von der Axe $DQ = g$, die Entfernung des Centri oscillationis von der Axe $DS = f$, die Entfernung des Puncts V, wo die Kugel anstößt, von der Axe $DV = h$, und endlich die Länge der Sehne, welche nach dem Stoß das Band anzeiget, $Ll = k$, so wird nach des Autoris Regel die Geschwindigkeit der Kugel durch diese Formul

$$\frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph}+\frac{h}{f}\right)\frac{f}{\sqrt{2h}}$$

ausgedruckt; in der That aber sollte an statt derselben diese gesetzt werden

$$\frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph}+\frac{f+h}{2f}\right)\sqrt{\frac{f}{2}},$$

als welche wir oben für den Fall, da p gegen P sehr klein ist, heraus gebracht haben. In beyden ist zwar nicht auf den Widerstand der Luft gesehen worden; wir können aber denselben, indem er nur etliche wenige Schuh austrägt, sicher aus den Augen setzen. Allein, die Unrichtigkeit der vom Autore gebrauchten Regel kann öffters einen merklichen Unterscheid in der Grösse der Geschwindigkeit der Kugel verursachen; wie bey dem vorher berechneten Exempel geschehen, da die vom Autore gefundene Geschwindigkeit

17*

aus diesem Grunde um 43 Schuh zu klein heraus gekommen, we... den 40sten Theil der ganzen Geschwindigkeit austrägt. Dies... kommt daher, daß in diesem Versuche die Kugel unter dem ... tionis S gegen das Pendulum geschossen worden, und je gröss... zwischen dem Centro oscillationis und dem Punct V, wo die ... ist, um so viel mehr wird auch die nach des Autoris Regel ang... nung von der Wahrheit abweichen. Weilen in beyden Formul... täten $\frac{h}{f}$ und $\frac{f+h}{2f}$ in Ansehung der erstern Quantität $\frac{Pg}{ph}$ sehr k... wird sich fast immer die nach des Autoris Regel gefundene Ge... zu der wahren verhalten, wie $\sqrt{f}$ zu $\sqrt{h}$. Je mehr also h von f ... ist, je grösser wird auch der Fehler seyn. Da nun der Autor, ... nen Experimenten erhellet, ziemlich viel Kugeln gegen ein Bre... und doch nimmer zwey an einerley Stelle haben anstossen kön... klar, daß der Unterscheid zwischen f und h bald grösser bald kle...

In dem gegenwärtigen Fall war $f = 62\frac{2}{3}$ Zoll, und die gant... Penduli $71\frac{1}{8}$ Zoll. Wenn also bey einem Experiment, wie leicht z... die Distanz $DV = h$ gewesen wäre 69 Zoll, so würde sich die ... gefundene Geschwindigkeit zur wahren verhalten haben, wie $\sqrt{...}$ das ist bey nahe 20 zu 21, und würde also der Fehler den zwan... austragen, um welchen die gefundene Geschwindigkeit zu klein ... Wenn das Centrum gravitatis ungefehr mitten ins Brett gefalle... dasselbe von der Axe 52 Zoll weit entfernet gewesen, so wäre zu... daß auch bißweilen Kugeln gegen dasselbe und auch noch höhe... nur 45 Zoll weit von der Axe geschossen worden. In diesen F... die vom Autore gefundene Geschwindigkeit der Kugel zu groß ... wenn die Distanz DV nur $= 45$ Zoll wäre, so müßte sich die ge... schwindigkeit zur wahren verhalten, wie $\sqrt{62\frac{2}{3}}$ zu $\sqrt{45}$, das ist, w... Dahero würde dieselbe mehr als um den sechsten Theil zu groß ... nun in allen diesen Experimenten der Autor nicht bemerket, wie... Punctum V, wo die Kugel aufgestossen, von der Axe des Pendul... gewesen, so ist auch nicht möglich zu sagen, wie groß bey einem ... Fehler sey. Wenn die gefundene Geschwindigkeit ungefehr 1700... einer Secunde austrägt, so könnte es seyn, daß diese Zahl in eini... um 85 Schuh zu klein, in andern aber um 262[1]) Schuh zu groß w...

[1]) Im Original 283. Berichtigt von F. R. S.

da der Autor nicht die würckliche Geschwindigkeit selbst, sondern nur die Länge der Sehne $Ll = k$, als welcher die Geschwindigkeit proportional ist, aufgezeichnet: wenn dieselbe 16 Zoll groß ist, so konnte der Fehler in diesem Maaß 0,8 Zoll, wenn die Kugel zu unterst an das Bret geschossen wird, und gar 2,5[1] Zoll, wenn dieselbe zuoberst geschossen worden, austragen. In dieser Ungewißheit wäre also aus der Uebereinstimmung der Experimenten mit der Theorie nicht viel zum Vortheil dieser letztern zu schliessen.

Es erhellet auch nicht aus der Beschreibung dieser Experimente, daß der Autor sehr sorgfältig in Ausmessung der Distanz $DV = h$ gewesen; denn er bringt für gleiche Fälle, da mit gleicher Ladung aus eben demselben Lauf mehrmalen geschossen worden, immer einerley Länge für die Sehne $Ll = k$ heraus; da doch kaum zu glauben ist, daß die Kugel bey allen diesen verschiedenen Schüssen in einerley Höhe auf das Bret angestossen. Denn wenn er auch ja beständig auf eben denselben Punct hätte schiessen können, so hätte er doch solches nicht thun dörfen, damit nicht eine Kugel auf die andere stiesse: folglich mußte er mit Fleiß immer auf verschiedene Punkte des Brets schiessen, und da die Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hatte, so mußte immer eine von der andern zum wenigsten 1 Zoll entfernet seyn. Er sagt auch nicht, und es ist auch nicht zu vermuthen, daß alle Kugeln in eine Horizontal-Linie des Brets gegangen, und also alle von der Axe gleich weit entfernet gewesen; wenn aber eine nur um einen Zoll höher oder niedriger das Bret getroffen, so müßte die Sehne Ll schon um 0,1 Zoll grösser oder kleiner angesetzt werden, wenn nehmlich die Länge der gantzen Sehne über 10 Zoll ist; ein Unterscheid von zwey Zollen würde in der Sehne 0,2 Zoll, von 3 Zollen 0,3 Zoll und so fort austragen. Dieser Fehler würde nun von der Unrichtigkeit der Regel des Autoris entspringen, in so fern dieselbe von der Wahrheit abweicht. Wenn aber auch gleich dieselbe richtig wäre, so müßte man doch in Ausmessung der Distanz $DV = h$ um so viel mehr Fleiß anwenden. Denn da nach dem Autore die Geschwindigkeit der Kugel bey nahe ist wie $\frac{k}{a} \cdot \frac{Pfg}{ph\sqrt{2h}}$, das ist unter einerley Umständen, wie $\frac{1}{h\sqrt{h}}$, so sieht man wohl, daß ein geringer Unterscheid in dieser Distanz h nicht aus der Acht gelassen werden könne. Laßt uns setzen, daß wenn $h = 66$ Zoll gewesen, die Sehne $k = 16$ Zoll betragen; so folgt, daß wenn unter eben diesen Umständen die Distanz h nur um 1 Zoll grösser oder kleiner wäre, die Sehne k schon

1) Im Original 2,6. Berichtigt von F. R. S.

um $\frac{1}{3}$ Zoll grösser oder kleiner würde. Da wir nun dergleichen Unterscheid in der berechneten Länge der Sehne für gleich starke Sch[...] antreffen, so müssen entweder dieselben alle auf eine Horizontal-Lini[...] gegangen seyn, oder der Autor hat auf die verschiedenen Entfern[...] Puncts F von der Axe in seiner Rechnung nicht gesehen: weil nun d[...] nicht wahrscheinlich ist, so müßte man das letztere zugeben. Wir w[...] um die Ehre dieser Experimenten zu retten, lieber glauben, daß wenn [...] alle Schüsse auf eine Horizontal-Linie am Bret gegangen, der Untersch[...] Höhe doch nimmer über einen Zoll ausgetragen; in welchem Fall gleic[...] ser Fehler von $\frac{1}{3}$ Zoll von dem Autore nach seiner grossen Accurat[...] hätte übergangen werden sollen; als welcher Umstand viel mehr austrä[...] Vermehrung des Gewichts des Penduli durch die schon darein ge[...] Kugeln, worauf doch der Autor so sorgfältig Acht giebt, und nach der [...] berechnete Länge der Sehne vermindert.

Es findet sich aber in der Beschreibung der Maschine ein Umstan[...] uns hierüber eine hinlängliche Erläuterung geben kann. Denn, wo [...] seine Regel vorträgt, nach welcher er die Geschwindigkeit der Kugel [...] da nennet er das Punct, gegen welches die Kugel geschossen wird, [...] Punct des Brets, und richtet auf dasselbe seine Rechnung dergestalt, da[...] gehends aus demselben alle Fälle durch die Regel Detri berechnet. We[...] lich befunden, daß, wenn die Länge der Sehne nach dem Band [...] $17\frac{1}{4}$ Zoll ist, die Geschwindigkeit der Kugel 1641 Schuh in einer Secunde [...] so giebt er für einen jeglichen andern Fall, da eine gleich schwehre [...] eben dieses Brett geschossen wird, diese Regel: Wie sich verhalten 1[...] der im vorgelegten Fall gefundenen Länge der Sehne, also verhalten [...] Schuh zu dem Wege, welchen die Kugel in einer Secunde durch zu l[...] mögend ist. Dieser Regel scheinet sich nun der Autor beständig b[...] haben, nachdem er einmal für einen Fall die Geschwindigkeit nach sei[...] sätzen ausgerechnet hatte. Wenn sich die Sache so verhält, so n[...] meisten Rechnungen ein doppelter Fehler stecken. Denn erstlich ist [...] nommene Zahl 1641, wie wir gewiesen haben, zu klein, und solte f[...] 1675 gesetzt werden. Hernach aber kann die Bedingung, daß alle S[...] das Mittel-Punct des Bretts, oder 66 Zoll weit von der Axe geschehen, [...] statt finden. Denn in der letzten angeführten Liste von Experimenten [...] 27 Schüsse, so in ein Brett gegangen. Weil nun von denselben je zwe[...] zum wenigsten um einen Zoll von einander entfernet seyn müssen,

es Bretts nicht viel über einen Schuh betragen, so können nicht alle auf orizontal-Linie in das Brett gegangen seyn; folglich müssen einige davon ett zum wenigsten um einen Zoll höher oder tiefer getroffen haben, und llen Umständen ist zu vermuthen, daß dieser Unterscheid öfters 2, 3 und Zoll ausgetragen, welcher also in der berechneten Länge der Sehne zu- einen Unterscheid von einem gantzen Zoll hätte verursachen müssen. Umstand von dem Mittel-Punct des Bretts, welches von der Axe l entfernet gewesen, weiset uns auch die Grösse des Bretts, welche em Autore nicht ausdrücklich angezeiget worden. Dann da der unterste les Penduli $71\frac{1}{8}$ Zoll von der Axe entfernt gewesen, so war die Distantz r Mitte des Bretts biß zum untersten Ende ungefehr 5 Zoll, und folg- e ganze Länge desselben 10 Zoll. Wenn nun die Breite, wie es scheinet, nge gleich gewesen, so war die Oberfläche desselben nur 1 Quadrat- und nicht 4, wie wir oben bey Ausrechnung des Wiederstands der Luft mmen haben. Derowegen ist die daselbst berechnete Resistentz vier- zu groß, und da dieselbe in der Geschwindigkeit der Kugel 4 Schuh ragen, so würde die wahre Resistentz mehr nicht als 1 Schuh gegeben daher man um so vielmehr bey diesen Experimenten den Wiederstand ft weglassen kann. Da auch um dieser Ursache willen kein Schuß ls um 5 Zoll höher oder tiefer, als das Mittel-Punct in das Brett gehen so kann auch der Fehler, so sich in des Autoris Regel befindet, sich über den zwanzigsten Theil der ganzen Geschwindigkeit belauffen.

er Autor hat auch in dem Verfolg seiner Experimenten auf die Kugeln, schon allbereit in dem Brett stecken, gesehen, welcher Umstand, ob ch nicht aus der Acht zu lassen, dennoch so viel nicht austrägt, als rgemeldete. Dadurch wird erstlich das Gewicht des Penduli P grösser, h, da die Kugeln ziemlich weit unter dem Centro gravitatis in das Brett gen, so wird auch dadurch das Centrum gravitatis selbst, oder die Länge ückt, und endlich leidet dadurch auch das Centrum oscillationis eine Veränderung. Wenn wir setzen, daß die Geschwindigkeit der Kugel den Fall aus einer Höhe b erhalten werde, so haben wir, wenn noch Kugel im Brett stecket, diese Aequation

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}.$$

uns nun setzen, daß das Gewicht der Kugeln, we

der Distantz h von der Axe in das Brett geschossen worden, s
an statt Pg, wodurch das Momentum der Schwehre anged
schrieben werden $Pg + qh$, und an statt Pfg, wodurch das
Materie ausgedrückt wird, muß geschrieben werden $Pfg + qh$
in diesem Fall

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph+qh)(Pfg+phh+qhh)}}.$$

Unter gleichen Umständen verhält sich also jene Sehne zu di

$$\sqrt{\frac{(Pg+ph+qh)(Pfg+phh+qhh)}{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}\ ^{1)}$$

zu 1, das ist beynahe wie $1 + \frac{qh(f+h)}{2Pfg}$ zu 1, wann nur P in A
noch sehr groß ist. Wenn nun in dem schon oben berechneten
wird $P = 56$ ℔, $f = 62\frac{2}{3}$, $g = 52$ und $h = 66$, und wir setzen, d
der Kugeln, welche schon im Brett sind, ein Pfund ausmache, s
und dahero wird sich die Sehne, wenn das Brett noch neu auf
verhalten zu der Sehne, welche unter gleichen Umständen, n
1 ℔ Kugeln im Brett stecken, entsteht, wie $1 + \frac{1}{43}$ zu 1, das
muß wegen der schon im Brett steckenden Kugeln um ihren
vermindert werden, welche Verringerung auch der Autor woh
nommen.

ZWEYTE ANMERKUNG

Auf die in der vorigen Anmerkung beschriebene Art muß a
der Sehne $Ll = k$ ausgerechnet werden, wenn die Geschwindigke
welche gegen das Brett geschossen wird, schon als bekannt angeno
kann. Denn, wenn b die Höhe ist, aus welcher ein fallender Kö
Kugel einerley Geschwindigkeit erhält, so wird, wie wir oben g

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}},$$

1) Im Original $\sqrt{\frac{(Pg+ph)(Pfg+phh)}{(Pg+ph+qh)(Pfg+phh+qhh)}}$. Berichtigt von F

welche Länge, wie wir schon bemercket, öfters ziemlich von derjenigen, welche der Autor nach seiner Art gefunden, unterschieden seyn kann. Der Autor bestimmet aber ferner die Geschwindigkeit der Kugel, oder die Höhe b, nach der von ihm anfänglich gegebenen Methode aus der Quantität der Ladung, der Länge des Laufs, und dem Raum hinter der Kugel, worüber schon vorher verschiedene Anmerkungen gemacht worden. Lasst uns nun, um die Buchstaben nicht unter einander zu verwirren, die Länge des Laufs, woraus die Kugel geschossen wird, setzen $=\alpha$, die Länge des Raums hinter der Kugel $=\beta$, die Länge der Höhlung so mit Pulver angefüllt worden $=\gamma$, den Diameter der Kugel $=c$, und die Zahl n soll anzeigen, wie vielmahl die Materie, woraus die Kugel besteht, schwehrer ist, als das Wasser; so findet man hieraus die Höhe b, aus welcher die Geschwindigkeit der Kugel durch den Fall erlangt wird, also in Rheinländischen Schuhen ausgedrückt

$$b=\frac{110524{,}08\,\gamma}{nc}\,l\,\frac{\alpha}{\beta},\ ^{1)}$$

wo man für $l\frac{\alpha}{\beta}$ den gewöhnlichen Logarithmum des Bruchs $\frac{\alpha}{\beta}$ zu nehmen hat. Will man aber diese Länge b in Englischen Zollen mit dem Autore ausdrücken, weil 0,97 Rheinl. Schuh 12 Englische Zoll geben, so hat man

$$b=\frac{1367308\,\gamma}{nc}\,l\,\frac{\alpha}{\beta}$$

Engl. Zolle, folglich

$$2b=\frac{2734616\,\gamma}{nc}\,l\,\frac{\alpha}{\beta},$$

und also

$$\sqrt{2b}=1654\sqrt{\frac{\gamma}{nc}\,l\,\frac{\alpha}{\beta}};$$

dahero bekömmt man die Länge der Sehne k also:

$$k=1654\,pah\sqrt{\frac{\gamma l(\alpha:\beta)}{nc(Pg+ph)(Pfg+phh)}},$$

wenn man nehmlich weder den Gegendruck, noch die Resistentz der Luft, so lange sich die Kugel im Lauf befindet, in Betrachtung ziehet. Wir haben aber in dieser Rechnungs-Formul mit dem Autore angenommen, daß sich alles Pulver plötzlich entzünde, und dadurch eine solche subtile Materie er-

1) Diese Gleichung folgt aus der zweiten Gleichung p. 79 für $m=1000$. F. R. S.

werde, deren Elasticität, so lange dieselbe noch in
den das Pulver eingenommen hatte, eingeschränkt
als die Elasticität der ordentlichen Luft, oder, wel
Druck der Atmosphäre. Es ist aber schon oben sch
worden, daß sich das Pulver unmöglich so plötzlich en
folglich die Elasticität der obgemeldeten subtilen Mat
einmahl grösser seyn müsse, als der Druck der Luft, wen
Würkung hervor bringen soll. Was demnach die so ge
der Versuche mit des Autoris Theorie betrift, unge
der Länge der Sehne *LI*, welche der Verfasser mit
ziemlich viel auszusetzen ist, so erhellet doch dara
die aus der Theorie gefundenen Geschwindigkeiten von der
abweichen, obgleich die Uebereinstimmung bey weiten
als der Autor glaubet, weil die berechnete Länge der S
sich um einen gantzen Zoll unrichtig seyn kann. Wenn abe
Geschwindigkeit der Kugel der Wahrheit gänzlich g
doch dadurch noch nicht die Meynung des Verfassers w
des Pulvers befestiget; indem eben dieselbe Geschwindigkeit de
werden könnte, wann die Kraft des Pulvers weit gröss
einmahl ihre Würkung auszuüben gesetzt würde. De
zu Behauptung seiner Meynung diejenigen Experimente
langen Läufen gemacht worden, und dennoch mit d
einstimmen, welches, seiner Meynung nach, nicht geschehen
das Pulver nur nach und nach entzündete, indem sich in
ein weit geringerer Theil entzünden würde, ehe die Ku
wird, als in dem längern. Wir haben aber oben[1]) schon
geantwortet, und auch andere Erfahrungen, aus welchen
erhellet, dagegen angeführt. Wir wollen also allhier nur so
vielleicht das Pulver, welches der Autor gebrauchet, so gu
sich der meiste Theil davon entzündet hat, ehe die Kugel aus
heraus gefahren. Es können auch hernach die unrich
Sehnen eine so genaue Uebereinstimmung mit der Experientz
nicht erscheinen dürfte, wenn man dieselben nach den
berechnen wolte. Endlich kann auch das Herausdringen der
durch den Spielraum und das Zündloch wiederum einig
Uebereinstimmung mit der Experientz herstellen, wie in den

1) Siehe die Vierte Anmerkung zum Siebenten Satz. F. R. S.

nit mehreren angezeiget worden. Man erkennet aber aus dieser Ueber-
ung doch so viel, daß wenn gleich die erste Elasticität des Pulvers
sser ist, als der Autor angenommen, dennoch dieselbe in den meisten
eine stärkere Würkung hervorbringe, als der Autor nach seiner Rech-
funden, und daß folglich die allmählige Entzündung des Pulvers, und
gen Hindernisse, welche oben angeführet worden, die Geschwindigkeit
el bey nahe um eben so viel vermindern, als dieselbe durch die grössere
vermehret werden solte. So oft sich also diese Gleichheit einfindet,
nn man auch die von dem Autore gegebene Regel, um aus der Ladung
hwindigkeit der Kugel zu bestimmen, sicher gebrauchen. Es können
lchwohl solche Umstände vorkommen, da entweder die grössere Gewalt
ers, oder die obgemeldeten Hindernisse die Oberhand behalten, in
folglich die Geschwindigkeit der Kugel entweder grösser oder kleiner
d, als die von dem Autore gegebene Regel anzeigt. Ein solcher Fall
sich, wenn die Ladung des Pulvers allzu geringe ist, allwo, wie der
ehr wohl bemerket, die Hitze der Entzündung, und folglich die Ela-
er subtilen Materie nicht so groß seyn kann, als in der Rechnungs-Formul
vird. In dieser ist der Buchstabe $m = 1000$ genommen worden, wel-
rth sich für die grösseren Ladungen sehr wohl schickt; bey sehr klei-
ungen aber muß derselbe kleiner gesetzt werden. Wenn wir nun
laß für eine geringere Ladung μ der gehörige Werth des Buchstabens
o lässt sich diese Zahl μ für einen jeglichen Fall aus dem Unterscheid
der Länge der Sehne, so nach der Rechnung gefunden, und durch das
ent angezeigt wird, leicht bestimmen. Denn da, wenn $m = 1000$, die
gefunden worden

$$k = 1654\,pah \sqrt{\frac{\gamma l(\alpha:\beta)}{ne(Pg+ph)(Pfg+phh)}},$$

wenn m nicht 1000, sondern gleich ist μ, die Sehne seyn

$$= 1654\,pah \sqrt{\frac{\mu\gamma l(\alpha:\beta)}{1000\,ne(Pg+ph)(Pfg+phh)}},$$

ehmlich die übrigen Umstände einerley sind. Dahero verhält sich bey
ringen Ladungen die gerechnete Sehne zu der observirten wie $\sqrt{1000}$
und folglich ist 1000 zu μ wie das Quadrat der gerechneten Sehne,
Quadrat der observirten, oder wie die Quadrate der Geschwindig-
elbst.

Da nun in dem von dem Autore angeführten Exempel
Pulver geladen worden, die Geschwindigkeit nach der Rechn
482 Schuh in einer Secunde, dieselbe aber nur 400 Schuh wahr
den, so war in diesem Fall 1000 zu μ, wie 482^2 zu 400^2, und

$$\mu = \frac{160000000}{482 \cdot 482} = 688.$$

Wenn also nur ein Drachma Pulver angezündet wird, so ist
stehende Hitze um so viel kleiner, als wenn eine grosse Quan
nommen wird, daß die erste Elasticität nur 688 mahl größ
Druck der Atmosphäre.

Im folgenden Experiment, da drey Drachm. Pulver geladen
$1000 : \mu = 835^2 : 730^2$ und also

$$\mu = \frac{532900000}{835 \cdot 835} = 764,$$

daß also in diesem Fall auch wegen der geringern Hitze die e
des Pulvers nur 764 mahl grösser ist, als der Druck der Atmo

Der Autor findet im erstern Fall aus eben diesem Grunde die
Elasticitäten, wenn 1 Drach. oder 12 Drach. angezündet werde
welche Verhältniß mit unserer 688 zu 1000, sehr genau zutrif
Fall aber hat er wie 3 zu 4 an statt 764 zu 1000, zwischen
Unterscheid auch sehr geringe ist. Weil nun der Unterscheid z
Zahlen 688, 764 und 1000, welche die Elasticität bey Entzünd
12 Drach. Pulver vorstellen, ziemlich merklich ist, so hat man
wundern, daß sich bey den Ladungen von 6 biß 36 Drach. kein
scheid geäussert, und daß diese so verschiedene Fälle mit der
genau haben übereinstimmen können. Vielleicht mag die oben
richtigkeit in Berechnung der Sehne des aufsteigenden Bogens
seyn; und da die Hitze der Flamme, wie der Autor behauptet
grösser ist, je mehr Pulver sich auf einmahl entzündet, so stehe
vermuthen, daß auch die Elasticität bey der Ladung von 36 D
lich grösser, als bey 6 Drachm. gewesen, und dass dieselbe bey
eine weit grössere Quantität Pulver geladen wird, noch grösser
Dahero die von dem Autore gegebene Regel, die Geschwindigke
aus der Kraft des Pulvers zu berechnen, allem Ansehen nach
nicht mehr so genau zutreffen würde, ohne auf die übrigen

sehen, wodurch die Würkung des Pulvers, wie oben erwiesen worden, keinen geringen Abbruch leidet. Es läst sich aber anjetzo noch nichts vollständiges hierinne bestimmen, weil die von dem Autore berechneten Sehnen von der Wahrheit ziemlich stark abweichen können, diejenigen Umstände aber nicht bemerket worden, welche zur Verbesserung nöthig sind. Dahero zu wünschen wäre, daß sich jemand finden möchte, welcher mit eben dem Fleiß, und auf eben die Weise, wie der Autor gethan, alle dergleichen Experimente wiederhohlte, bey einem jeglichen aber auch die Entfernung des Puncts am Brett, wo die Kugel hinein gefahren, von der Axe sorgfältig mässe, und daraus nach den hier angezeigten wahren Regeln die Länge der Sehne berechnete.

DRITTE ANMERKUNG

Der Nutzen, welchen man aus der Erkänntniß der Gewalt des Pulvers, und der Geschwindigkeit der Kugel in der Artillerie ziehen kann, muß nothwendig von grosser Wichtigkeit seyn. Denn, wenn man diese Punkte genau bestimmen kann, so weiß man auch, wie stark und fest sowohl die Canonen und Mörser, als die übrige dazu gehörige Geräthschaft seyn muß, und hat also nicht zu befürchten, daß man die Stücke entweder zu stark, oder zu schwach mache: wodurch im ersteren Fall alle unnöthige Unkosten vermieden, im andern aber allem Schaden und Gefahr vorgebeuget wird. Eben diejenige Gewalt, womit die Kugel fortgetrieben wird, würket auch eben so stark auf die innern Wände der Canone, und wenn dieselben die gehörige Stärke nicht haben, um dieser Gewalt zu wiederstehen, so muß die Canone nothwendig bersten. Die gröste Gewalt, welche die Canone auszustehen hat, äussert sich also im ersten Augenblick, wenn sich das Pulver entzündet, ehe noch die Kugel merklich von ihrer Stelle getrieben wird, welches folglich in dem Raum $CDEG$ (Fig. 1) geschieht, allwo die Wände der Canone so stark gedruckt werden, als der Boden einer aufrecht stehenden und mit Wasser angefüllten Röhre, deren Höhe 32000 Schuh ist, wenn wir nehmlich mit dem Autore setzen, daß die Elasticität der durch die Entzündung des Pulvers erzeugten subtilen Materie im ersten Augenblick 1000 mahl grösser sei, als der Druck der Atmosphäre, welche einer Wasser-Säule von 32 Schuhen gleichet. Diese so sehr grosse Kraft erstreckt sich aber nicht auf die ganze Canone, sondern nur auf den hintersten Theil derselben $CDEG$, welcher mit Pulver angefüllt worden; weswegen auch

dieser Theil eine solche Stärke, als zu Aushaltung dieser Kraf
haben muß. Die vordern Theile der Canone leiden nicht ehe
als biß die Kugel dahin fortgestossen worden, und alsdenn is
walt kleiner, als vom Anfang. Wenn die Kugel schon biß
worden, so verhält sich die ausdehnende Kraft im Raum AM
AF zu AM, und gleicht also einer Wasser-Säule, so 32000 -
ist, woraus erhellet, daß die Gewalt, welche die vordern T
auszustehen haben, immer kleiner werde. Dahero auch die
vordern Theil nicht nöthig hat, so stark zu seyn, als hint
würde also überflüßig seyn, wenn man die Canonen vornen s
machen wolte, als hinten. Um aber deutlicher zu sehen, wi
jeglichen Orte die Dicke der Canone verhalten müsse, dami
zu stark, noch zu schwach sey, so müssen wir die Art, n
Canone dieser Gewalt wiederstehet, in Betrachtung ziehen.
woraus eine Canone bestehet, keine Festigkeit hätte, kraft w
desselben unter einander zusammen verbunden sind, so würd
der ersten Gewalt von einander zertrennet und zerstreuet we
erkennen, daß die Befestigung der Theile des Metalls der Ge
wiederstehen müsse. Diese Festigkeit läßt sich aber, wegen
gleichheit, so sich in der Verknüpfung der Theile befindet, so
rechnen, indem dieselben durch den Guß an, einem Ort öfte
sammen getrieben werden, als an den andern; dahero die Stär

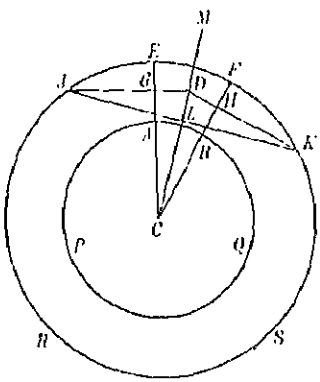


Fig. 8.

seyn muß, als irgend eine The
eine solche Gleichheit in allen T
ist, anzeigt.

Dem ungeachtet wird es
seyn, allhier einen Begriff von
hang der Theilchen des Metalls
entstehenden Wiederstand gegen
Pulvers zu ertheilen, ob sich glei
so genau bestimmen läßt. Wir w
Ende (Fig. 8) einen Durchschni
so auf die Axe desselben perpe
worden, vorstellen, allwo de
$ABQP$ die Seele der Canone, da die ausdehnende Gewalt de
lich, und der Zwischen-Raum zwischen den beyden Circuln das
soll. Die ausdehnende Kraft des Pulvers würket nun allentha

auf den innern Umfang des Cirkuls $ABQP$, und suchet denselben entweder zu erweitern, oder gar zu zersprengen. Wir wollen aber nur ein Stück des Metalls $AEFB$, welches durch zwey aus dem Centro C gezogene Radios CE und CF abgeschnitten wird, in Betrachtung ziehen. Es sey der innere Radius $AC = BC = a$, und der Winkel $ACB = 2\varphi$, so wird der Bogen AB, auf welchen die Kraft des Pulvers würket, gleich seyn $2a\varphi$, und folglich die Kraft selbst diesem Bogen proportional, welche wir also $= 2ma\varphi$ setzen wollen. Die mittlere Direction dieser Kraft wird nun durch das Centrum C gehen, und den Winkel ACB in zwey gleiche Theile zerschneiden. Es sey demnach CDM diese Direction, nach welcher das Stück $AEFB$ von der Kraft $2ma\varphi$[1]) gestossen wird. Wenn also dieses Stück nicht mit dem übrigen Metall befestiget wäre, so würde dasselbe würklich nach der Direction DM weggestossen werden. Die Befestigung dieses Stücks aber geschieht nach den Linien AE und BF, als in welchen dasselbe mit dem übrigen Metall zusammen hängt, und da diese Befestigung in allen Punkten gleich statt findet, so kann dieselbe als eine Kraft angesehen werden, welche das Stück $AEFB$ beyderseits an den übrigen Theilen in AE und BF andrückt, und deren Direction beyderseits auf die Mitte in den Punkten G und H perpendicular ist. Wenn wir also die Dicke des Metalls $AE = FB = b$ setzen, so wird beyderseits die zusammenhängende Kraft dieser Dicke b proportional seyn, welche wir also $= nb$ nennen wollen. Man verlängere diese beyden Kräfte-Directionen GJ und HK, biß sie im Punkt D auf der Linie CM zusammen kommen; und da werden wir dieses Punkt D ansehen können, als wenn auf dasselbe drey Kräfte würkten, erstlich nach der Direction DM die Kraft $= 2ma\varphi$, hernach nach den Directionen DJ und DK beyderseits eine Kraft $= nb$; und diese beyden Kräfte müssen so groß oder grösser seyn, als zur Zernichtung der ersten erfordert wird. Wir wollen also diese beyden Kräfte zertheilen nach der Direction DC, und nach solchen, welche auf die Linie CD perpendicular sind, und sich untereinander aufheben. Weil nun die Dreyecke CDG und CDH in G und H rechte Winkel haben, so wird sich verhalten DJ oder DK zu DL wie CD zu DG, das ist wie der Sinus totus 1 zum Sinu des Winkels DCG, $\sin.\varphi$. Dahero wird aus

1) Weil der Druck der Pulvergase überall radial wirkt, so ist die Komponente in der Richtung CM des auf den Sektor $2a\varphi$ wirkenden Druckes nicht $2ma\varphi$, sondern $2ma \sin.\varphi$, worauf schon Hugh Brown in seiner im Vorwort angeführten englischen Übersetzung der Anmerkungen Eulers aufmerksam gemacht hat. Auf eine Berichtigung des Textes wird jedoch verzichtet, weil die vorliegende Betrachtung über die Festigkeit des Geschützrohres ohnehin auf einer irrtümlichen Anschauung von der Beanspruchung des Rohrmetalles durch den Gasdruck beruht. F. R. S.

beyden Kräften DJ und DK nach der Direction DC diese Kraft her
$2nb$ sin. q. welche, wenn sie kleiner wäre, als die Kraft $2maq$. s
Stück $AEFB$ der Gewalt nicht wiederstehen können, sondern na
tion DM aus der Canone weggerissen werden. Damit also die
schehe, so muß die Kraft $2nb$ sin. q so groß oder grösser seyn, a
$2maq$, folglich muß nb sin. $q > maq$, und dieses muß statt finden
ACB mag so groß angenommen werden, als man will; es wird a
hältniß nb sin. q zu maq am kleinsten, wenn der Winkel ACB
180°, oder $q = 90°$, in welchem Fall ist sin. $q = 1$ und $q = 1{,}570$
muß auch nb grösser sein als $1{,}570796\,ma$. Hieraus erhellet, d
sprengende Gewalt am grösten werde, wenn das Stück $AEFB$
Umfang gleich genommen wird, und daß also die Canonen der Ge
gegen einander überstehenden Orten zu zerbersten am meisten
seyn. Wenn nun dieses nicht geschehen soll, so muß nb gröss
$1{,}570796\,ma$, oder in kleinen Zahlen muß nb grösser sein als $\frac{11}{7}\,m$
Expressionen wird der Buchstabe m durch die ausdehnende Kraft
und der Buchstabe n aus der Festigkeit des Metalls bestimmt.
zu verschiedenen Canonen einerley Metall genommen wird, so mu
Dicke des Metalls dem Caliber, oder dem Diameter der Kugel
seyn. Und da in einer Canone die ausdehnende Gewalt des Pu
vielmehr abnimmt, je weiter die Kugel vorwärts getrieben wird,
die Dicke der Canone in dem Ort[1] M verhalten zur Dicke des
in AF, wie sich verhält die Länge AF zur Länge AM. Aus d
könnte also das Mund-Stück einer Canone ohne Gefahr viel schwä
werden, als zu geschehen pflegt, wenn nehmlich die Theorie des
Richtigkeit hätte, und sich alles Pulver auf einmahl entzündete. De
Fall, wenn AM noch so groß als AF angenommen wird, würde es
wenn die Canone in M nur halb so dick wäre, als im Boden-Stü
bey aber hätte man dennoch auf die stärkste Ladung zu sehen,
gebraucht werden könnte. Allein, wenn man annimmt, daß sic
Pulver auf einmahl entzünde, so wird wegen des neu entzündete
Gewalt in AM zur Gewalt in AF eine grössere Verhältniß haben
AM, und aus diesem Grund muß die Dicke der Canone im Vorde
seyn, als nach der vorigen Regel, welches auch durch die Erfahru
wird. Und eben dadurch wird auch die Meynung nicht wenig b

1) Die nachfolgenden Bezeichnungen beziehen sich auf Figur 1 p. 70

sich das Pulver nicht alles auf einmahl entzünde. Weil sich aber diese allmählige Entzündung nicht bestimmen läßt, und nach den verschiedenen Arten des Pulvers sehr unterschieden ist, so kann man auch durch die blosse Theorie die beste Proportion der Dicke einer Canone nicht heraus bringen, sondern die vielfältige Erfahrung scheinet zu diesem Ende das einige Mittel an die Hand zu geben. Wenn man aber des Autoris Theorie folgen wolte, so würde sich diese Sache sehr leicht ausmachen lassen: es würden aber dergleichen Canonen nicht lange der Gewalt des Pulvers wiederstehen können, indem das Mundstück gewiß zu schwach seyn würde, wenn auch das Bodenstück seine gehörige Stärke hätte.

Da nun aus diesem Grunde nicht wohl ein Mittel zu erfinden, das Gewicht der Canonen ohne Gefahr zu vermindern, so thut man am besten, wenn man sich zu Erhaltung dieses Endzwecks an die Verbesserung der Materie, woraus die Canonen gegossen werden, hält. Der gröste Vortheil würde also darinne bestehen, wenn man eine Materie ausfündig machen könnte, deren Theile weit stärker untereinander verbunden wären, als in der gewöhnlichen, in welcher Untersuchung man sich noch den besten Fortgang versprechen könnte. Es könnten vielleicht auch noch in dem Guß verschiedene Vortheile entdecket werden, wodurch die Materie eine um so viel grössere Festigkeit erhielte, wohin ohne Zweifel diejenige Erfindung mit zu rechnen, da einige angefangen haben, die Canonen maßiv und ohne Kern zu giessen, und erst nach dem Guß die Höhlung darein zu bohren. Denn auf diese Art wird das Metall nicht nur weit dichter, sondern man ist auch im Stande, die Seele accurat in der Mitte gerade durchzubohren, welchen Umstand man bey dem Giessen nicht sowohl in der Gewalt hat. Endlich würde auch eine geringe Zähigkeit in der Materie zu den Canonen keinen geringen Vortheil schaffen. Denn, es kommt hier nicht nur auf die Kraft, wodurch die Theilchen der Materie untereinander verbunden sind, an, als welche in einem spröden und zähen Körper einerley seyn kann, sondern ob, nachdem die Theilchen im geringsten von einander getrieben worden, der Körper sogleich zerbreche, oder sich wiederum in seinen vorigen Stand zu versetzen vermögend sey. Hierinne bestehet nehmlich der Unterscheid zwischen spröden und zähen Materien, daß jene, so bald die Theilchen untereinander zerrüttet werden, auch so gleich zerbrechen, diese aber, ungeachtet in ihren Theilchen eine gleiche Zerrüttung vorgegangen, dennoch dadurch das Band der Festigkeit noch nicht aufgelöset wird. Wenn also die Materie, welche zu den Canonen gebraucht wird, einen etwas grössern Grad der Zähigkeit hätte, so würde man dieselben ohne Gefahr leichter machen

können. Denn eben dieses war die Ursache, daß man vor Zeite
Canonen, welche am Gewicht mit den metallenen nicht zu ve
fast eben so starke Schüsse hat thun können, ungeachtet die
dauerhaft waren. Inzwischen ist doch aus diesem Umstand so v
daß in diesem Punct, was die Materie der Canonen betrifft, n
Verbesserung gehoffet werden könne.

Von der ausdehnenden Kraft des Pulvers kommt auch da
der Schieß-Gewehre und der Canonen her. Denn diese Kraft t
des Laufs eben so stark rückwärts, als die Kugel vorwärts;
wenn das ganze Stück nicht schwehrer seyn solte, als die Ku
Stück mit eben der Geschwindigkeit zurück, als die Kugel hera
Je schwehrer aber ein Körper ist, um so viel kleiner ist auch
welche demselben von eben derselben Kraft eingedrücket w
vielmahl eine Canone samt der L'affuite[1]) schwehrer ist, als d
daraus geschossen wird, eben so vielmahl langsamer wird auc
der Canone seyn, als der Kugel; folglich wird sich der Raum
die Canone zurückfährt, indem die Kugel zur Canone heraus
zur Länge der Canone weniger dem Raum hinter der Kugel
das Gewicht der Kugel zum Gewicht der gantzen Canone.
halbe Carthaune, so eine 24pfündige Kugel schießt, 10 Schuh l
weil das Gewicht derselben ungefehr 64 Centner, oder 6400 P
muß diese Canone, indem die Kugel daraus herausgetrieben w
Raum von $\frac{24}{6400} \cdot 10$ Schuh, das ist nur $\frac{3}{80}$ Schuh, oder nicht gar
Zoll zurückfahren. Wenn demnach der Grund, worauf die Can
ist, daß dieselbe darauf um $\frac{1}{2}$ Zoll, ohne erschüttert zu werd
kann, so ist der Schuß gewiß, wenn gleich der Grund weit
Festigkeit hätte. Daß aber gleichwohl die Canone, nachdem
heraus geschossen worden, und also die zurücktreibende Kr
gehöret hat, noch weiter zurück geht, kommt von der ders
gedrückten Bewegung her, womit dieselbe zurück zu weich
lange, biß durch den Wiederstand diese Bewegung völlig gehe
wegen hat die Anmerkung des Verfassers, betreffend die Festigk
worauf die Canonen gepflantzet werden, ihre völlige Richtig
dadurch viel unnöthige Arbeit erspahret werden.

1) L'affuite bedeutet Laffete. F. R. S.

VIERTE ANMERKUNG

Der Autor ziehet auch noch aus seiner Theorie diesen Schluß, daß alle Vorschläge, welche auf eine sonderbare Figur der Pulver-Kammer in den Canonen gerichtet sind, nicht den geringsten Vortheil bringen können. Dieser Schluß hat seine völlige Richtigkeit, wenn sich nach der Meynung des Autoris alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzündet. Denn in diesem Fall ist auch die erste Gewalt desselben einerley, der Raum, worinne das Pulver eingeschlossen ist, mag eine Figur haben, wie man immer will, wenn nur derselbe ganze Raum mit Pulver angefüllet ist. Und wenn auch nur ein Theil desselben mit Pulver angefüllet ist, so wird die Gewalt um so viel kleiner, als dieser Theil kleiner ist, als der ganze Raum hinter der Kugel: dahero auch in diesem Fall die Grösse der Gewalt nicht auf der Figur des Raums beruhet. Wenn aber die Kugel schon würklich fortgetrieben wird, so verhält sich die forttreibende Gewalt zur ersten Gewalt, wie der Raum, den das Pulver anfänglich eingenommen, zu eben diesem Raum nebst demjenigen, durch welchen die Kugel schon fortgetrieben worden: und also hat auch hier die Figur des Pulver-Raums auf die forttreibende Gewalt keinen Einfluß. Aus diesem Grunde ist es also gleichgültig, was man der hintersten Höhlung der Canonen für eine Figur geben will, und weil alle Figuren in Ansehung der forttreibenden Gewalt einerley Würkung haben, so erwehlet man billig diejenige, welche nach den übrigen Umständen die bequemste ist. Wenn man also aus andern Ursachen nichts an der gewöhnlichen Figur der Canonen zu verändern nöthig findet, so könnte man auch aus diesem Grunde dieselbe sicher beybehalten, und alle Vorschläge, welche auf eine Veränderung abzielen, ohne fernere Untersuchung, als verwerflich ansehen.

Dieses gründet sich aber, wie schon gemeldet, auf die Meynung des Verfassers, daß sich alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzünde. Da wir aber schon oben sehr wichtige Gründe gegen diese Meynung angeführet haben, so kan man auch die Vorschläge, welche auf eine vortheilhaftere Figur der Pulver-Kammer gerichtet sind, nicht mehr so platterdings verwerfen. Die Sache wird also auf diese Frage ankommen, ob die Figur des Raums, darinne das Pulver eingeschlossen ist, etwas zu einer schnellern oder langsamern Entzündung des Pulvers beytragen könne, oder nicht? Denn, wenn diese Frage mit Ja beantwortet werden kann, so ist kein Zweifel übrig, daß diejenige Figur, in welcher sich das Pulver am schnellsten entzündet, nicht die beste

und vortheilhafteste seyn sollte. Denn je plötzlicher sich alles Pul
grösser und je länger fortdaurend ist auch die Gewalt, welche an
ket, dahero auch derselben eine um so viel schnellere Bewegung ei

Daß aber die Figur des Raums nicht wenig zu einer plöt
dung beytragen könne, ist leicht darzuthun. Man darf sich
lange und enge Röhre, in welcher das Pulver eingeschlossen
Ende angezündet wird, vorstellen. Denn in diesem Fall wir
zündung nicht so geschwinde biß zum andern Ende der Rö
als wenn die Röhre kürzer wäre. Jedermann wird auch l
daß, wenn man das Boden-Stück einer Canone in eine solche
Röhre verwandeln sollte, die Kugel mit einem weit geringer
schwindigkeit heraus getrieben werden würde, wenn man se
starke Ladung gebrauchte. Hieraus ist nun leicht abzunehme
Pulver um so viel geschwinder entzünde, je weniger alle Körn
einander entfernet sind. Da nun die Kugelrunde Figur unter allen
einen gleichen Raum einschliessen, diese Eigenschaft hat, daß d
selben am kleinsten, und alle Theile unter sich am nächsten b
so ist auch kein Zweifel, daß sich das Pulver nicht in einen
am geschwindesten entzünden sollte. Es wäre dahero dah
ob man nicht auf eine bequeme Art die Höhlung des Boden-
Canone hinter der Kugel entweder vollkommen oder doch beyna
könnte: denn auf diese Art würde man keinen geringen Zuw
schwindigkeit, womit die Kugel fortgetrieben wird, erhalten.
würde auch um so viel stärker seyn, wenn man das Pulver
dieses Raums anzünden könnte: als von welchem Ort sich
rings herum am schnellsten zu allen Extremitäten ausbrei
werden sich zwar, allem Ansehen nach, viele Schwierigkeiten
die Ausführung dieses Vorschlags unmöglich zu machen schei
dürfte aber doch vielleicht ein tüchtiger und erfahrner Practi
ausfinden können, alle diese Schwierigkeiten zu heben, und de
schlag mit Vortheil ins Werck zu richten. Inzwischen ist zu
wärtigen Endzweck genug, die Umstände angezeigt zu haben,
vortheilhafter Einrichtung der Pulver-Kammer insonderheit
woraus man alle dahin abzielende Vorschläge leicht wird beu
Man hat aber hierbey zu bemerken, daß je mehr man die e
Pulvers auf diese Art zu vermehren im Stande seyn wird, da
Canone an diesem Ort auch um soviel stärker gemacht werd

ZEHNTER SATZ

Die Veränderungen, welchen die Gewalt des Pulvers nach dem verschiedenen Zustande der Atmosphäre unterworfen ist, zu bestimmen.

In allen Experimenten, welche ich bißher untersuchet, habe ich noch nicht bemerken können, daß die verschiedene Schwehre der Atmosphäre die geringste Veränderung in der Kraft des Pulvers verursache, ungeachtet ich viel hundert Schüsse bey ganz verschiedenen Witterungen angestellt habe. Insonderheit habe ich öfters die Versuche, welche in dem heissesten Sommer um Mittag gemacht worden, mit denjenigen, so ich des Morgens und Abends, als es noch ziemlich kühl war, angestellt, gegen einander gehalten, zwischen denselben aber nimmer den geringsten Unterscheid wahrgenommen. Eine gleiche Bewandniß hatte es auch mit den Versuchen, welche bey Nacht und im Winter angestellet worden, obgleich zu diesen verschiedenen Zeiten die Dichte der Luft sehr verschieden gewesen. Und in der That, nachdem wir gesehen, daß diejenige subtile Materie, darinne die Gewalt des Pulvers bestehet, sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, in gleicher Menge erzeuget werde, so ist hieraus genugsam klar, daß diese Gewalt von einer grösseren oder kleineren Dichte der Luft unmöglich einige Veränderung leiden könne.

Ob aber gleich die Dichte der Luft keinen Einfluß auf die Gewalt des Pulvers hat, so verursachet doch die Feuchtigkeit derselben um so viel grössere Veränderungen. Denn ich habe befunden, daß eben diejenige Ladung, welche bey druckenem Wetter die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1700 Fuß in einer Secunde fortgetrieben, bey feuchtem Wetter eben derselben Kugel kaum eine Geschwindigkeit von 12 biß 1300 Schuh in einer Secunde mitzutheilen vermögend gewesen; ja noch weniger, wenn das Pulver von einer schlechten Art, oder nicht wohl verwahret gewesen.

Diese Verringerung der Gewalt in feuchtem Pulver ist auch, wie aus meinen Versuchen erhellet, sehr unbeständig und veränderlich: dergestalt, daß je zwey Schüsse, welche mit einerley Quantität Pulver, so aus eben demselben Faß genommen worden, gethan werden, immer wohl 10 mahl mehr von einander unterschieden sind, als wenn das Pulver drucken ist. Inzwischen habe ich doch, dieser grossen Ungewißheit ungeachtet, so viel deutlich wahrnehmen

können, daß diese von der Feuchtigkeit der Luft herrührende der Gewalt des Pulvers in kleinen Ladungen weit stärker ist, wenn auch in beyden Fällen die Feuchtigkeit einerley ist. Ein stand, welcher das feuchte Pulver begleitet, bestehet in einer s Unreinigkeit, welche in dem Stücke nach dem Schuß zurück blei weit grosser ist, als diejenige, so von einer gleichen Ladung vers herrühret.

Alle diese Würkungen können nun sehr leicht erkläret wer nur bedenket, daß das Pulver von der Luft die Feuchtigkeit Denn da das Pulver, wenn dasselbe allzufeucht ist, die Entzündu lich verlieret, so folget daraus, daß ein geringerer Grad der Feu derselbe auch die Entzündung nicht völlig hemmet, dennoch stehende Gewalt vermindern müsse. Derowegen wird in dies kleinere Quantität von dieser subtilen elastischen Materie er dahero auch einen geringeren Grad der Hitze und eine weit s dehnungs-Kraft hervorbringt. Folglich wird die Würkung des vers um zweyerley Ursachen willen geschwächet, je nach dem G tigkeit, welche das Pulver an sich gezogen.

Das schlechte Pulver hält gemeiniglich, weil der Salpeter gereiniget worden, noch etwas von gemeinem Saltz in sich. meine Saltz die Feuchtigkeit weit stärker an sich zieht, als d ist leicht zu begreiffen, daß bey feuchtem Wetter das schlechte Feuchtigkeit annehmen müsse, als das gute, dahero dasselbe a mehr von seiner Kraft verlieret.

Die Unbeständigkeit, welche sich in den Würkungen des vers äussert, rühret, wie ich vermuthe, von den verschiede Trockne her, zu welcher dasselbe in dem Stücke gebracht nach dem ersten und zweyten Schuß der Lauf schon etwas so verlieret sich auch desto eher ein Theil der Feuchtigkeit, w behaftet gewesen, durch die Ausdünstung, wenn nehmlich dass in dem Lauf gelassen wird. Weil nun sowohl die Erhitzung des als die Zeit, so lange das Pulver darinne verbleibt, sehr unge sind, so hat man sich nicht zu verwundern, daß die Ausdünstun rührende Gewalt des Pulvers eben so wenig zu einiger Gew werden könne. Hiebey ist noch zu erinnern, daß öfters in d Wetter die Stärke des Pulvers bey dem ersten Schuß durch die K

und vielleicht durch einige Feuchtigkeit, welche sich darinne zusammen gezogen, sehr merklich vermindert worden.

Daß ferner eine kleine Quantität Pulver bey einerley Grad der Feuchtigkeit mehr von seiner Kraft verlieret, als eine grössere, kommt ausser Zweifel von dem geringeren Grad der Hitze her, womit die Entzündung kleinerer Ladungen, wie schon oben bemerket worden, begleitet wird. Denn eben derselbe Grad der Feuchtigkeit thut einem schwächern Feuer einen grösseren Abbruch, als einem heftigern.

Die Unreinigkeit, welche, nachdem man mit feuchten Pulver geschossen, in dem Stück zurück bleibt, wie wir schon bemerket haben, muß gleichfals von der Verringerung der Gewalt der Flammen bey der Entzündung herkommen. Denn, wenn das Pulver von einer guten Art ist, daß sich dasselbe plötzlich und mit Heftigkeit entzündet, so muß der gröste Theil desselben zu Asche verbrennet werden, welche in Gestalt eines graulichten Staubes auf allen Cörpern, welche sich vor der Mündung einer Canone befinden, zu erkennen ist. Die in dem Stück zurückbleibende Unreinigkeit aber kommt von denjenigen Theilchen des Pulvers her, welche entweder wegen der unvollkommenen Vermischung, oder wegen der Kälte der Wände, an welchen sie anliegen, nicht gänzlich verbrannt werden können. Da nun das feuchte Pulver nach der Menge der damit vermischten Feuchtigkeit keine so heftige Flamme giebt, so muß in diesem Fall nur ein geringer Theil des Pulvers gänzlich verzehret und zu Asche verbrannt werden: folglich bleibt ein grosser Theil unverbrennt zurück, und verursachet die Unreinigkeit, welche in der Canone nach dem Schuß wahrgenommen wird.

ZUSATZ

Es ist in der Ausführung dieses Satzes als eine unstreitige Sache angenommen worden, daß das Pulver bey feuchtem Wetter die Feuchtigkeit aus der Luft an sich ziehe. Es ist also noch übrig, die Quantität der Feuchtigkeit, welche das Pulver zu sich zu nehmen vermögend ist, zu bestimmen, welche Frage wir uns bemühen wollen, aus unseren eigenen Versuchen zu erörtern.

Ich habe ein wenig sehr gutes Pulver auf ein weisses Papier, welches mit viel kleinen Löchern durchstochen worden, gestreuet, und das Papier über den Dampf von heissen Wasser gehalten: da ich denn befunden, daß in einer halben Minute das Pulver um den $\frac{1}{50}$ Theil am Gewichte zugenommen.

Auf eine gleiche Art habe ich ein anderes Experiment anges Pulver aber länger in den Dampf gehalten, und hernach befunden Gewicht desselben um den $\frac{1}{24}$ Theil vermehret worden. In diesem waren schon einige Körner zusammen gebacken, ungeachtet ihre F nicht verändert worden.

Um nun hierüber zu einer Gewißheit zu gelangen, ob die Fe der Luft das Gewicht des Pulvers gleichfals zu vermehren vermög so nahm ich ungefehr eine Unze Pulver, welches einige Zeit in einen wo täglich eingeheitzet worden, gelegen, und fand, nachdem ich das dem Feuer gänzlich ausgetrocknet hatte, daß solches noch einen Al $\frac{1}{100}$ am Gewichte erlitten hatte. Nachdem ich hierauf das Pulver dem Gemach von dem Feuer weiter entfernet hatte, so hat dasselbe i als 2 Stunden schon wiederum den dritten Theil des erlittenen Al langet.

Da nun die Luft öfters viel feuchter ist, als bey dem letzten Ex und über dieses auch noch die offene Luft viel mehr Feuchtigkeit in hält, als in einem geschlossenen Gemach, wo Feuer gemacht wird, man nicht zweifeln, daß nicht öfters der zwanzigste oder dreißigste Gewicht des besten Pulvers pures Wasser seyn solte, welches also s als die Ursache aller vorerwehnten unbeständigen Würkungen des P gesehen werden kann.

Inzwischen habe ich doch nimmer merken können, daß die Fe welche das Pulver aus der Luft zu sich genommen hatte, die Gewalt im geringsten vermindert hätte, nachdem nehmlich solches wiederum g worden. Der Leser wird bey den in dem vorhergehenden Satz a Experimenten wahrgenommen haben, wie genau diejenigen, welche starken Ladungen, und unter einerley Umständen gemacht worden, ander übereinstimmen. In diesen Experimenten, ungeachtet dieselbe schiedenen Zeiten innerhalb den drey Sommer-Monathen gemacht w also die Trockne des Wetters allen hier gemeldeten Ungleichheiten vo Wenn man aber mit eben demselben Pulver im Winter bey feucht die Proben anstellt, so habe ich befunden, daß wenn man dasselbe im Sommer, ohne es vorher zu trocknen, gebraucht, die Würkung sehr unbeständig und weit schwächer heraus kommen. Wenn man jede Ladung unmittelbar vor dem Gebrauch wohl trocknet, so habe i den geringsten Abgang an der Kraft desselben beobachten können

Würkungen waren auch mit denjenigen, welche den Sommer vorher gefunden worden, vollkommen einerley. Wenn aber das Pulver unbehutsamer Weise dem grösten Dunst ausgesetzet wird, oder wenn dasselbe allzuviel gemeines Saltz in sich enthält, so kann vielleicht die eingezogene Feuchtigkeit vermögend seyn, einen Theil von dem Salpeter völlig aufzulösen, welches ein Schade seyn würde, der durch keine Trocknung wiederum ersetzet werden könnte. Wenn man aber nur eine mäßige Sorgfalt in Bewahrung des Pulvers beobachtet, und *wenn der Salpeter, woraus dasselbe besteht, von dem gemeinen Saltz* wohl gereiniget worden, so kan dasselbe seine Gewalt viel länger behalten, als man insgemein dafür hält. Also habe ich gehört, daß Pulver, welches wohl verwahret gewesen, nach Verfliessung von 50 Jahren keinen Abgang an seiner Gewalt erlitten.

Man hat aber bey Trocknung des feuchten Pulvers nöthig, behutsam damit umzugehen. Denn es ist ein solcher Grad der Hitze, welcher, ob er gleich nicht hinreichet, das Pulver *zu entzünden, dennoch* den Schwefel zerschmelzet, und dadurch die gehörige Zusammensetzung zerstöret. Ja es giebt über dieses noch einen solchen Grad der Hitze, wodurch der Schwefel Feuer fängt und *nach und nach* wegbrennt, ohne daß das Pulver selbst davon entzündet werde Dieses kann ein jeder durch eigene Erfahrung leicht probiren. Man darf zu diesem Ende nur ein Stück Eisen roth glüend werden lassen, und indem dasselbe wiederum erkaltet, nach und nach darauf einige Körner Pulver werfen; auf diese Art wird man finden, daß nach einer gewissen Zeit die einzelnen Körner, welche man darauf fallen läßt, sich nicht mehr entzünden, sondern nur mit einer blauen Flamme, ohne verzehret zu werden, brennen. Es geschieht *auch* zuweilen, *daß, wenn die Körner auf diese Art zu brennen* angefangen, dieselben doch endlich völlig entzündet werden, welches sich gemeiniglich ereignet, wenn einige Körner nahe beysammen zu liegen kommen. Denn obgleich die Flamme eines jeglichen Korns insbesondere nicht hinreichend ist, dasselbe zu entzünden, so entsteht doch aus der Vereinigung zweyer oder mehr dergleichen Flammen eine solche Hitze, wodurch dieselben Körner endlich völlig entzündet werden. Wenn man nun diesen Grad der Hitze an dem Eisen genau *trift, und dasselbe mit Pulver-Körnern* bestreuet, so wird dasselbe mit einer blauen Flamme überzogen, welche öfters eine ziemliche Zeit dauret, ehe die gänzliche Entzündung des Pulvers erfolget. Wenn ich aber diese Körner noch vor der Entzündung weggenommen und untersuchet habe, so habe ich weder in ihrer Farbe, noch in ihrem Zustande, einige Veränderung wahrnehmen können. Da aber auf diese Art die Körner, wenn der Schwefel daraus

wegschmeltzt, die Kraft des Pulvers verlieren, so ist klar, da bey dem trucknen durch eine allzugrosse Hitze seiner Kraft bera könne.

Aus dem grossen Unterscheid, welcher sich zwischen dem truckenen Pulver in Ansehung der in diesem Satz gemeldten Wirk erhellet zur Gnüge, wie ungewiß und unbeständig alle diejenige Anwendungen der Artillerie seyn müssen, wo man auf diesen U Acht hat, und wie wenig man auf solche Experimenten bauen k dieser Ungleichheit unterworfen sind.

Ehe ich diesen Articul schliesse, muß ich eines Einfalls Erw welchen ich einmahl über diese Materie gehabt. Da das Wasser, in Dünste aufgelöset wird, eine zehn mal grössere Elasticität wie man dafür hält, haben soll, so fiel ich auf die Gedanken, ob wissen Fällen die von dem Pulver angezogene Feuchtigkeit ein hältniß haben könnte, daß dieselbe bey der Entzündung in Düns und also die Gewalt des Pulvers durch den Zuwachs dieser ne so viel mehr vermehret werden könnte, als die Verringerung a der Flamme austrüge. In der Meynung, daß dieses bißweilen schehen könne, wurde ich durch einige Experimente eines neue kräftiget, welcher anführet, daß die Schüsse, welche aus eine gleichen Ladungen geschehen, des Morgens, als es noch kühl w gangen, als bey der Tages-Hitze. Denn ich sahe wohl, daß d der Dichte der Luft, wodurch derselbe diese Begebenheit erklä Ursache hiervon unmöglich seyn könnte. Nachdem ich aber di ßiger untersuchet hatte, so habe ich nimmer finden können, Grad der Feuchtigkeit die Gewalt des Pulvers zu vermehren v wesen wäre. Denn aus allen den häufigen Versuchen, welche Ende angestellt, habe ich niemahls bemerken können, daß d mittlere Grösse merklich übertroffen hätte, ausgenommen in menten; oben diese Vermehrung aber kam, wie ich zu verm Grund habe, vielmehr von einer Verrückung der Maschine her. wenn die Elasticität der wässerichten Dünste so groß ist, als dafür hält (welches gleichwohl noch keine ausgemachte Sache i es leicht seyn, daß daher einige Verstärkung bey Entzündu grossen Menge Pulvers verursachet würde.

ANMERKUNG

In diesem Satz wird von dem Verfasser ein sehr wichtiger Umstand berühret, weswegen das Pulver zu einer Zeit eine weit geringere Gewalt ausübet, als zu einer anderen. Derselbe beruhet auf der Menge der Feuchtigkeit, welche das Pulver aus der Luft an sich gezogen. Hierbey kommen nun zwey Umstände vor, erstlich wie viel Feuchtigkeit das Pulver in einem jeglichen Fall in sich enthalte, und zweytens um wie viel die Gewalt desselben von *einem jeglichen Grad der damit vermischten Feuchtigkeit vermindert werde.* Das *erstere läßt sich durch das Gewicht erkennen.* Denn wenn man erstlich eine gewisse Quantität Pulver vollkommen trocknet und genau abwiegt, hernach aber bey einer jeden Veränderung der Luft das Gewicht derselben Quantität wiederum sorgfältig bemerket, so muß der Zuwachs des Gewichts immer anzeigen, wie viel Feuchtigkeit in dem Pulver enthalten ist. Weil die Feuchtigkeit der Luft durch das Hygrometrum ziemlich genau bestimmet werden kann, so könnte man über diesen Umstand nützliche Versuche anstellen, wenn man bey einem jeglichen verschiedenen Grad, den das Hygrometrum weiset, eine gewisse Quantität Pulver abwiegen sollte. Auf diese Art würde man erkennen, wie viel Feuchtigkeit das Pulver in einem jeglichen Zustand der Luft, welcher durch das Hygrometrum angezeiget wird, in sich enthalte. *Man müßte aber bey einer jeden Veränderung, so in der Luft vorgeht,* das Pulver eine geraume Zeit der Luft ausgesetzt lassen, damit dasselbe immer eben den Grad der Feuchtigkeit an sich nehmen könnte, welche die Luft hat. Denn es ist leicht zu erachten, daß wenn die Feuchtigkeit der Luft abnimmt, diejenige, welche sich schon vorher in das Pulver gezogen, nicht so bald wiederum durch die Ausdünstung davon gehen könne. Es würden sich auch bey der würklichen Anstellung solcher Versuche, allem Ansehen nach, noch mehr Schwierigkeiten einfinden, dennoch aber würden dieselben nicht hindern, daß dergleichen Experimente keinen sehr grossen Nutzen haben sollten. Da auch, wie der Autor bemerket, das schlechte *Pulver* weit mehr als das gute von der Feuchtigkeit der Luft an sich ziehet, so könnte man auch *auf* diese Art die Güte des Pulvers *untersuchen: indem dasjenige unstreitig* das beste ist, welches am wenigsten Feuchtigkeit zu sich *nimmt.*

Wenn *man nun auf* diese Art *gefunden* hat, wie viel Feuchtigkeit das Pulver zu einer jeden Zeit in sich enthält, so kann man nach der von dem Autore erfundenen Methode leicht untersuchen, um wie viel dadurch die Ge-

walt verringert wird; und solchergestalt würde man im Stande se kung des Pulvers bloß allein aus der Theorie weit genauer zu be bißhero möglich gewesen. Der Verfasser führet hier, um die vern des feuchten Pulvers darzuthun, ein merkwürdiges Exempel an, d von feuchtem Pulver nur eine Geschwindigkeit von 1200 Schuh in c mitgetheilet worden, da unter eben denselben Umständen von trock die Geschwindigkeit der Kugel 1700 Schuh in einer Secunde aus bestimmt zwar nicht, wie viel Feuchtigkeit in diesem Fall mit vermischet gewesen; wenn wir aber annehmen, daß die Feuchtigkeit sten Theil des ganzen Gewichts betragen, so könnte man sagen, Pulver mit dem dreyßigsten Theil Wasser vermischet wird, sein $\frac{5}{17}$ vermindert werde. Wenn nun ferner, welches zwar nicht zu v der Abgang der Gewalt des Pulvers immer der damit vermischt keit proportional wäre, so könnte man hieraus finden, um wie vi des Pulvers durch eine jegliche andere Menge Feuchtigkeit, so dam ist, vermindert werde.

Denn laßt uns setzen, daß die mit dem Pulver gemischte den $\frac{1}{n}$ Theil des Gewichts austrage, so müßte sich $\frac{1}{30}$ zu $\frac{1}{n}$ verh zu dem gesuchten Verlust der Gewalt des Pulvers, welc $=\frac{150}{17n}$ oder beynahe $=\frac{9}{n}$ seyn würde. Wenn also nur der hun Feuchtigkeit mit dem Pulver vermischet ist, so müste die Kraft den $\frac{1}{11}$ Theil abnehmen, welcher Verlust gleichwohl weit grösser als die von dem Autore angeführten Experimente anzeigen. Den Autor berichtet, solches Pulver, welches lange Zeit in einem wa gelegen, dennoch bey der Trocknung noch den $\frac{1}{100}$ Theil von sei verlohren, so muß sich vermuthlich öfters ein eben so grosse bey dem Pulver, womit die vorhergemeldeten Experimente gen befunden haben, welche doch diesem ungeachtet mit des Au ziemlich genau überein zu kommen scheinen. Dahero zu schlie wenn nur der hundertste Theil Feuchtigkeit mit dem Pulver v seine Gewalt dadurch nicht merklich vermindert werde.

Man siehet aus demjenigen, was bißher angeführet worden daß die verschiedene Schwehre und Dichtigkeit der Luft in der Pulvers keine merkliche Veränderung verursachen könne. Man denken, daß, da eine schwehre Luft stärker gegen die Kugel, i von dem Pulver durch den Lauf heraus getrieben wird, drüc

die Geschwindigkeit im erstern Fall mehr vermindert werden müßte, [als i]m letztern. Allein, da wir oben gewiesen haben, daß kein merklicher [Untersch]eid in der Geschwindigkeit der Kugel heraus kommt, wenn man auch [den Gege]ndruck der Luft völlig aus der Acht läßt, so kann die verschiedene [...] desselben um so viel weniger einen merklichen Unterscheid ver-

ELFTER SATZ

[Die Gesc]hwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die aus der Entzündung des [Pulvers e]ntstehende Flamme durch ihre eigene Ausdehnungs-Kraft fortgehet, [wenn we]der eine Kugel noch ein anderer Körper vor das Pulver in dem Stück geladen wird.

[Wen]n das ganze Wesen des Pulvers in eine subtile elastische Materie [bey der E]ntzündung verwandelt würde, so könnte man aus der Ausdehnungs-[Kraft der]selben, welche oben bestimmet worden, und ihrer Dichtigkeit, welche [...] bekannt ist, den Grad der Geschwindigkeit, womit sich dieselbe aus-[zudehnen] anfängt, leicht bestimmen, und daraus ferner die darauf folgende [Bewegu]ng derselben durch die Seele des Stücks heraus bringen. Nachdem [wir aber] dargethan haben, daß diese subtile elastische Materie, worinn die [Kraft de]s Pulvers bestehet, nur ungefehr $\frac{3}{10}$ von der ganzen Substantz des [Pulvers b]eträgt, so bleiben die übrigen $\frac{7}{10}$ nach der Entzündung mit der sub-[tilen elast]ischen Materie vermischet, und müssen dahero durch ihre Schwehre [die Bewegu]ng desselben hemmen. Ueber dieses sind auch diese zwey ver-[schiedene]n Materien, worinne sich das Pulver auflöset, nicht so genau mit [einander] vereiniget, daß dieselben einerley Bewegung theilhaftig werden, son-[dern die] gröbern Theile müssen weit langsamer fortgetrieben werden, als die [subtilen,] ja viele von denselben bleiben so gar in dem Lauf zurück, wie aus [der Unreinig]keit, welche sich in den Schieß-Gewehren, nachdem dieselben öfters [abgeschosse]n worden, befindet, leicht abzunehmen ist.

[Diese] Ungleichheit, welcher die ausdehnende Bewegung der Flamme unter-[worfen ist], nöthiget uns, um dieselbe genau zu bestimmen, unsere Zuflucht [zur Ex]perientz zu nehmen, und darauf allein unsere Untersuchung zu gründen.

Die Experimente, welche zu diesem Ende angestellet worden,
zweyerley Art: die ersten wurden gemacht mit dem Lauf, welcher
mit dem Buchstaben *A* bemerket haben. Derselbe wurde mit
Pulver, nebst einem leichten Pfropf von Hanf, geladen; und na
Mundung 19 Zoll von dem Mittel-Punkt des in dem siebenten Sa
benen Penduli entfernet worden, so wurde dasselbe in dieser Lage l
und bemerkt, daß das Pendulum von der Gewalt der blossen Fl
einen Bogen zurück getreten, dessen Sehne 13,7 Zoll betragen. W
annehmen, daß die ganze Substantz des Pulvers auf das Pendulu
und daß alle Theile mit einerley Geschwindigkeit gegangen, so folg
Geschwindigkeit ungefehr 2650 Schuh in einer Secunde hätte austr
Dieses ist also die kleinste Geschwindigkeit, welche man dem Pul
Ausdehnung zuschreiben kann. Wenn wir aber setzen, daß die su
schen Theile eine weit grössere Geschwindigkeit in dieser Ausdehnu
als die gröbern, welches ohne Zweifel der Wahrheit gemäß ist,
vorher gefundene gemeine Geschwindigkeit, in Ansehung der su
des Pulvers vermehret, in Ansehung der gröbern aber vermindert
auch, allem Ansehen nach, ein merklicher Theil der Geschwindi
die Flamme durch den Raum von 19 Zollen durchgedrungen, v
gangen, so habe ich hierüber die folgenden Experimente anges
dieser Schwierigkeit nicht unterworfen sind.

Ich befestigte den mit dem Buchstaben *A* bemerkten Lauf d
das Pendulum, daß die Axe desselben horizontal und zugleich p
auf die Fläche des Bretts war, oder, welches einerley, daß derselbe
der Schwingungen des Penduli zu liegen kam. Das Punkt, wo
Laufs das Pendulum berührte, war 6 Zoll über dem Mittelpunk
und das Gewicht des Laufs nebst dem Eisen, welches zur Befestigu
worden, war $11\frac{1}{2}$ Pfund. In dieser Lage wurde der Lauf mit
Pulver ohne Kugel und Pfropf geladen, und das Pulver nur all
Ladestock zusammen gedruckt. Nachdem nun der Schuß gesche
das Pendulum durch einen Bogen hinauf, dessen Sehne von 10 Zol
worden. Wenn man nun diese Würkung auf einen gleich starke
das Mittel-Punkt des Penduli reducirt, und dasjenige, was das
Laufs dazu beygetragen, abzieht, so wird man finden, daß dasselbe
Bogen, dessen Sehne 14,4 Zoll, gestiegen seyn würde.

1) Siehe p. 123. F. R. S.

Eben dieses Experiment ist zum andern mahl wiederhohlet worden, und wurde die Sehne des Bogens, durch welchen das Pendulum gestiegen, von Zoll befunden, welche auf obige Art reducirt 14,6 Zoll geben.

Um den Unterscheid in der Geschwindigkeit zu untersuchen, welcher sich n verschiedenen Theilen der Flamme befindet, habe ich den vorigen wiederum mit 12 Drachm. Pulver geladen, und dasselbe mit einem Pfropf lauf, so 1 Drachm. wog, zusammen getrieben. Ich stellte mir nun vor, ieser Vorschlag, weil derselbe so leicht war, augenblicklich eben denjenigen der Geschwindigkeit erlangen würde, mit welchem sich der subtile Theil ulvers vor sich allein, wann kein Vorschlag vorhanden gewesen wäre, dehnt haben würde: und auf diese Art fand ich, daß die Sehne des aufnden Bogens würcklich auf 12 Zoll vermehret worden, welche nach der n Reduction auf das Mittel-Punkt des Penduli 17,3 Zoll austragen. Da n den beyden erstern Experimenten die mittlere Länge der Sehne war Zoll, so hat in dem gegenwärtigen Fall, da die Gewalt durch den Zusatz Drachm. Materie, so sich mit dem geschwindesten Theil der Flamme beweget, vermehret worden, die Sehne des aufsteigenden Bogens um ll zugenommen. Folglich war die Geschwindigkeit, welche dieser Drachma ie eingedruckt worden, von 7000 Schuh in einer Secunde.

Man könnte vielleicht gegen diese Bestimmung einwenden, daß die Verung des Bogens, durch welchen das Pendulum in diesem Fall zurück ge-, nicht allein von der dem Vorschlag mitgetheilten Bewegung hergeen, sondern daß die nähere Einschränkung des Pulvers, wodurch ein erer Theil davon entzündet worden, nicht wenig zu dieser Vermehrung tragen. Allein, wenn es wahr wäre, daß sich nicht alles Pulver, sondern n Theil davon entzündete, wenn kein Vorschlag gebraucht wird, so würde nicht wahrnehmen, daß, wenn man verschiedene Quantitäten Pulver ohne hlag loßbrennet, alsdenn die Sehne des aufsteigenden Bogens nach eben erhältniß zu- und abnehme, als die Quantität des Pulvers vermehret vermindert worden. Welche Verhältniß doch, wie ich durch viele Vor- befunden, ziemlich genau eintrift. Denn, als ich 9 Drachm. Pulver ge-, so fand ich die Sehne des aufsteigenden Bogens von 7,3 Zoll, welche iner Ladung von 12 Drachm. 10 bis 10,1 Zoll lang gewesen. Als ich nur 3 Drachm. zur Ladung genommen, so wurde diese Sehne nur 2 Zoll, e Länge zwar um $\frac{1}{2}$ Zoll kleiner ist, als obgedachte Verhältniß erfordert: nnen aber hiervon zwo andere wichtige Ursachen angezeiget werden.

Es findet sich aber hier eine noch viel stärkere Probe, daß si... Pulver auf einmahl entzündet, wenn auch kein Vorschlag vor die La... ...t wird. Dieselbe beruhet hierauf, daß der Theil der Bewegung ... daß, welcher von der Ausdehnung des Pulvers allein herrühret, nich... ..., wenn eine Kugel vor das Pulver geladen wird, als wenn man ... ...e Quantität allein loßbrennet, ohne daß dieselbe vermittelst eines V... zusammen gehalten worden. Wir haben gesehen, daß die Sehne des ... durch welche das Pendulum von der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers a... stossen worden, 10 oder 10,1 Zoll gewesen: als ich aber denselben ... die gewöhnliche Art mit Vorschlag und Kugel geladen, so habe ich ... des gedachten Bogens einmahl $22\frac{1}{4}$, ein andermahl $22\frac{7}{8}$ Zoll lang ... wozwischen 22,56 die Mittel-Zahl ist. Wenn wir nun setzen, daß d... ...t dem Vorschlag an eben dem Ort, wo der Lauf gegen das Pend... ...stigt worden, aufgestossen, und das mit eben derselben Geschw... welche dieselbe bey der Mündung des Laufs erhalten hätte, so müs... das Pendulum durch einen Bogen, dessen Sehne ungefehr 12,3 Zoll, ... werden: welches aus dem Gewichte des Penduli, dem Gewichte der K... ihrer Geschwindigkeit, nebst dem Ort, wo dieselbe aufgestossen, nach ... ...en angeführten Experimenten und Regeln abzunehmen ist. Wenn ... diese Zahl 12,3 von der vorher gefundenen 22,56 abzieht, so muß ... 10,26 beynahe die Sehne des Bogens anzeigen, durch welchen das ... von der Kraft des Pulvers allein gestossen worden, wenn man d... Kugel geladen. Diese Zahl 10,26 ist nicht merklich unterschieden ... wodurch die Sehne des aufsteigenden Bogens ausgedruckt worden, als ... dieselbe Quantität Pulver ohne Kugel und Vorschlag gegen das Pend... gefeuert hatten.

Daß aber diese Geschwindigkeit von 7000 Schuh in einer Secun... wir für den würkenden Theil der Flamme herausgebracht, nicht zu ... erhellet ganz deutlich aus dem 38sten Experiment, welches oben ... worden. Denn in demselben wurde die Kugel mit einer Geschwind... 2400 Schuh in einer Secunde heraus getrieben. Wenn sich nun di... nicht mit einer weit grösseren Geschwindigkeit ausgebreitet hätte, ... man eine merkliche Verminderung ihrer Gewalt auf diese so schnelle ... der Kugel wahrnehmen müssen, welches doch nicht geschehen. Folg... in diesem Fall der Grad der Geschwindigkeit, womit sich das Pul... der Kugel würklich ausgebreitet, ohne einen merklichen Theil seine...

en, weit kleiner seyn, als derjenige, womit sich das Pulver allein, wenn Kugel daselbst gewesen wäre, ausgedehnet haben würde.

nd in eben dieser erstaunlichen Geschwindigkeit, womit sich die Flamme em entzündeten Pulver ausbreitet, bestehet hauptsächlich die so gantz ordentliche Gewalt derselben, wodurch sie alle andere sowohl alte als Erfindungen, welche immer zum Behuf des Kriegs-Wesens gemacht woro weit übertrift. Wenn man zwar nur auf die Grösse der Bewegung welche den geworfenen Körpern eingedruckt wird, und welche man aus ewicht derselben mit der Geschwindigkeit multiplicirt zu schätzen pflegt, ß man gestehen, daß viele Kriegs-Maschinen der Alten eine weit grössere ung hervor zu bringen vermögend gewesen, als unsere heut zu Tage en schwersten Canonen und Mörser. Allein die entsetzliche Geschwin-, womit man anjetzo die Körper vermittelst des Pulvers fortzutreiben nde ist, kann mit jenen in keine Vergleichung gebracht werden. Die e von diesem Unterscheid bestehet hierinne, daß zwar die Alten die ibende Gewalt theils durch Gewichte, theils durch Federn und verdrehete, nach Belieben vermehren konnten, allein eine jegliche Vermehrung der vermehrte zugleich die Materie, welche damit in Bewegung gesetzt muste, dergestalt, daß wenn die Gewalt verstärket wurde, zugleich auch gen Theile der Maschine, welche die Bewegung geben solten, am Ge- zunahmen. Dahero dann nothwendig folgte, daß die Würkung der Ge- nicht allein auf die Bewegung der fortzutreibenden Körper angewandt konnte, sondern der gröste Theil derselben muste auf die Bewegung gen Theile der Maschine selbst, mit welchen die Kraft verknüpft war, ndt werden, um dieselben in Stand zu setzen, dem Körper, welcher forten werden solte, nachzufolgen, und denselben immer weiter fortzustossen, t sich der Raum ihrer Würcksamkeit erstreckte. Aus diesem Grunde he es nun, daß, obgleich diese alten Maschinen ungeheure Gewichte fort- konnten, dennoch die Geschwindigkeit derselben sehr geringe war, in ung derjenigen, welche anjetzo durch die Gewalt des Pulvers den Kugeln ndern Körpern eingedruckt werden können. Dahero in allen Gelegen- wo es auf eine sehr schnelle Bewegung ankommt, unsere jetzigen Ma- einen sehr grossen Vortheil vor den alten erhalten. Wo aber keine nelle Bewegung erfordert wird, da könnten auch noch heut zu Tage die Maschinen mit nicht geringem Vortheil gebraucht werden. Dahero die- auch noch alle Aufmersamkeit bey den Kriegsverständigen verdienen,

welche eine hinlängliche Fähigkeit besitzen, einen jeglichen
fession nach seinem wahren und eigentlichen Werth in Erweg
und sich nicht an die Vorurtheile der Zeit, in welcher sie leb

Aus den in diesem Satze gegebenen Bestimmungen läßt s
walt der Petarden erklären, indem ihre Würkung bloß allein a
Flamme beruhet. Hieraus erhellet auch, daß eine Quantität Pu
einer solchen Maschine, wenn dieselbe wohl zugerüstet worde
grosse Würkung hervor bringen könne, als eine Kugel, welc
schwer ist, und sich mit einer Geschwindigkeit von 14 bis 150
Secunde bewegt.

ERSTE ANMERKUNG

Wir haben schon oben bemerket, daß die Geschwindigk
Kugel von dem Pulver eingedruckt wird, nicht allein von desselb
kraft herkomme, sondern daß auch die Geschwindigkeit selb
die Flamme der Kugel nachfolget, in Betrachtung gezogen
Denn es ist klar, daß, so groß auch immer die Gewalt des Pulv
wird, der Kugel dennoch von demselben kein grösserer Grad
keit eingedruckt werden könne, als derjenige ist, womit sich
Pulvers selbst, wenn keine Kugel vorhanden wäre, ausbreiten
Grad der Geschwindigkeit kan nun der Kugel nimmermehr
den, indem das Pulver nur in so ferne auf die Kugel würket,
langsamer fortgehet, als die Flamme selbst fortgehen würde,
in demselben Augenblick zernichtet würde. Da nun die Ku
ihrer Schwehre, der Bewegung wiederstehet, und auch über dies
äusserlichen Wiederstand antrift, so ist leicht zu erachten, daß
den Grad der Geschwindigkeit, womit sich die Flamme selbs
reichen könne. Hieraus sieht man auch ferner, daß der höch
schwindigkeit, welcher einer Kugel von dem Pulver mitgethe
beständig um soviel kleiner seyn müsse, als derjenige ist, welchen
erreichen kann, je schwerer die Kugel selbst, und je grösser der äu
stand ist. Um dieser Ursache willen ist also die Frage, wel
in dem gegenwärtigen Satze aufwirft, von der grösten Wichtig
dieselbe erörtert worden, die wahre Geschwindigkeit der Kug

des Pulvers unmöglich bestimmt werden kann. Der Autor sieht zwar die Auflösung dieser Frage an sich selbst betrachtet, als sehr leicht an, und findet nur in den ungleichen Theilen, worein das Pulver durch die Entzündung aufgelöset wird, eine so grosse Schwierigkeit, daß er die Theorie völlig bey Seite setzt, und seine Zuflucht bloß allein zu den Experimenten nimmt. Ungeachtet wir nun an der Geschicklichkeit des Verfassers, dergleichen Fragen aufzulösen, keinesweges zweifeln, so glauben wir doch, daß derselbe bey dieser Frage, wenn auch der gemeldete Umstand nicht da wäre, nicht wenig Schwierigkeit gefunden haben würde. Denn diese Frage erfordert die tiefste Einsicht in die Natur, und die Gesetze der Bewegung flüßiger Cörper; und es ist noch nicht lange, daß man sich im Stande befindet, dergleichen Aufgaben durch Hülffe der Rechnung auszuführen.

Wir haben diese wichtige Erweiterung der mathematischen Wissenschaften den beyden weit berühmten Männern JOHANNI und DANIEL BERNOULLI zu danken, von welchen der letztere diese Materie zuerst in seinem unvergleichlichen Werke von der Hydrodynamic abgehandelt, und das ganze Werk meistentheils auf die Erhaltung der sogenannten lebendigen Kräfte gegründet. Sein Herr Vater, der Hr. Prof. JOH. BERNOULLI in Basel hat hierauf die Natur dieser Bewegungen aus den ersten Grundsätzen der Mechanic auf eine sehr sinnreiche Art erkläret, welche Abhandlung sich sowohl in dem IX. Theil der Werke der Kayserl. Academie in St. Petersburg[1]), als der vor einigen Jahren in Lausanne herausgekommenen Sammlung aller Werke dieses grossen Manns, befindet. Da nun diese wichtigen Erfindungen unserm Verfasser, als er sein Werk geschrieben, noch unbekannt gewesen, so ist auch schwehr zu glauben, daß er mit der Auflösung dieser Frage so leicht würde haben zurechte kommen können; ungeachtet er dieselbe für sehr leicht zu halten scheinet. Die gröste Schwierigkeit bestehet aber gar nicht darinne, daß die ungleichen Theile, worein das Pulver durch die Entzündung aufgelöset wird, auch in eine ungleiche Bewegung gesetzet werden: sondern wenn auch diese Ungleichheit nicht vorhanden wäre, so würde doch die Bestimmung der verschiedenen Kräfte, welche auf alle Theilchen insbesondere würken, noch weit schwerer fallen. Insonderheit aber wenn man betrachtet, daß in einem jeglichen Zustand, worinn sich die aus dem Pulver erzeugte Luft während der Ausdehnung befindet, nicht alle Theile einen gleichen Grad der Elasticität, und folglich auch nicht einen gleichen Grad der Dichtigkeit, haben können; so er-

1) Siehe die Anmerkung 3 p. 6. F. R. S.

eignen sich in der Ausrechnung so viel Schwierigkeiten, daß auc meldeten Methoden der Herren BERNOULLI kaum hinreichend sind, überwinden. Denn da, wie wir schon oben erinnert haben, die Bew jeglichen Theilchens, so lange die Ausbreitung dauret, beständig ver so muß auch ein jegliches Theilchen von hinten stärker, als von druckt werden: folglich muß die elastische Kraft hinten immer g als vorne. Wenn also eine Kugel vor dem Pulver befindlich ist, selbe nach der Entzündung immer nur von der kleinsten Kraft, Theile der Flamme begabet sind, fortgestossen werden, weil da vordersten Theile mit ihrer Elasticität würken. Weil aber die Th ser aus dem Pulver erzeugten elastischen Materie so sehr subti also eine sehr geringe Kraft erfordert wird, um dieselben in B setzen, so kann auch die Ungleichheit in der Elasticität nicht m dahero wir uns nicht viel von der Wahrheit entfernen werden, v nehmen, daß in einem jeden Augenblick die Elasticität durch di tile Materie gleich zertheilet sey. Auf diese Art fallen aber die grö rigkeiten weg, und die Frage kann nach den obgemeldeten Method gestalt aufgelöset werden.

Weil man die aus dem Pulver durch die Entzündung erzeugt stische Materie als eine sehr stark zusammengepreßte Luft anse wollen wir setzen, daß im ersten Augenblick nach der Entzündung i

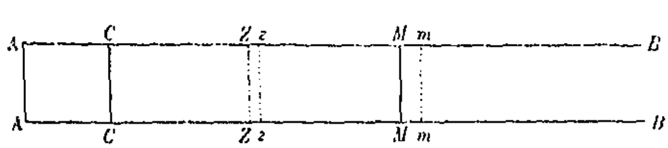


Fig. 9.

Cylinder $AABB$ (Fig. 9) der Raum $AACC$ mit dergleichen zusamm Luft erfullet gewesen. Es sey nun die Länge dieses gantzen Cylin die Weite desselben $= cc$, und die Länge $AC = b$; die in diese zusammen gepreßte Luft aber sey m mahl dichter, als die natür wird auch nach der gemeinen Regel die Elasticität derselben m seyn, als die Elasticität der natürlichen Luft. Wenn wir also Quecksilbers in dem Barometer setzen $= h$, deren Schwehre der natürlichen Luft gleich ist, so wird die Elasticität der natürlich das Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= 12000h$, ausgedr folglich wird die Elasticität der in dem Raum AC zusammeng

dem Druck einer natürlichen Luft-Säule, welche $12000mh$ hoch ist, gleich seyn. Lasset uns nun setzen, daß sich diese Luft nach einiger Zeit schon bis MM ausgedehnet habe, und nennen die Länge dieses Raums $AM = x$; so wird die Dichte der durch diesen Raum ausgebreiteten Luft sich zur anfänglichen Dichte in AC verhalten, wie AC zu AM, das ist, wie b zu x, und also wird dieselbe noch $\frac{mb}{x}$ mahl grösser seyn, als die der natürlichen Luft, und ihre Elasticität wird dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe ist

$$= \frac{12000\,mbh}{x}.$$

Wenn wir nun annehmen, daß sich diese Luft gantz allein durch ihre Kraft ausbreite, und weder eine Kugel noch einen Pfropf vor sich her stossen müsse, so kann die Geschwindigkeit, mit welcher diese Ausdehnung geschieht, auf einen jeglichen Augenblick, und an einem jeglichen Orte, also bestimmet werden. Es sey $\sqrt{v}$ die Geschwindigkeit, mit welcher sich die vorderste Scheibe MM gegen BB fort beweget, dergestalt daß v die Höhe andeutet, aus welcher ein schwerer Körper durch den Fall eben diejenige Geschwindigkeit erhält, mit welcher die Scheibe MM fortgehet. Da wir nun annehmen, *daß sich die zusammengedruckte Luft beständig gleichförmig ausbreite*, so wird eine jegliche andere Scheibe ZZ um so viel langsamer fortgehen, je näher dieselbe dem Boden AA ist. Wenn wir also diese Entfernung $AZ = z$ setzen, so wird die Geschwindigkeit in ZZ seyn $= \frac{z\sqrt{v}}{x}$ und indem die vordere Scheibe MM durch den unendlich kleinen Weg $Mm = dx$ fortrücket, so wird die Scheibe ZZ durch einen Weg, so $= \frac{zdx}{x}$ fortgehen. Da aber die Geschwindigkeit vermehret wird, so wollen wir nach den Regeln der Differential-Rechnung setzen, daß indem MM durch Mm fortgehet, die Höhe v um dv oder die Geschwindigkeit selbst $\sqrt{v}$ um $\frac{dv}{2\sqrt{v}}$ vermehret werde; so wird in eben der Zeit die Geschwindigkeit der Scheibe ZZ um

$$\frac{z\,dv}{2x\sqrt{v}}$$

und die Höhe $\frac{zzv}{xx}$, aus welcher diese Geschwindigkeit erlanget wird, um

$$\frac{zz\,dv}{xx}$$

zunehmen. Wir wollen nun der Scheibe ZZ eine Dicke $Zz = dz$ geben, der-

gestalt, daß ihr Inhalt seyn soll $= ccdz$, und da die Luft in die $\frac{mb}{x}$ mahl dichter ist, als die natürliche, so wird die Scheibe Z sehung der Materie, einer gleich dicken Scheibe natürlicher L deren Höhe $= \frac{mbdz}{x}$. Da nun die Bewegung dieser Scheibe ver keine solche Vermehrung aber ohne Kraft hervorgebracht werd wollen wir setzen, daß die Kraft, wodurch die Geschwindigkeit $ZZzz$ vermehret wird, dem Gewicht einer natürlichen gleich dick gleiche, deren Höhe $= 12000p$. Weil wir nun gesehen, daß, Scheibe durch den Weg $\frac{zdx}{x}$ fortrückt, die ihre Geschwindigkeit Höhe $\frac{zzv}{xx}$ um $\frac{zzdv}{xx}$ wachse, so muß sich nach den Grund-Gesetze nic dieser Zuwachs $\frac{zzdv}{xx}$ zu dem Wege $\frac{zdx}{x}$ verhalten, wie die Kraft $12000ccp$ zum Gewicht der Scheibe $\frac{mbccdz}{x}$, das ist

$$\frac{zzdv}{xx} : \frac{zdx}{x} = 12000ccp : \frac{mbccdz}{x},$$

woraus man bekommt die Grösse der zur Forttreibung dieser S derten Kraft

$$12000ccp = \frac{mbccz\,dzdv}{xxdx} = \frac{mbccdv}{xxdx} \cdot zdz.$$

Da nun zu der unendlich kleinen Scheibe $ZZzz$ so viel Kraft e so wird das Integrale der gefundenen Formul, nehmlich

$$\frac{mbccdv}{xxdx} \cdot \frac{zz}{2},$$

die Kraft anzeigen, welche zur Acceleration der im Raum AAZ Luft nöthig ist, und wann wir jetzt $z = x$ setzen, so kommt Kraft, von welcher die Acceleration aller im Raum $AAMM$ ei Luft herrühret, heraus, und wird

$$= \frac{mbccdv}{2dx}.$$

Diese Kraft muß nun, wenn kein Wiederstand vorhanden, d Kraft, womit diese zusammen gedruckte Luft begabet ist, gleich durch das Gewicht einer natürlichen Luft-Säule, deren Höhe = Dicke $= cc$, ausgedruckt worden; folglich bekommen wir diese

$$\frac{dv}{2\,dx} = \frac{12000h}{x}, \quad \text{oder} \quad dv = \frac{24000\,h\,dx}{x},$$

das Integrale gibt

$$v = 24000\,hl\frac{x}{b}\cdot$$

wir nun für x setzen $AB = a$, so bekommen wir die Höhe, aus welchen diejenige Geschwindigkeit erzeuget wird, womit die in unserm Cylinder zusammen gepreßte Luft bey der Oefnung BB herausfahren und diese Höhe ist also

$$= 24000\,hl\frac{a}{b}\cdot$$

y zu merken, daß alhier für $l\frac{a}{b}$ nicht die gewöhnlichen Logarithmi, rn die so genannten hyperbolischen Logarithmi genommen werden müssen. man sich aber der gemeinen bedienen will, so muß man dieselben mit Zahl 2,30258509 multipliciren, oder man bekommt

$$v = 55261\,hl\frac{a}{b}\cdot$$

man aber wissen, wie viel Schuhe diese Geschwindigkeit in einer Secunde ge, so darf man nur die Länge h in tausendsten Theilen eines Rheinlänn Schuhes ausdrucken, und die Quadrat-Wurzel aus v durch 4 dividiren. nun $h = 30$ Englische Zoll genommen wird, so ist nach Rheinländischem $h = 2425$, und die gesuchte Geschwindigkeit beträgt

$$\frac{1}{4}\sqrt{55261\cdot 2425\,l\frac{a}{b}}$$

l. Schuhe in einer Secunde. In dem von dem Autore zuerst angeführten pel war

$$a = 45 \quad \text{und} \quad b = 2\frac{5}{8}, \quad \text{folglich} \quad \frac{a}{b} = \frac{360}{21} = \frac{120}{7},$$

o mußte in diesem Fall die Flamme, wenn weder Kugel noch Vorschlag as Pulver geladen worden, und auch kein äusserlicher Wiederstand vorn wäre, aus dem Lauf mit einer Geschwindigkeit heraus fahren, womit er Secunde so viel Schuhe, als diese Zahl

$$\frac{1}{4}\sqrt{55261\cdot 2425\cdot 1{,}23408}\,^{1)}$$

1) Im Original $\frac{1}{4}\sqrt{55261\cdot 2425\cdot 1{,}23438}$. Berichtigt von F. R. S.

angezeigt, werden durchlaufen können. Da nun

$$l\,155261 = 4{,}7424187$$
$$l\,2425 = 3{,}3847117$$
$$l\,1{,}23408 = 0{,}0913435$$
$$8{,}2184740$$

die Hälfte genommen

$$4{,}1092370$$

subtr. $l\,4$

$$= 0{,}6020600$$
$$3{,}5071770.$$

so beträgt diese Geschwindigkeit so viel Schuh 3215 in einer S… Zahl mehr als um die Hälfte kleiner ist, als diejenige, we… durch seine Experimenta herausgebracht, ungeachtet wir hier … Gegendruck der Luft, noch auf den Wiederstand derselben, … welche beyde Umstände diese Geschwindigkeit noch mehr ver… Denn, da der Gegendruck der Luft dem Gewicht des Quecksi… meter, und folglich einer Luft-Säule, so $12000h$ hoch ist, gleich… stand einer Luft-Säule aber, deren Höhe $= v$, gleich ist, so … liche Resistenz $= (12000h + v)c^2$, welche in der obigen Rec… fortstossenden Kraft

$$\frac{12000\,mbcch}{x}$$

abgezogen werden muß. Dahero wir diese Vergleichung erha…

$$\frac{mbdv}{2dx} = \frac{12000\,mbh}{x} - 12000h - v,$$

welche in diese verwandelt wird

$$dv + \frac{2vdx}{mb} = \frac{24000\,hdx}{x} - \frac{24000\,hdx}{mb}.$$

Diese Aequation wird integrabel, wenn man sie mit $e^{\frac{2x}{mb}}$ multi… die Zahl bedeutet, deren Logarithmus hyperbolicus gleich ist… $= 2{,}718281828$; das Integrale selbst aber wird:

$$e^{\frac{2x}{mb}}v = 24000h\int\frac{e^{\frac{2x}{mb}}dx}{x} - 12000he^{\frac{2x}{mb}}.$$

nn nun m eine so grosse Zahl andeutet, daß der Bruch $\frac{2x}{mb}$ sehr klein wird, wird beynahe

$$e^{\frac{2x}{mb}} = 1 + \frac{2x}{mb}$$

l folglich

$$\int \frac{e^{\frac{2x}{mb}}dx}{x} = l\frac{x}{b} + \frac{2x}{mb} - \frac{2}{m}.$$

il dieses Integrale verschwinden muß, wenn $x = b$. Dahero bekommt man

$$\left(1 + \frac{2x}{mb}\right)v = 24000hl\frac{x}{b} + \frac{24000hx}{mb} - \frac{24000h}{m}.$$

n multiplicire durch $\frac{1}{1+\frac{2x}{mb}}$ oder durch $1 - \frac{2x}{mb}$, so wird

$$v = 24000h\left(1 - \frac{2x}{mb}\right)l\frac{x}{b} + \frac{24000hx}{mb} - \frac{24000h}{m},$$

nn man nehmlich die Terminos, welche allzu klein werden, auslässt. Um n die Geschwindigkeit zu bekommen, mit welcher die Flamme bey der ndung BB hervor bricht, so setze man $x = a$, und damit man sich der neinen Logarithmen bedienen könne, so multiplicire man den gefundenen garithmum mit 2,30258509, woher entspringt

$$v = 55261h\left(1 - \frac{2a}{mb}\right)l\frac{a}{b} + \frac{24000ha}{mb} - \frac{24000h}{m}.$$

er ist, wie wir vorher gesehen, $h = 2425$ tausendste Theile eines Rheinlänchen Schuhes, und wenn wir mit dem Autore annehmen $m = 1000$, und für n vorigen Fall setzen $\frac{a}{b} = \frac{120}{7} = 17{,}1428$, so wird $l\frac{a}{b} = 1{,}2340832$ und also

$$v = 160646077;$$

d die Geschwindigkeit wird in einer Secunde 3168 Schuhe betragen: welche cht viel geringer ist, als diejenige, welche wir vorher, ohne auf die Resistentz r Luft zu sehen, heraus gebracht haben.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wenn nun des Autoris Experimente und die daraus gemachten ihre Richtigkeit haben, so ist diese Geschwindigkeit, welche wir hier Theorie gefunden, viel zu klein. Dieselbe würde aber noch viel klei aus gekommen seyn, wenn wir der Wahrheit gemäß in Betrachtung hätten, daß sich nicht alles Pulver im ersten Augenblick zugleich e und ferner würde noch über dieses die Betrachtung der gröbern T des Pulvers eine merkliche Verminderung in dieser Geschwindigkeit sachet haben. Solten diese Umstände, wie wohl zu vermuthen, so v tragen, daß die Geschwindigkeit in dem angeführten Exempel nicht v 2000 Schuhe in einer Secunde ausmachte, so würde auch keine Ku einer so grossen Geschwindigkeit heraus getrieben werden können, al die Experimente des Autoris gefunden worden. Ja wenn wir so gar z wollten, daß sich alles Pulver auf einmal entzünde, und daß auch die g Theile die Bewegung der subtilern nicht hindern, so würde doch c schwindigkeit der Kugel weit kleiner heraus kommen, als solche in de befunden wird.

Um dieses deutlicher vor Augen zu legen, so dürfen wir nur obigen Rechnung außer den Theilchen der zusammen gepressten Luft, in Bewegung gesetzt werden möchten, noch eine Kugel in Betra ziehen. Laßt uns also setzen, daß sich vor der zusammen gepresste in MM noch eine Kugel befinde, deren Gewicht einer Luft-Säule g welcher Dicke $= cc$ und Höhe $= k$. Weil nun diese Kugel mit der v sten Scheibe MM einerley Bewegung hat, wenn wir annehmen, daß di von einer Kraft, welche dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule, $= P$, gleich ist, fort getrieben werde, so bekommen wir nach den Grun setzen der Bewegung diese Vergleichung: $kdv = Pdx$, und also

$$P = \frac{kdv}{dx}.$$

Diese Kraft muß zu derjenigen, welche zur Acceleration der Flamme s erfordert worden,

$$\frac{mbccdv}{2dx},$$

addirt werden, und da bekommt man die völlige zur Acceleration erforderte Kraft

$$= \frac{mbccdv}{2dx} + \frac{kccdv}{dx},$$

welche der Elasticität, wodurch die Bewegung in der That fortgesetzet wird, gleich seyn muß, wenn wir nehmlich, welches ohne merklichen Fehler geschehen kan, die Resistentz der Luft aus der Acht lassen. Auf diese Art erhalten wir diese Aequation, nachdem wir durch cc dividiret,

$$\frac{mbdv}{2dx} + \frac{kdv}{dx} = \frac{12000\,mbh}{x}$$

und folglich

$$v = \frac{24000\,mbh}{mb + 2k}\,l\frac{x}{b}.$$

Hieraus erhellet, daß die Geschwindigkeit der Kugel immer weit kleiner seyn müsse, als die Geschwindigkeit der blossen Flamme, welche durch diese Aequation $v = 24000 hl\frac{x}{b}$ ausgedruckt gefunden worden. Es wird sich also die Geschwindigkeit der Kugel verhalten zur Geschwindigkeit der blossen Flamme, welche dieselbe unter gleichen Umständen erlangt haben würde, wie $\sqrt{mb}$ zu $\sqrt{(mb + 2k)}$ oder wie 1 zu

$$\sqrt{\left(1 + \frac{2k}{mb}\right)}.$$

Da nun in dem vorher angeführten Exempel die Geschwindigkeit der blossen Flamme 3168 Schuhe in einer Secunde betragen, so wird die Geschwindigkeit der Kugel, so unter eben denselben Umständen heraus geschossen worden, in einer Secunde nur

$$\frac{3168}{\sqrt{\left(1 + \frac{2k}{mb}\right)}}$$

Schuhe austragen. Es ist aber hier $m = 1000$, $b = 2\frac{5}{8}$ Zoll, und da die Kugel von Bley gewesen, so wird $k = 4900$ Zoll; folglich wird

$$\sqrt{\left(1 + \frac{2k}{mb}\right)} = \sqrt{\frac{12425}{2625}}$$

und also die verlangte Geschwindigkeit der Kugel von 1456 Schuhe in einer Secunde gefunden werden, welche Geschwindigkeit weit kleiner ist, als die-

jenige, welche in eben diesem Fall die Versuche zu erkennen geg
Dieselbe würde aber noch geringer heraus gekommen seyn, we
gröberen Theile des Pulvers, und auch noch dieses in Betracht
hätten, daß sich nicht alles Pulver auf einmal entzünde.

Aus allem diesem erhellet nun gantz deutlich, daß die von
angegebne Theorie von der Gewalt des Pulvers mit seinen eigenen F
unmöglich bestehen könne, und daß eine weit grössere Kraft in dem
borgen liegen müsse, als der Autor glaubt. Wir sind also genöthig
je mehr der Meynung des tiefsinnigen Herrn DANIEL BERNOULLI be
welcher in seiner *Hydrodynamic* behauptet, daß die erste Elasti
Pulver befindlichen subtilen Materie, bey nahe 10000 mahl grösser
Elasticität der natürlichen Luft.[1]) Da nun das Pulver selbst n
1000 mahl schwerer ist, als die Luft, und nur $\frac{3}{10}$ davon die zu
druckte Luft ausmachen, so folget hieraus nothwendig, daß in so
Zusammenpressungen der Luft die Elasticität derselben nach ei
Verhältniß vermehret werde, als die Dichtigkeit. Denn wenn
nicht zugeben will, so kann man in dem Pulver unmöglich di
finden, welche doch nach den Experimenten würklich darinne ste
gestalt wird derjenige Grundsatz des Verfassers, welchen wir sc
Zweifel gezogen, daß nehmlich die Elasticität der Luft immer i
keit proportional sey, gänzlich umgestossen: und dieser Satz ka
ders beybehalten werden, als wenn die Luft nicht allzusehr zusam
wird. Die Beweis-Gründe, welche der Autor anführt, gehen auch
sen Fall, wie in der daselbst beygefügten Anmerkung erinnert w
wegen muß, um die Würkungen des Pulvers zu erklären, eine ganz
von der Natur der Luft zu Hülfe genommen werden. Zu diesem
nun keine bißher bekannte Theorie der Luft bequemer zu seyn,
welche ich im 2ten Theil der Comment. der Academie zu P
gegeben, allwo ich aus dem Begriff, den ich mir von dem Zusta
formiret hatte, folgendes gefunden. Da die Luft aus Materie be
für sich klar, daß sich dieselbe nicht unendlich weit zusammen
dahero muß es einen Grad der Dichtigkeit geben, welchen man i

1) Siehe p. 48. F. R. S.

2) Siehe EULERS Abhandlung 7 (des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses): *Tent*
phaenomenorum aeris, Comment. acad. sc. Petrop. 2 (1727), 1729, p. 347; *L*
Opera omnia, series II, vol. 27. F. R. S.

ung der Luft nicht überschreiten kann. Es sey also dieser höchste Grad Dichtigkeit der Luft q mahl grösser, als die Dichtigkeit der natürlichen; wenn man diese Zahl q als bekannt annimmt, so habe ich gefunden, daß die Elasticität der natürlichen Luft zur Elasticitat einer Luft, welche ahl dichter ist, als die natürliche, verhalten müsse, wie

$$\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2} \quad \text{zu} \quad \sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}.$$

un die Elasticität der natürlichen Luft durch einen Cylinder von Queck-, dessen Höhe $= h$, ausgedrucket wird, so wird die Elasticität der Luft, dieselbe m mahl dichter ist, durch einen Cylinder von Quecksilber augt werden, dessen Höhe

$$= \frac{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}}{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2}}\, h.$$

aber q eine sehr grosse, und allem Ansehen nach grössere Zahl ist, als mer seyn kann, so wird zu unserm Vorhaben genau genug sein

$$\sqrt[3]{(q-1)^2} = \sqrt[3]{q^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{q}} - \frac{1}{9q\sqrt[3]{q}}$$

$$\sqrt[3]{(q-m)^2} = \sqrt[3]{q^2} - \frac{2m}{3\sqrt[3]{q}} - \frac{mm}{9q\sqrt[3]{q}}.$$

wegen wird die Elasticität der Luft, wenn sie m mahl dichter ist, als natürliche, also ausgedruckt werden:

$$\frac{6mq + mm}{6q + 1}\, h = \left(m + \frac{m(m-1)}{6q}\right) h,$$

die Elasticität der natürlichen Luft wird sich verhalten zur Elasticitat Luft, welche m mahl dichter ist, als die natürliche, wie 1 zu

$$m + \frac{m(m-1)}{6q}.$$

welcher Formel zugleich die gemeine Regel erhellet, daß wenn m keine grosse Zahl ist, die Elasticität immer der Dichte ziemlich genau proporl sey. Wenn aber die Zahl m anfängt, so groß zu werden, daß der Bruch $\frac{m(m-1)}{6q}$ nicht mehr aus der Acht gelassen werden kann, so muß die Abwei-

chung der gemeinen Regul von der Wahrheit merklich werden
ruhet aber auf der Größe der Zahl q, welche uns unbekannt ist
aber dieselbe bestimmen können, wenn wir nur in einem einzige
wie viel die gemeine Regel von der Wahrheit abwiche. Da wi
angeführten Gründen deutlich sehen, daß, wenn die natürliche
244 mahl kleinern Raum zusammengedruckt wird, als welcher b
statt findet[1]), ihre Elasticität vielmehr mahle vermehrt werden
auf diejenige Vermehrung zu sehen, welche von der Erhitzung
folget, daß die Zahl $6q$ viel kleiner als $244 \cdot 243$ seyn müßte. S
sticität der gemeldeten zusammen gedruckten Luft 300 mahl gr
der natürlichen, so würde $56 = \frac{244 \cdot 243}{6q}$ und folglich $q = \frac{244}{3}$
kleiner als 244, welches wieder unsere festgesetzten Begriffe
aber zu merken, daß wenn die Zahl m nicht viel kleiner ist,
gedachte Näherung nicht statt finden könne; dahero in solcher
folgende Regel gebraucht werden muß. Nehmlich, die Elastici
lichen Luft muß sich verhalten zur Elasticität einer m mahl dich

$$\frac{2}{3\sqrt[3]{q}} + \frac{1}{9q\sqrt[3]{q}} \quad \text{zu} \quad \sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2},$$

das ist, wie

$$6q + 1 \quad \text{zu} \quad 9qq - 9q\sqrt[3]{q(q-m)^2}.$$

Wenn also $m = 244$, so kann die Vermehrung der Elasticität
werden, als wenn auch $q = 244$. In diesem Fall würde also
tät der im Pulver zusammen gedruckten Luft $\frac{9qq}{6q+1}$, das
grösser seyn, als die Elasticität der Luft in ihrem natürlichen Z
wenn die Erhitzung dazu kommt, wie unser Autor dieselbe
würde die Elasticität der aus dem Pulver durch die Entzünd
und erhitzten Luft 1500 mahl grösser seyn, als der natürlichen
nun dieses die gröste Kraft zu seyn scheinet, welche dem Pul
werden kann, so sieht man doch leicht, daß dieselbe noch nic
seyn würde, die durch die Erfahrung bestimmte Würkung zu e

1) Siehe p. 61. F. R. S.

DRITTE ANMERKUNG

Um derohalben zu einer richtigen Erkenntniß der im Pulver enthaltenen Kraft zu gelangen, so hat man erstlich zu erwegen, daß die im Pulver enthaltene Luft, nachdem dieselbe mit der natürlichen einerley Grad der Dichtigkeit angenommen, einen 244 mahl grössern Raum ausfüllt, als vorher das gantze Wesen des Pulvers eingenommen; die zusammen gepreßte Luft im Pulver aber nur ungefehr den dritten Theil desselben betrage. Dahero muß die Luft im Pulver vor der Entzündung noch ungefähr drey mahl, oder nach dem Autore $\frac{10}{3}$ mahl mehr zusammen gepreßt, und folglich 813 mahl dichter gewesen seyn, als die natürliche Luft. In einem solchen so sehr zusammen gepreßten Zustande befindet sich demnach die Luft im Salpeter verschlossen, und da der obige Werth des Buchstaben q nicht kleiner, als diese Zahl 813 angenommen werden kann, so scheinet der Wahrheit am meisten gemäß zu seyn, daß q gleich sey 813 oder nach einer graden Zahl $q = 800$. Denn weil sich dieser Grad der Dichtigkeit der Luft in allem Salpeter beständig befindet, so ist zu vermuthen, daß eben dieses auch der gröste mögliche Grad der Zusammenpressung sey. Hieraus ist nun leicht zu erachten, wie ungeheure Kräfte zu Erzeugung des Salpeters erfordert werden, und da sich solche Kräfte in der Natur würklich befinden, so ist sehr wahrscheinlich, daß dadurch die Luft in dem Salpeter auf den höchsten möglichen Grad zusammen gedruckt werde, und daß aus eben diesem Grunde die Gleichheit zwischen den verschiedenen Theilen des Salpeters beruhe. Wenn wir also setzen, daß die grösste Dichtigkeit, wozu die Luft durch die Zusammenpressung gebracht werden kann, 800 mahl grösser sey, als die natürliche, in welchem Zustand folglich die Luft eben so dicht, als das Wasser seyn würde, welche Gleichheit nicht wenig zu Bestätigung dieses Satzes beyzutragen scheinet: so sind wir im Stande, eine vollständige Theorie über die verschiedenen Grade der Elasticität, welche sich in der Luft nach den verschiedenen Graden der Dichtigkeit befindet, zu geben. Denn wenn wir die Elasticität der natürlichen Luft durch 1 anzeigen, so wird die Elasticität einer Luft, welche m mahl dichter ist, als die natürliche, durch diese Zahl

$$(1200 - 3\sqrt[3]{100(800-m)^2})\left(1 - \frac{1}{4800}\right)$$

ausgedrückt werden, woraus folgende Schlüsse gemacht werden können.

Erstlich, wenn m eine sehr kleine Zahl ist, so wird die $= m + \frac{m(m-1)}{4800}$. Dahero wenn m ein Bruch ist, welches geschieht, Luft nicht zusammen gedruckt, sondern verdünnert wird, so ist cität immer der Dichte proportional, wie die gemeine Regel mit s und auch alle Experimente, welche über die Verdünnerung der Luft worden, bezeugen.

Zweytens, wenn die Luft in einen 16 mahl kleinern Raum zus stossen wird, welches fast der höchste Grad ist, den man durch n Kräfte im Experimentiren erreichen kan, so wird die Elastic $16\frac{1}{20}$ mahl grösser, als die Elasticität der natürlichen Luft. Da Unterscheid kaum zu erkennen ist, so hat man sich nicht zu v daß bißher die Unrichtigkeit der gemeinen Regel nicht durch Ve entdecket werden können.

Drittens, wenn m eine grössere Zahl ist, als 16, so wird die A der gemeinen Regel schon merklicher. Weil aber in diesen Fällen $m + \frac{m(m-1)}{4800}$ schon von der Wahrheit abzugehen anfängt, so muß der ersten, nehmlich

$$\left(1200 - 3\sqrt[3]{100(800-m)^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4800}\right)$$

bedienen.

Wenn also gesetzet wird $m = 100$, so wird die Elasticität

$$= \left(1200 - 3\sqrt[3]{49000000}\right)\left(1 - \frac{1}{4800}\right) = 102{,}19.$$

Setzt man aber $m = 300$, so wird die Elasticität

$$= \left(1200 - 3\sqrt[3]{25000000}\right)\left(1 - \frac{1}{4800}\right) = 322{,}73.$$

Setzt man aber viertens $m = 800$, wie in dem Salpeter würklich geschieht, so wird die Elasticität $= 1200$. Wenn nun die Erhitzung von der Flamme kommt, so kann dieselbe beynah 5 mahl grösser, und also über 5000 mahl grösser werden, als der Luft. Solchergestalt bekommen wir also eine Gewalt, welche 5 m ist, als diejenige, welche der Verfasser angiebt, und welche folglich, sehen nach, vermögend seyn wird, nach Abzug aller obgemeldeten diejenigen Würkungen hervor zu bringen, welche uns die Erfahr Hand giebt. Wie weit also diese Lehre mit der Erfahrung übe wollen wir in der folgenden Anmerkung untersuchen.

VIERTE ANMERKUNG

Laßt uns also wiederum setzen, daß in dem hohlen Cylinder AABB der Raum *AACC* mit Pulver angefüllet worden (Fig. 10). Da nun die zusammen

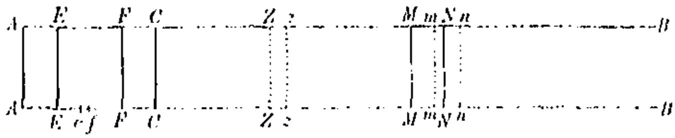


Fig. 10.

gepreßte Luft $\frac{3}{10}$ Theil des ganzen Gewichts des Pulvers ausmacht, so kommen hier dreyerley Materien zu betrachten vor: Erstlich diese zusammen gepreßte Luft, welche, wie gezeiget worden, 800 mahl dichter ist, als die natürliche; zweytens die groben Theile, woraus das Pulver bestehet, und drittens die natürliche Luft, welche sich zwischen den Pulver-Körnern befindet. Diese dreyerley Materien erfüllen den Raum *AACC*, und es scheinet, daß wir uns von der Wahrheit nicht merklich entfernen, wenn wir annehmen, daß die natürliche Luft $\frac{1}{4}$ *des Raums AACC, die zusammen gepreßte Luft auch* $\frac{1}{4}$ und die gröbere Materie $\frac{2}{4}$ einnehmen. So bald also die zusammen gepreßte Luft durch die Entzündung aus ihren Behältnissen befreyet wird, so vermischet sie sich mit der natürlichen Luft, und nimmt folglich einen zweymahl grössern Raum ein, als vorher, dergestalt, daß dieselbe nunmehr nur 400 mahl dichter *seyn wird, als die natürliche. Die übrige Helfte des Raums AACC bleibt* von der gröbern Materie eingenommen. Weil nun diese weder gantz durch die folgende Ausbreitung der Luft mit der ersten Scheibe *CC* fortgetrieben wird, noch auch völlig bey dem Grunde *AA* zurück bleibet, so werden wir der Wahrheit am nächsten kommen, wenn wir setzen, daß eine Helfte der gröberen Materie an dem Grund *AA* zurück bleibe, die andere Helfte aber vor der Luft her getrieben werde. In dem ersten Augenblick also, nachdem sich das Pulver entzündet, welches, wie der Autor will, auf einmahl geschehen soll, so wird der Raum *AACC* dergestalt angefüllt seyn, daß der erste vierte Theil *AAEE* eine Helfte der gröberen Materie des Pulvers, das letzte Viertel *CCFF* die andere Helfte, und die mittlere zwei Viertel *EEFF* die zusammen gedruckte Luft, welche 400 mahl dichter ist, als die natürliche, in sich ent-

halten. Wenn also die Länge des Raums $AC = b$ gesetzt wird

$$AE = \tfrac{1}{4}b \quad \text{und} \quad CF = \tfrac{1}{4}b \quad \text{und} \quad EF = \tfrac{1}{2}b.$$

Weil nun die gröberen Theile des Pulvers schwehrer sind als Wass... wir setzen, daß die in $CCFF$ enthaltene gröbere Materie einer ... natürlichen Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= 1000\,CF = 250\,b$. ... unsere Rechnung nicht auf diese Hypotheses, als woran man noch ei... haben könnte, eingeschränket werde, so wollen wir auf eine al... setzen:

$$EF = \frac{1}{\alpha}b, \quad AE = CF = \frac{\alpha - 1}{2\alpha}b,$$

und die in $EEFF$ enthaltene Luft soll m mahl dichter seyn, als di... die gröbere Materie in $CCFF$ aber soll n mahl schwehrer, als ... Luft angenommen werden; dahero wenn man setzen wird $\alpha =$ ... und $n = 1000$, so kommen die vorher gegebenen Bestimmungen h...

Laßt uns nun ferner setzen, daß sich nach Verfliessung eini... in $EEFF$ zusammen gepreßte Luft biß in $EEMM$ ausgebreitet, ... $FFCC$ enthaltene gröbere Materie bis in $MMNN$ fortgestossen ... gestalt, daß $MN = FC = \frac{\alpha-1}{2\alpha}b$, so wird, wenn wir $EM = x$ ... Dichtigkeit der in $EEMM$ befindlichen Luft $\frac{mb}{\alpha x}$ mahl grösser se... natürlichen. Wenn also h für die Höhe einer Luft-Säule angenon... deren Gewicht der Elasticität der natürlichen Luft gleich ist, so wi... $h = 29100$ Rheinl. Schuh und die Elasticität der in $EEMM$ einge... Luft wird dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleich seyn, ...

$$= \frac{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{\left(q - \frac{mb}{\alpha x}\right)^2}}{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2}}\,h = \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha q x}\right)^2}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2}}\,h,$$

allwo q die Zahl 800 andeutet. Wir wollen aber lieber den Bu... beybehalten, damit, wenn auf allen Fall ein anderer Werth dafür ... werden solte, die Rechnung dennoch Platz finden möchte. In dies... ist aber die Erhitzung noch nicht in Betrachtung gezogen worden ... nach dem Autore die Elasticität ungefehr 4 mahl grösser wird. ... dieselbe bisweilen grösser, bisweilen kleiner seyn kann, so wollen w...

der Zahl 4 den Buchstaben β gebrauchen, dahero die gesuchte Elasticität seyn wird

$$= \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha qx}\right)^3}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^3}} \beta h.$$

Es sey ferner $\sqrt{v}$ die Geschwindigkeit, womit die vorderste Scheibe MM und also auch die gröbere Materie $MMNN$ fortgetrieben wird, wo v, wie schon oben gemeldet worden, die Höhe andeutet, aus welcher ein schwehrer Körper durch den Fall eben dieselbe Geschwindigkeit erhält; indem aber die Scheibe MM durch $Mm = dx$ fortrücket, so soll die obige Höhe v um dv zunehmen. Hieraus ergiebt sich nun leicht die Kraft, welche erfordert wird, um diese Acceleration in der groben Materie $MMNN$ hervorzubringen. Denn, da die Materie einer Luft-Säule gleichet, deren Höhe $= \frac{\alpha - 1}{2\alpha} nb$, so wird die erforderte Kraft dem Gewichte einer gleich dicken Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe $= \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx}$. Wenn noch über dieses eine Kugel fortgetrieben werden sollte, deren Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= k$, gleich wäre, so würde die zu Forttreibung dieser Kugel erforderte Gewalt durch eine Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{kdv}{dx}$, ausgedruckt werden.

Um aber die Kraft zu bestimmen, welche zur Acceleration der in $EEMM$ zusammen gepreßten Luft erfordert wird, deren Dichte sich zur natürlichen Luft verhält, wie $\frac{mb}{\alpha x}$ zu 1, so wollen wir davon eine Scheibe ZZ betrachten, und die Entfernung $EZ = z$ setzen. Die Geschwindigkeit dieser Scheibe wird nun, wie wir oben gezeigt haben, seyn $= \frac{z\sqrt{v}}{x}$, und indem die vorderste Scheibe MM durch dx fortgehet, so wird diese durch $\frac{zdx}{x}$ fortrücken, und inzwischen die Höhe $\frac{zzv}{xx}$, welche ihre Geschwindigkeit bestimmt, um $\frac{zzdv}{xx}$ zunehmen. Wenn wir nun dieser Scheibe eine Dicke $Zz = dz$ geben, so wird dieselbe einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{mbdz}{\alpha x}$, welche mit $\frac{zzdv}{xx} : \frac{zdx}{x}$ oder mit $\frac{zdv}{xdx}$ multipliciret, die Höhe einer Luft-Säule anzeigt, deren Gewicht der zur Acceleration erforderten Kraft gleich ist. Dahero diese Kraft seyn wird

$$= \frac{mbzdzdv}{\alpha xxdx} = \frac{mbdv}{\alpha xxdx} \cdot zdz,$$

wovon das Integrale

$$\frac{mbdv}{\alpha xxdx} \cdot \frac{zz}{2}$$

die Kraft ausdrückt, welche zur Acceleration der in $EEZZ$ befindl

23*

erfordert wird, und wenn man $z = x$ setzt, so bekommt man d
zur Acceleration der ganzen Luft, so in $EEMM$ eingeschloss
wird

$$= \frac{mbdv}{2\alpha dx}.$$

Wir wollen nun erstlich annehmen, es befinde sich
dem Pulver, sondern es werde das Pulver bloß allein ohne d
loßgebrennt; und da wird in diesem Fall die sämtliche angewa

$$= \frac{mbdv}{2\alpha dx} + \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx} = \frac{(m + (\alpha - 1)n)bdv}{2\alpha dx},$$

welche der würklichen forttreibenden Gewalt weniger dem W
gleich seyn müssen. Nun aber ist die forttreibende Gewal
gleich, und also

$$= \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha q x}\right)^2}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2}} \beta h.$$

Der Wiederstand bestehet aber erstlich aus dem Gegendruck
welche durch h angezeigt wird, und denn aus der Resiste
Luft-Säule, deren Höhe $= v$, gleich ist, folglich bekommen wi

$$\frac{(m + (\alpha - 1)n)bdv}{2\alpha dx} = \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha q x}\right)^2}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2}} \beta h - h -$$

Weil wir aber schon vorher gesehen, daß der Wiederstand d
Fall nicht viel austrägt, so können wir zur Leichtigkeit de
wenigsten den letzten Terminum v sicher weglassen, und d

$$\frac{\left(1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2}\right)(m + (\alpha - 1)n)}{2\alpha} bdv$$

$$= \left(1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha q x}\right)^2}\right)\beta h dx - \left(1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2}\right)$$

Aequation zu integriren, ist zu merken, daß

$$\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{q}\right)^2} = 1 - \frac{2}{3q} - \frac{1}{9qq} - \frac{4}{81q^3} - \frac{7}{243q^4} - \text{etc.}$$

$$\left(1-\frac{mb}{\alpha qx}\right)^2 = 1 - \frac{2mb}{3\alpha qx} - \frac{m^2b^2}{9\alpha^2q^2x^2} - \frac{4m^3b^3}{81\alpha^3q^3x^3} - \frac{7m^4b^4}{243\alpha^4q^4x^4} - \text{etc.}$$

uß die Integration also angestellt werden, daß wenn $x = EF = \frac{b}{\alpha}$, vindigkeit oder v nichts werde. Dahero bekommt man

$$\frac{(m+(\alpha-1)n)bv}{2\alpha}\left(\frac{2}{3q}+\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}+\frac{7}{243q^4}+\text{etc.}\right)$$

$$= \beta h\left(\frac{2mb}{3\alpha q}\, l\frac{\alpha x}{b} - \frac{m^2b^2}{9\alpha^2q^2x} + \frac{m^2b}{9\alpha q^2} - \frac{2m^3b^3}{81\alpha^3q^3x^2} + \frac{2m^3b}{81\alpha q^3} - \text{etc.}\right)$$

$$hx\left(\frac{2}{3q}+\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}+\text{etc.}\right) + \frac{hb}{\alpha}\left(\frac{2}{3q}+\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}+\text{etc.}\right).$$

er die Brüche $\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}+\frac{7}{243q^4}+$ etc. so sehr klein sind, so kann lben weglassen, und da erhält man

$$\frac{(m+(\alpha-1)n)bv}{2\alpha} = \beta h\left(\frac{mb}{\alpha}\, l\frac{\alpha x}{b} + \frac{m^2b}{6\alpha q} - \frac{m^2b^2}{6\alpha^2qx}\right) + \frac{hb}{\alpha} - hx.$$

nun die Länge $EB = a$, und macht $x = a$, so kommt die Ge- keit heraus, mit welcher die Flamme bey der Mündung BB heraus

$$v = \frac{2m\beta h}{m+(\alpha-1)n}\left(l\frac{\alpha a}{b} + \frac{m}{6q} - \frac{mb}{6\alpha qa}\right) - \frac{2h(\alpha a-b)}{(m+(\alpha-1)n)b},$$

e Aequation man, ohne merklich zu fehlen, diese nehmen kann

$$v = \frac{2\beta mh}{m+(\alpha-1)n}\, l\frac{\alpha a}{b}.$$

nun für die Buchstaben α, β, m, n und h die oben angezeigten etzen, nehmlich $\alpha = 2$, $\beta = 4$, $m = 400$, $n = 1000$ und $h = 29100$ huhe, so kommt

$$v = \frac{16}{7}\, hl\frac{2a}{b}.$$

Lasst uns hernach das oben angeführte Exempel berechn Englische Zoll, und $a = 45 - \frac{21}{32}$. Dahero ist

$$2a = 90 - \frac{21}{16} \quad \text{und} \quad \frac{2a}{b} = \frac{1419}{42} = 33{,}8,$$

folglich $l\frac{2a}{b} = 1{,}528917$, welches aber noch mit dieser Zahl 2, tiplicirt werden muß. Es ist aber

$$\begin{aligned} l\,1{,}528917 &= 0{,}184383 \\ l\,2{,}302585 &= 0{,}362215 \\ l\,\tfrac{16}{7} &= 0{,}359021 \\ \hline & \ 0{,}905619. \end{aligned}$$

Hiezu addire man den log. von h in 1000sten Theilen eines Rh

$$lh = 7{,}463893$$

kommt $\quad lv = 8{,}369512$

und $\quad l\sqrt{v} = 4{,}184756$

folglich $\quad \sqrt{v} = 15302.$

Der vierte Theil hiervon 3825 zeiget, wie viel Schuhe die gesuch digkeit in einer Secunde betrage. Diese nicht allzugrosse Vern Geschwindigkeit, als welche vorher[1]) von 3215 Schuhen befunden geachtet wir jetzo eine weit grössere Kraft angenommen hab hauptsächlich von der gröbern Materie des Pulvers her, davon di der zusammengepressten Luft heraus getrieben werden muste. We gesetzt hätten, daß diese grobe Materie gänzlich bey dem Boden AA zurück bleibe, so würde der Terminus, darinnen n ist, wegg also diese Aequation

$$v = 2\beta hl\frac{aa}{b} \quad \text{oder} \quad v = 8hl\frac{2a}{b}$$

herausgekommen seyn, woraus eine $\sqrt{\frac{7}{2}}$ mahl grössere Geschwindi

1) Siehe p. 168. F. R. S.

von 7157 Schuhen in einer Secunde erwächst, welche, nach Abzug des [Wider]standes der Luft, noch ungefehr 7000 Schuh betragen mag, welche Wür[kun]g sehr genau mit der Muthmassung des Autoris, welche er aus seinen [Exp]erimenten gezogen, überein kommt. Denn er schliesst aus denselben, daß, [wen]n die Bewegung der Flamme nicht durch die gröbern Theile des Pulvers [geh]emmet würde, dieselbe in dem gegenwärtigen Fall mit einer Geschwindig[keit] von 7000 Schuhen aus dem Lauf heraus gefahren wäre. Es dienet auch [beso]nderheit zu Bekräftigung unserer Meynung von der Gewalt des Pulvers, [daß] die von uns gefundene Geschwindigkeit etwas grösser ist, als die Experi[men]te anzeigen, weil wegen der allmähligen Entzündung des Pulvers noch [etw]as abgezogen werden muß.

Wenn sich vor dem Pulver eine Kugel befindet, so kan die vorige Rech[nun]g auch leicht auf diesen Fall eingerichtet werden. Denn wenn k die Höhe [eine]r Luft-Säule andeutet, deren Gewicht der Schwehre der Kugel gleich ist, [so] kommt die sämmtliche Kraft, welche zur Acceleration erfordert wird, heraus

$$= \frac{mbdv}{2\alpha dx} + \frac{\alpha-1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx} + \frac{kdv}{dx} = (mb + (\alpha-1)nb + 2\alpha k)\frac{dv}{2\alpha dx},$$

[wel]che Kraft, da keine Kugel da war, gewesen

$$= (m + (\alpha-1)n)\frac{bdv}{2\alpha dx}.$$

[Wir] dürfen also nur in der vorigen Rechnung an statt

$$m + (\alpha-1)n$$

[setz]en

$$m + (\alpha-1)n + \frac{2\alpha k}{b},$$

[so] bekommen wir die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel herausgetrieben [wir]d, durch diese Aequation bestimmt

$$v = \frac{2\beta mbh}{mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k}\left(l\frac{\alpha a}{b} + \frac{m}{6q} - \frac{mb}{6\alpha qa}\right) - \frac{2h(\alpha a-b)}{mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k}.$$

[We]nn wir nun nach den obigen Bedeutungen setzen $\alpha = 2$, $\beta = 4$, $m = 400$, [n] $= 1000$, $q = 800$ und $h = 29100$ Rheinl. Schuh, so bekommen wir

Vermischung finden könne, wo eine schnellere und plötzlichere Entzündungskraft hervor gebracht werde; und zweytens, ob man nicht die Menge der gröbern Materie, welche zur Entzündung erfordert wird, vermindern könne?

Hieraus lassen sich ferner die Mängel eines jeglichen Pulvers leicht beurtheilen. Denn alles, was entweder die Entzündungskraft hemmet, oder die gröbere Materie vermehret, dasselbe vermindert auch die Kraft desselben. Aus dem ersten Grunde wird das Pulver durch die damit vermischte Feuchtigkeit entkräftet, weil dadurch entweder viel Theilchen gar nicht Feuer fassen, oder doch die Entzündung langsamer vor sich geht. Aus dem andern Grunde wird solches Pulver, welches entweder aus unreinem Salpeter bereitet worden, oder *allzuviel Schwefel und Kohlen, oder andere dergleichen Materien* in sich enthält, schwächer, weil bey der Entzündung allzuviel grobe Theile mit in Bewegung gebracht werden müßten. Wenn also für das beste Pulver der in obigen Aequationen befindliche Buchstabe α durch $\frac{3}{2}$ ausgedruckt wird, so muß demselben für schlechteres Pulver ein kleinerer Werth ertheilet werden. Dahero *die für die Geschwindigkeit der Kugel gefundene Aequation für alle* Arten Pulver gebraucht werden kann. Weil wir aber darinne angenommen haben, daß sich alles Pulver im ersten Augenblick auf einmahl entzünde, dieses aber in der That nicht geschieht, so müßten aus diesem Grunde die gefundenen Geschwindigkeiten etwas kleiner genommen werden: wie viel aber diese Verminderung austragen könne, wollen wir nachgehends genauer untersuchen.

Drittens läßt sich hieraus auch bestimmen, wie viel man Pulver in einen jeglichen gegebenen Lauf laden müsse, damit die Kugel mit der grösten Geschwindigkeit heraus geschossen werde. Denn man siehet leicht, daß durch die Verstärkung der Ladung die Geschwindigkeit nicht über einen gewissen *Grad vermehret werden könne. Um dieses einzusehen, darf man sich nur* einbilden, daß der ganze Lauf mit Pulver angefüllet werde. Denn da in diesem Fall die Kugel gleich nach dem ersten Eindruck heraus getrieben wird, und alsdenn die forttreibende Gewalt wegen der Ausbreitung in der äussern Luft meistentheils aufhöret, so muß die der Kugel eingedruckte Bewegung sehr geringe seyn. Da nun eine solche allzu starke Ladung der Kugel eine weit kleinere Geschwindigkeit mittheilet, als eine kleine, doch aber eine allzu kleine Ladung wiederum eine kleinere Würkung hervorbringt: so muß es nothwendig in einem jeglichen Fall eine solche Ladung geben, wodurch die Kugel mit der grösten Geschwindigkeit heraus getrieben wird, dergestalt, daß wenn man so wohl mehr als weniger Pulver nehmen sollte, die Kugel in beyden

oder

$$v = \frac{h}{700b + 2k}\left(1600bl\frac{2a}{b} + (2a-b)\left(\frac{200b}{3a} - 1\right)\right)$$

$$v = \frac{h}{700 + 2k:b}\left(1600\,l\frac{2a}{b} + \left(\frac{2a}{b} - 1\right)\left(\frac{200b}{3a} - 1\right)\right).$$

Um nun diese Rechnung auf den ersten Fall des Autoris zu appli $b = 2\frac{5}{8}$, $a = 44\frac{11}{32}$ und $k = 4900$ Englische Zoll. Dahero $\frac{2a}{b} =$ Logarithmus hyperbolicus von $\frac{2a}{b}$

$$= 3{,}52045.$$

Ferner $\frac{200b}{3a} = 3{,}94$ und $\frac{2k}{b} = 3733$. Hieraus erwächst

$$1600\,l\frac{2a}{b} = 5632{,}72$$

$$\left(\frac{2a}{b} - 1\right)\left(\frac{200b}{3a} - 1\right) = \frac{96{,}43}{5729{,}15}.$$

Also ist

$$v = \frac{5729{,}15h}{4433}.$$

Um nun zu finden, wie viel Schuh mit dieser Geschwindigkeit in e durch lauffen werden können, so muß h in tausendsten Theilen Schuhs ausgedruckt werden, da denn ist $h = 29100000$ und alsde Quadrat-Wurzel aus v durch 4 getheilt werden. Mit Logarithmis wird also:

$$\begin{aligned} lh &= 7{,}463893 \\ l5729{,}15 &= \underline{3{,}758090} \\ & \ 11{,}221983 \\ l4433 &= \underline{3{,}646698} \\ lv &= 7{,}575285 \\ l\sqrt{v} &= 3{,}787642 \\ l4 &= \underline{0{,}602060} \\ & \ 3{,}185582 \end{aligned}$$

Die Zahl davon

$$1533.$$

Folglich müßte die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1533 Rhein in einer Secunde heraus getrieben worden seyn, welche Zahl in Schuen 1580 beträgt. Diese Zahl, welche noch wegen der nicht a

ten Entzündung und des Verlusts der Kraft, so durch den Spielraum und ündloch weggehet, vermindert werden müsste, würde um viel kleiner n, als diejenige, welche die Experimente für diesen Fall angezeigt haben. rsache hiervon scheinet aber diese zu seyn, daß wir nach der Entzündung ie Helfte des Raums $AACC$ mit Luft angefüllt angenommen haben; es oor sehr wahrscheinlich, daß die grobe Materie des Pulvers keinen so en Theil des Raumes einnehme: wobey zu merken, daß ein geringer Unter- l in diesem Stücke bey der Geschwindigkeit einen sehr merklichen Unter- l verursache. Denn, wenn wir annehmen, daß die gröbere Materie nach Entzündung nur noch den dritten Theil des Raums erfülle, so wird $\frac{2}{3} b$ und $\alpha = \frac{3}{2}$; dahero die oben gefundene Aequation in diese verwan- vird

$$v = \frac{2h}{900b + 3k}\left(1600\,b\,l\frac{3a}{2b} + \left(\frac{3}{2}a - b\right)\left(\frac{800b}{9a} - 1\right)\right)$$

$$v = \frac{2h}{900 + 3k:b}\left(1600\,l\frac{3a}{2b} + \left(\frac{3a}{2b} - 1\right)\left(\frac{800b}{9a} - 1\right)\right).$$

zt nun, es sey $b = 2\frac{5}{8}$, $a = 45 - \frac{7}{16}$ und $k = 4900$ Engl. Zoll, so wird

$$\frac{3a}{2b} = 25{,}46, \quad \frac{800b}{9a} = 5{,}23 \quad \text{und} \quad l\frac{3a}{2b} = 3{,}23710.$$

ist

$$1600\,l\frac{3a}{2b} = 5179{,}36$$

$$\left(\frac{3a}{2b} - 1\right)\left(\frac{800b}{9a} - 1\right) = 103{,}46$$

$$5282{,}82.$$

ch ist

$$\frac{3k}{b} = 5600 \quad \text{und} \quad \frac{900 + 3k:b}{2} = 3250,$$

)

$$v = \frac{5283h}{3250},$$

s eine Geschwindigkeit erwächst, welche in einer Secunde 1720 *Rheinl.* , oder 1773 Engl. Schuh beträgt. Diese Geschwindigkeit ist nun weit r als diejenigen, welche durch die Experimente gefunden werden, und ceinet, daß nach allem Abzug eine völlige Uebereinstimmung eintreffen , dahero wir billig diese letzte Expression, da $\alpha = \frac{3}{2}$ gesetzt worden, r Wahrheit sehr nahe kommend, ansehen.

FÜNFTE ANMERKUNG

Wir können hieraus sowohl zur Erkenntniß der Natur de
zu vortheilhaftem Gebrauch desselben, sehr nützliche Schlüsse
vielleicht zu Verbesserung der Artillerie nicht wenig beytragen

Erstlich, da die Menge der gröbern und irdischen Materi
dem Pulver enthalten ist, so viel zur Geschwindigkeit der K
indem dieselbe sehr merklich geschwinder oder langsamer fortg
wenn weniger oder mehr dergleichen gröbere Materie mit dem
mischet ist, so siehet man leicht, daß die verschiedene Güte des P
sächlich auf der Menge der damit vermischten gröbern Materie b
da allem Ansehen nach in dem Salpeter die darinne befindliche
800 mahl dichter ist, als die natürliche, als welches der höch
Dichtigkeit ist, auf welchen die Luft durch die Zusammenpress
werden kann: so würde auch alles Pulver mit einerley Kraft
wenn sich darinn nur einerley Verhältniß zwischen dieser zusam
ten Luft und der gröbern Materie befinden solte; woferne nehm
mischung nur so beschaffen ist, daß dadurch die Entzündung nic
wird. Dahero ist das Pulver um so viel besser und stärker, je w
Materie darinne enthalten ist. Da aber die Entzündung desselbe
gröbern Materie beruhet, so bestehet der fürnehmste Handgriff in
des Pulvers darinne, daß man eine solche Proportion zwischen d
und den verbrennlichen Materien treffe, daß dadurch sowohl die
beschleuniget, als auch zugleich so wenig, als immer möglich,
Materien damit vermischet werde. Die erste Vorsichtigkeit kom
die Läuterung des Salpeters an, daß dadurch die gröbern und irdis
so viel als möglich, abgesondert werden. Denn da diese Theile ni
schnellen Entzündung nichts beytragen, sondern dieselbe auch ver
vermindern dieselben auch deswegen die Kraft des Pulvers, daß d
Menge der gröbern Materie unnöthiger Weise vermehret wird; w
stand, da das Pulver grösten theils aus Salpeter bereitet wird, seh
trägt. Die Güte und Stärke des Pulvers besteht also in diesen zwe
Stücken, daß sich dasselbe erstlich plötzlich entzünde, und daß zw
mit so wenig, als immer möglich ist, gröbere und irdische Materie
sey. Dahero wenn man auf die Verbesserung des Pulvers arbeite
hat man auf diese beyden Punkte zu sehen: erstlich, ob man nicht

ischung finden könne, wo eine schnellere und plötzlichere Entzündungs- hervor gebracht werde; und zweytens, ob man nicht die Menge der ern Materie, welche zur Entzündung erfordert wird, vermindern könne?

Hieraus lassen sich ferner die Mängel eines jeglichen Pulvers leicht be- eilen. Denn alles, was entweder die Entzündungskraft hemmet, oder die ere Materie vermehret, dasselbe vermindert auch die Kraft desselben. Aus ersten Grunde wird das Pulver durch die damit vermischte Feuchtigkeit äftet, weil dadurch entweder viel Theilchen gar nicht Feuer fassen, oder die Entzündung langsamer vor sich geht. Aus dem andern Grunde wird es Pulver, welches entweder aus unreinem Salpeter bereitet worden, oder viel Schwefel und Kohlen, oder andere dergleichen Materien in sich ent- schwächer, weil bey der Entzündung allzuviel grobe Theile mit in Be- ng gebracht werden müßten. Wenn also für das beste Pulver der in n Aequationen befindliche Buchstabe α durch $\frac{3}{2}$ ausgedruckt wird, so muß elben für schlechteres Pulver ein kleinerer Werth ertheilet werden. Da- die für die Geschwindigkeit der Kugel gefundene Aequation für alle Pulver gebraucht werden kann. Weil wir aber darinne angenommen , daß sich alles Pulver im ersten Augenblick auf einmahl entzünde, dieses in der That nicht geschieht, so müßten aus diesem Grunde die gefundenen windigkeiten etwas kleiner genommen werden: wie viel aber diese Ver- erung austragen könne, wollen wir nachgehends genauer untersuchen.

Drittens läßt sich hieraus auch bestimmen, wie viel man Pulver in einen hen gegebenen Lauf laden müsse, damit die Kugel mit der grösten Ge- ndigkeit heraus geschossen werde. Denn man siehet leicht, daß durch erstärkung der Ladung die Geschwindigkeit nicht über einen gewissen vermehret werden könne. Um dieses einzusehen, darf man sich nur len, daß der ganze Lauf mit Pulver angefüllet werde. Denn da in n Fall die Kugel gleich nach dem ersten Eindruck heraus getrieben wird, lsdenn die forttreibende Gewalt wegen der Ausbreitung in der äussern meistentheils aufhöret, so muß die der Kugel eingedruckte Bewegung geringe seyn. Da nun eine solche allzu starke Ladung der Kugel eine kleinere Geschwindigkeit mittheilet, als eine kleine, doch aber eine allzu Ladung wiederum eine kleinere Würkung hervorbringt: so muß es noth- g in einem jeglichen Fall eine solche Ladung geben, wodurch die Kugel er grösten Geschwindigkeit heraus getrieben wird, dergestalt, daß wenn so wohl mehr als weniger Pulver nehmen sollte, die Kugel in beyden

Fällen eine schwächere Bewegung erhalten würde. Man sieht die Erkenntniß dieses Grads der Ladung in der Artillerie v Wichtigkeit ist. Denn dadurch wird man nicht nur in St Kugel mit dem grösten möglichsten Grad der Geschwindigkei sondern man kan auch dadurch in vielen Fällen viel Pulver man nehmlich weiß, daß die Kugel mit einer geringeren Lad schwind, und vielleicht noch geschwinder, fortgetrieben werd

Um derohalben die Grösse dieser stärkesten Ladung z dürfen wir nur die oben gefundene Expression für die Ges Kugel differenziren, und nur die Quantität b als variabel nach dieses Differentiale $= 0$ setzen. Wir wollen zu diesem unsere Bestimmung auf alle Fälle erstrecke, die generale Ex welche ist

$$\frac{v}{2h} = \frac{\beta m b}{mb + (\alpha - 1)nb + 2\alpha k}\, l\frac{\alpha a}{b} + \frac{(\alpha a - b)(\beta m^2 b - 6\alpha \ldots}{(mb + (\alpha - 1)nb + 2\alpha k) \ldots}$$

Hiervon ist das Differentiale auf gemeldte Art genommen:

$$\frac{2\alpha\beta m k db \cdot l(\alpha a : b)}{(mb + (\alpha - 1)nb + 2\alpha k)^2} - \frac{\beta m db}{mb + (\alpha - 1)nb + 2\alpha k \ldots}$$

$$+ \frac{-(m + (\alpha - 1)n)(\beta m^2 b^2 - 6\alpha^2 q a^2)db - 4\alpha\beta m^2 bkdb + 2\alpha^2 ak(\ldots}{(mb + (\alpha - 1)nb + 2\alpha k)^2 6\alpha q a \ldots}$$

welches $= 0$ gesetzt, diese Aequation giebt:

$$12\alpha^2 \beta m q k a\, l\frac{\alpha a}{b} = (m + (\alpha - 1)n)\beta m^2 b^2 + 6\alpha\beta m q (m + \ldots$$

$$- 6\alpha^2 q (m + (\alpha - 1)n)a^2 + 4\alpha\beta m^2 bk + 12\alpha^2 \beta m q a k - 2\alpha^2 \beta m \ldots$$

Es ist aber hier k eine sehr grosse Zahl, massen dieselbe die Säule ausdrückt, deren Gewicht dem Gewicht der Kugel glei nun den Diameter der Kugel setzen $= c$, so ist dieselbe ein Cylinder gleich, dessen Höhe $= \frac{2}{3}c$. Wenn also die Materie, besteht, i mahl schwerer als Luft angenommen wird, so kom wenn die Kugel von Eisen gesetzt wird, weil Eisen 7,820 ma als Wasser, Wasser aber ungefehr 850 mahl schwehrer al $i = 6650$, und also ungefehr $k = 4430c$. Wenn wir nun in

insten Terminos weglassen, so wird[1])

$$= 1 - \frac{m}{6q} - \frac{(m+(\alpha-1)n)a}{2\beta mk} + \frac{mb}{3\alpha qa} + \frac{(m+(\alpha-1)n)b}{2\alpha k} + \frac{(m+(\alpha-1)n)mb^2}{12\alpha^2 qak}.$$

alle diese Brüche in Ansehung der Unität sehr klein sind, wenn wir e Zahl annehmen, deren Logarithmus hyperbolicus $= 1$, so bekommen wir

$$\frac{\alpha a}{b} = e^{1-\frac{m}{6q}-\frac{(m+(\alpha-1)n)a}{2\beta mk}} \left\{ \begin{array}{l} \quad 1 + \frac{mb}{3\alpha qa} + \frac{(m+(\alpha-1)n)b}{2\alpha k} \\ + \frac{(m+(\alpha-1)n)mb^2}{12\alpha^2 qak} + \frac{mmbb}{18\alpha^2 q^2 a^2} + \text{etc.} \end{array} \right\},$$

der Werth für b durch die Näherung nicht schwehr zu finden ist. ns nun wie oben setzen

$$\alpha = \tfrac{3}{2}, \quad \beta = 4, \quad m = 400, \quad n = 1000 \quad \text{und} \quad q = 800,$$

l

$$\frac{3a}{2b} = e^{1-\frac{1}{12}-\frac{9a}{32k}}\left(1 + \frac{b}{9a} + \frac{300b}{k} + \frac{50bb}{3ak} + \frac{bb}{162aa}\right).$$

der Kürze halben

$$\tfrac{3}{2}a : e^{1-\frac{1}{12}-\frac{9a}{32k}} = A,$$

l

$$A = b + \frac{bb}{9a} + \frac{300bb}{k} + \frac{50b^3}{3ak};$$

man nun setzt

$$b = A - \mathfrak{p}A^2 + \mathfrak{q}A^3,$$

l

$$bb = AA - 2\mathfrak{p}A^3 \quad \text{und} \quad b^3 = A^3,$$

Im Original lautet die folgende Gleichung

$$l\frac{\alpha a}{b} = 1 - \frac{m}{6q} + \frac{(m+(\alpha-1)n)a}{2\beta mk} + \cdots,$$

hen, das sich in den daraus abgeleiteten Gleichungen für

$$\frac{\alpha a}{b}, \ \frac{3a}{2b} \ \text{und} \ A$$

lt. Berichtigt von F. R. S.

folglich

$$\begin{aligned} A = A &- \mathfrak{p}A^2 + \mathfrak{q}A^3 \\ &+ \frac{1}{9a}A^2 - \frac{2\mathfrak{p}}{9a}A^3 \\ &+ \frac{300}{k}A^2 - \frac{600\mathfrak{p}}{k}A^3 \\ &+ \frac{50}{3ak}A^3, \end{aligned}$$

dahero

$$\mathfrak{p} = \frac{1}{9a} + \frac{300}{k},$$

$$\mathfrak{q} = 2\mathfrak{p}\left(\frac{1}{9a} + \frac{300}{k}\right) - \frac{50}{3ak}.$$

Wir wollen diesen Werth für eine halbe Carthaune ausrechne
20 mahl länger ist, als das Caliber, oder wo $a = 20c$. Für ei
wird also seyn $k = 4430c$, und folglich

$$\mathfrak{p} = \frac{1}{180c} + \frac{1}{15c} = \frac{1}{14c}$$

und

$$\mathfrak{q} = \frac{1}{98cc} - \frac{1}{5316cc} = \frac{1}{99cc}.$$

Dahero haben wir

$$b = A - \frac{AA}{14c} + \frac{A^3}{99cc}.$$

Es ist aber

$$A = 30c : e^{1-\frac{1}{12}},$$

weil der Bruch $\frac{9a}{32k}$ allzuklein wird, und da

$$e^{1-\frac{1}{12}} = e : \left(1 + \frac{1}{12}\right),$$

so wird

$$A = \frac{32{,}5c}{2{,}718} = 12c$$

ungefehr; und also

$$b = 12c - \frac{72}{7}c.^{1)}$$

1) Eigentlich ergibt sich $b = 12c - \frac{72}{7}c + \frac{192}{11}c$. F. R. S.

er hier der zweyte Terminus nicht viel kleiner ist als der erste, so sieht wohl, daß die gebrauchte Näherung in diesem Fall nicht statt finde. Wir n also die erste Aequation wiederum vornehmen, da

$$A = b + bb\left(\frac{1}{9a} + \frac{300}{k}\right) + \frac{50b^3}{3ak},$$

auf den gegenwärtigen Fall giebt

$$12c = b + \frac{bb}{14c} + \frac{b^3}{5316cc},$$

cher der letzte Terminus schon weggelassen werden kann, und da be- en wir diese quadratische Gleichung

$$bb + 14bc = 168cc$$

so

$$b = -7c + \sqrt{217cc},$$

eynahe

$$b = 7\tfrac{3}{4}c,$$

r Werth doch wegen des weggeworfenen letzten Termini noch etwas oß ist. Hieraus siehet man, daß aus einer halben Carthaune eine Kugel mit der grösten Geschwindigkeit heraus geschossen werden wenn die Ladung in der Canone ungefähr $7\frac{1}{2}$ Caliber ausfällt. So ulver wird aber ungefehr anderthalb mahl schwehrer seyn, als die Da nun die ordentliche Ladung dem halben Gewicht der Kugel gleich men wird, so siehet man, daß eine dreyfache Ladung der Kugel die öste Geschwindigkeit gebe, und daß, wenn man noch mehr als drey- so viel Pulver, als gewöhnlich ist, laden sollte, die Kugel mit einer n Geschwindigkeit geschossen werden würde. In andern Fällen aber, erne Kugeln geschossen werden, kann die stärkste Ladung auf gleiche folgender Gestalt gefunden werden. Da $k = 4430c$, so setze man , so wird

$$A = \frac{13\theta c}{8e} = \frac{3}{5}\theta c,$$

rner

$$A = b + \frac{bb}{9\theta c} + \frac{bb}{15c},$$

folglich

$$bb + \frac{450bc}{5+3\theta} = \frac{45\theta Ac}{5+3\theta} = \frac{270\theta cc}{5+3\theta};$$

und also

$$b = \frac{-45\theta c + 3\theta c\sqrt{(285+36\theta)}}{10+6\theta}.$$

Die Verhältniß des Raums, welcher die Ladung enthält, zum Caliber
also auf der Zahl θ, welche anzeigt, wie viel Caliber lang der Lauf ist
aus ist diese Tabelle gemacht worden:

Wenn die Länge der Seele so viel Caliber beträgt:	So trägt die stärkste Ladung in der Seele so viel Caliber aus:
5	2,46
10	4,46
15	6,17
20	7,71
25	9,10
30	10,39
35	11,60
40	12,73
45	13,81
50	14,83

Wobey zu merken, daß diese Zahlen nicht aufs genaueste, sondern
läuftig mit der Erfahrung übereinstimmen werden, theils weil alle U
nicht in die Rechnung gebracht werden können, theils weil sich da
nicht alles auf einmahl entzündet, wie hier angenommen worden, u
die forttreibende Kraft noch andern Abbruch leidet.

versprochen, auch noch zu untersuchen, um wie viel die
ne Geschwindigkeit vermindert werde, wenn sich nicht alles
entzündet. Es sey demnach (Fig. 10) wie vorhin die Länge
chen anfänglich das Pulver eingenommen, $AC = b$, die Länge
one $AB = a$, und nach einiger Zeit soll sich die Flamme
l schon biß NN ausgebreitet haben. Man setze $AN = x$, und
gkeit so wohl der vördersten Scheibe NN als der Kugel sey
t daß, indem die Kugel durch $Nn = dx$ fortgetrieben wird, die
wachse. Wenn also das Gewicht der Kugel durch eine Luft-
kt wird, deren Länge $= k$, so ist die Kraft, welche zur Ac-
Kugel erfordert wird, $= \frac{k\,dv}{dx}$. Da sich aber noch nicht alles
et, so wollen wir annehmen, daß sich der schon allbereits
il des Pulvers zur ganzen Ladung verhalte, wie y zu b; so
che aus x und bekannten Zahlen zusammen gesetzte Quantität
enn $x = b$ gesetzt wird, verschwindet, weil in diesem Fall die
st anfängt: hernach wenn sich schon alles Pulver entzündet
$= b$ werden, welches geschehen soll, wenn $x = a$; wenn wir
auf so lang annehmen, daß sich alles Pulver zu entzünden
ie Kugel heraus getrieben worden. Solte sich aber in dieser
alles Pulver entzündet haben, so muß $y = b$ werden, wenn
sere Länge als a gesetzt wird. Dieselbe sei $= f$, dergestalt,
f, alsdenn werde $y = b$. Hieraus läßt sich nun schon ziem-
abnehmen, wie die Expression für y beschaffen seyn werde:
ngefehr seyn

$$y = \frac{b(x-b)^n}{(f-b)^n},$$

drückung die obgedachten Eigenschaften besitzt. Wenn wir
daß die aus dem schon entzündeten Pulver erzeugte Materie
eil desselben einnehme, so wird damit ein Theil des Raums
n, dessen Länge $= \frac{(\alpha-1)y}{\alpha}$; hernach nimmt aber das noch nicht
er einen Raum ein, dessen Länge $= b - y$, welches mit den
nen macht $b - \frac{y}{\alpha}$. Dahero für die Luft ein Raum übrig
Länge ist $= x - b + \frac{y}{\alpha}$. Wenn sich aber diese Luft so weit

ausdehnen solte, biß dieselbe mit der natürlichen einerley G
erhielte, so würde dieselbe einen mit dem Lauf gleich weiten
dessen Länge $= 244y$; folglich muß dieselbe in gegenwärtigem

$$\frac{244y}{x - b + \frac{y}{\alpha}}$$

mahl dichter seyn, als die natürliche. Wir wollen der Kürze
Zahl

$$\frac{244y}{x - b + \frac{y}{\alpha}}$$

den Buchstaben s setzen; so wird, wie wir oben gewiesen hab
tät dieser Luft dem Gewichte einer Luft-Säule gleich seyn, d

$$= \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{s}{q}\right)^2}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2}} \beta h = \beta h \left(s + \frac{ss}{6q}\right),$$

welche Näherung zu unserm Endzweck hinlänglich ist. Es bede
die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht der Elasticität der
gleich ist, und β zeiget an, wie viel mahl die Elasticität dur
vermehret werde. Da nun die durch die Entzündung schon
einer Luft-Säule gleich ist, deren Höhe $= 244y$, so wird
derselben eine Kraft erfordert, welche

$$= \frac{122 y dv}{dx}.$$

Diese Kraft ist nehmlich, wie aus obigem erhellet, nur ha
wenn alle diese Luft gleich stark accelerirt werden müßte.
ist noch die grobe Materie zu betrachten übrig, davon ein
in Bewegung gesetzt werden muß.

Wir wollen wieder wie oben annehmen, daß die eine
Boden AA zurück bleibe, die andere aber mit der Kugel fort
und daß dieselbe n mahl dichter sey, als die natürliche Luft;
seyn

$$= \frac{1}{2} n \left(b - \frac{y}{\alpha}\right),$$

leration derselben wird eine Kraft erfordert, welche

$$= \frac{1}{2} n \left(b - \frac{y}{\alpha}\right) \frac{dv}{dx},$$

mtliche zur Forttreibung erforderte Kraft seyn wird

$$= \frac{dv}{dx} \left(k + \frac{1}{2} nb - \frac{ny}{2\alpha} + 122 y\right),$$

seyn muß der würklichen Kraft, so vorhanden ist,

$$\beta h \left(s + \frac{ss}{6q}\right),$$

Gegendruck der Luft h, und noch über dieses weniger der Re-
uft, welche, weil die Kugel rund ist, durch $\frac{1}{2} v$ ausgedruckt
ns bekömmt man diese Aequation:

$$+ nab - ny + 244 \alpha y) = 2\alpha\beta h dx \left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2\alpha h dx - \alpha v dx,$$

$$s = \frac{244\,\alpha y}{\alpha(x-b) + y} \quad \text{und} \quad y = \frac{b(x-b)^{\mu}}{(f-b)^{\mu}}.$$

$$s = \frac{244\,\alpha b (x-b)^{\mu-1}}{\alpha(f-b)^{\mu} + b(x-b)^{\mu-1}}.$$

ie Zahl $\mu = 1$ wäre, so würde

$$s = \frac{244\,\alpha b}{\alpha f - (\alpha - 1) b} \quad \text{und} \quad y = \frac{b(x-b)}{f-b};$$

o in diesem Fall die elastische Kraft immer einerley seyn. Wir
Fall wegen Erleichterung der Rechnung beybehalten, um zu
iel derselbe von der Wahrheit abweicht, so wird

$$b)(f-b) + b(244\alpha - n)(x-b)\Big) = \alpha dx (f-b) \left(2\beta h \left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2h - v\right)$$

$$\frac{dv}{\beta h \left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2h - v} = \frac{\alpha dx (f-b)}{\alpha(2k + nb)(f-b) + b(244\alpha - n)(x-b)},$$

welche integrirt und auf den gegenwärtigen Fall gerichtet giebt

$$l\,\frac{2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h}{2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h-v}=\frac{\alpha(f-b)}{(244\alpha-n)b}\,l\,\frac{\alpha(2k+nb)(f-b)+(244\alpha-n}{\alpha(2k+nb)(f-b)}$$

Man setze nun abzukürtzen

$$2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h=g, \qquad \frac{\alpha(f-b)}{(244\alpha-n)b}=\nu;$$

so wird

$$l\,\frac{g}{g-v}=\nu l\,\frac{\nu(2k+nb)+x-b}{\nu(2k+nb)}$$

und folglich

$$\frac{g}{g-v}=\left(1+\frac{x-b}{\nu(2k+nb)}\right)^{\nu};$$

dahero

$$v=g-g\left(1+\frac{x-b}{\nu(2k+nb)}\right)^{-\nu}.$$

Aus welcher Gleichung, wenn man setzt $x=a$, die Geschwindi die Kugel herausgetrieben wird, heraus kömmt.

Um diese Ausdrückung auf den schon öfters berechneten ciren, so sey

$$\alpha=\frac{3}{2},\ \beta=4,\ n=1000,\ a=45,\ b=2\tfrac{5}{8}\ \text{und}\ f=45\ \text{und}\ k=4$$

so wird

$s=14{,}5$ [1]), $g=114{,}4h$ [2]), $\nu=-\frac{1}{26}$ und endlich $v=\frac{1}{2}$

woraus eine Geschwindigkeit gefunden wird, welche in e 861 Rheinl. Schuh[4]) beträgt. Ohngeachtet nun diese Geschwindi die Helfte kleiner ist, als diejenige, welche aus den Versuchen hera so ist doch dieselbe sehr groß, in Ansehung der kleinen Kraft, Kugel fortgetrieben wird, als welche von einer Luft herrühret, die n dichter ist, als die natürliche, und also durch die Erhitzung nur grössere Elasticität bekömmt. Wir sehen also hieraus, daß w

1) Im Original 15,7. 2) Im Original $124h$. 3) Im
4) Im Original 877 Schuh. 5) Im Original 63. Berichtigt von F. R. S

...enommen; denn je grösser μ angenommen wird, je kleiner wird s, ... auch die Geschwindigkeit. Wenn wir aber μ kleiner als 1 ... wird s, und also auch die Geschwindigkeit grösser. Es dürfte ...r seyn $\mu = \frac{1}{2}$, in welchem Fall wird

$$s = \frac{244\,\alpha b}{b + \alpha\sqrt{(f-b)(x-b)}} \quad \text{und} \quad y = b\sqrt{\frac{x-b}{f-b}};$$

...$- b) = \frac{y}{b}\sqrt{(f-b)}$, so ist

$$s = \frac{244\,\alpha bb}{bb + \alpha(f-b)y} \quad \text{und} \quad dx = \frac{2(f-b)ydy}{bb}.$$

... die Integration um so viel weniger Schwierigkeit habe, so wollen ...tzten Terminos

$$2\,\alpha\beta h dx \cdot \frac{ss}{6q} - 2\,\alpha h dx - \alpha v dx$$

...welches sehr füglich geschehen kann, da wir schon oben gesehen, ...rkung des Wiederstands $2\alpha h dx + \alpha v dx$ fast nichts austrage, und ...h über dieses in gegenwärtigem Fall durch den Terminum $\frac{\alpha\beta h ss dx}{3q}$ ...ben wird. Solchergestalt bekommen wir diese Aequation:

$$dv = \frac{2\,\alpha\beta h s dx}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\,\alpha)y}.$$

$$s = \frac{244\,\alpha bb}{bb + \alpha(f-b)y} \quad \text{und} \quad dx = \frac{2(f-b)ydy}{bb},$$

$$sdx = \frac{488\,\alpha(f-b)ydy}{bb + \alpha(f-b)y}$$

... bekommt man

$$dv = \frac{976\,\alpha^2\beta h(f-b)ydy}{(bb + \alpha(f-b)y)(\alpha(2k + nb) - (n - 244\,\alpha)y)}.$$

...um abzukürzen

$$\frac{976\,\alpha^2\beta h(f-b)}{bb(n - 244\,\alpha) + \alpha\alpha(f-b)(2k + nb)} = A,$$

so zertheilet sich die gefundene Aequation in diese Gestalt

$$dv = \frac{-Abbdy}{bb+\alpha(f-b)y} + \frac{A\alpha(2k+nb)dy}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)y},$$

wovon das Integrale ist

$$v = C - \frac{Abb}{\alpha(f-b)} l(bb+\alpha(f-b)y) - \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l(\alpha(2k+nb)-(n-$$

Diese beständige Quantität C muß aber also beschaffen seyn, daß v wenn $x=b$, das ist, wenn $y=0$; dahero hat man

$$v = \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l \frac{\alpha(2k+nb)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)y} - \frac{Abb}{\alpha(f-b)} l \frac{bb+\alpha(f-}{bb}$$

Um nun die letzte Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die K dem Lauf hinaus getrieben wird, so setze man $x=a$; wir wollen nehmen, daß auch $f=a$, oder daß sich das Pulver alles entzünde, Kugel durch den Lauf fährt; so wird $y=b$; und in diesem Fall is

$$A = \frac{976\,\alpha^2\beta h(a-b)}{bb(n-244\alpha)+\alpha\alpha(a-b)(2k+nb)}$$

und

$$v = \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l \frac{\alpha(2k+nb)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)b} - \frac{Abb}{\alpha(a-b)} l \frac{bb+\alpha(a-b}{bb}$$

oder

$$v = \frac{-Abb}{\alpha(a-b)} l\left(1+\frac{\alpha(a-b)}{b}\right) - \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l\left(1-\frac{(n-244\alpha)b}{\alpha(2k+nb)}\right).$$

Man setze ferner

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \zeta \quad \text{und} \quad \frac{\alpha(2k+nb)}{(n-244\alpha)b} = \eta,$$

so wird

$$v = -\frac{976\beta\eta bh}{(1+\zeta\eta)(2k+nb)} l(1+\zeta) - \frac{976\beta\zeta\eta^2 bh}{(1+\zeta\eta)(2k+nb)} l\left(1-\frac{1}{\eta}\right).$$

Damit man nun diesen Fall besser mit demjenigen, da sich alles Pu ersten Augenblick auf einmahl zu entzünden gesetzt wird, vergleichen so dürfen wir nur in der Differential-Aequation setzen $y=b$, und w

lben Terminos als vorher weglassen, so haben wir

$$s = \frac{244\,\alpha b}{\alpha x - (\alpha - 1)b}$$

$$dv = \frac{488\,\alpha^2\beta bh\,dx}{(\alpha(2k + nb) - (n - 244\,\alpha)b)(\alpha x - (\alpha - 1)b)},$$

Integrale ist

$$v = \frac{488\,\alpha\beta bh}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\,\alpha)b}\, l\,\frac{\alpha x - (\alpha - 1)b}{b};$$

wir setzen $x = a$, so kommt:

$$v = \frac{488\,\alpha\beta bh}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\,\alpha)b}\, l\left(1 + \frac{\alpha(a - b)}{b}\right).$$

nun wie vorher

$$\frac{\alpha(a - b)}{b} = \zeta \quad \text{und} \quad \frac{\alpha(2k + nb)}{(n - 244\,\alpha)b} = \eta,$$

wir:

$$v = \frac{488\,\beta\eta bh}{(\eta - 1)(2k + nb)}\, l(1 + \zeta),$$

der vorigen Expression leichter verglichen werden kann, als die- wir oben gefunden haben; weil wir allhier in beyden Fällen einerley weggelassen haben. Derowegen wenn wir die Geschwindigkeit der m sich das Pulver auf einmahl entzündet, setzen $= \sqrt{u}$, und die gkeit der Kugel, wenn sich das Pulver nach und nach, wie wir en haben, entzündet, setzen $= \sqrt{v}$, so wird sich verh

$$u : v = \frac{1}{\eta - 1}\, l(1 + \zeta) : \frac{-2}{1 + \zeta\eta}\, l(1 + \zeta) - \frac{2\zeta\eta}{1 + \zeta\eta}\, l\left(1 - \frac{1}{\eta}\right),$$

e Logarithmi von allen verschiedenen Tabellen unter sich einerley e haben, so ists hier gleich viel, was man für eine Tabelle ge- Wenn wir nun setzen

$$\alpha = \frac{3}{2}, \quad a = 45, \quad b = 2\tfrac{5}{8}, \quad k = 4900 \quad \text{und} \quad n = 1000,$$

$$\zeta = 24{,}21, \quad \eta = 5{,}2\ [1])$$

[1]) Rechnung ergibt $\eta = \frac{3550}{317} = 11{,}2$. Siehe die Anmerkung 1 p. 200. F. R. S.

und also

$$u : v = \frac{10}{42} l\, 25{,}2 : \frac{-100}{6342} l\, 25{,}2 + \frac{12580}{6342} l\, \frac{52}{42}$$

oder

$$u : v = 1 : \frac{1258\, l\, 1{,}2381}{151\, l\, 25{,}2} - \frac{10}{151} = 1 : \frac{73{,}25}{151},$$

das ist

$$u : v = 1 : 0{,}4851 \quad \text{und} \quad \sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}696,$$

folglich verhalten sich diese Geschwindigkeiten beynahe wie 10 zu 7. Nun beträgt die Geschwindigkeit, wenn sich alles Pulver auf einmahl zu e[...] gesetzt wird, in einer Secunde 1731 Rheinl. Schuhe. dahero für den g[...] tigen Fall, da sich nicht alles Pulver auf einmahl entzündet, 1212 Schu[...] kommen. Da nun diese almählige Entzündung auf dem Werth $\mu =$ [...] als wir aber vorher $\mu = 1$ gesetzt hatten, eine Geschwindigkeit nur von 87[...] gefunden worden; so sieht man schon, daß wenn man für μ einen noch [...] Bruch als $\frac{1}{2}$ nehmen solte, die Geschwindigkeit auch grösser, als 12[...] heraus kommen und folglich der Wahrheit näher kommen würde. J[...] wir aber den Werth von μ annehmen, je plötzlicher entzündet sich d[...] im ersten Anfange, dennoch aber bleibt die Entzündung im allererst[...] blick unendlich klein. Weil wir nun versichert seyn können, daß si[...] im ersten Augenblick schon ein beträchtlicher Theil des Pulvers e[...] so folgt hieraus, daß die gefundene Geschwindigkeit von 1212 Schu[...] zu klein seyn müsse: und daß also unsere Meynung, kraft welcher [...] Pulver nicht auf einmahl entzünden soll, mit der Wahrheit sehr [...] stehen könne. Denn da die plötzliche Entzündung eine Geschwindig[...] 1795 Englischen Schuhen giebt, durch die Versuche aber nur unge[...] wahrgenommen worden, so ist der Unterscheid von 145 Schuhen gr[...] daß man daraus eine von der almähligen Entzündung herrührende V[...] rung schliessen kann.[1]) Da auch die gefundene Geschwindigkeit [...] Schuhen wegen des weggeworfenen Termini $\frac{ss}{6q}$, als welcher in di[...] da s sehr groß ist, nicht mehr so wenig austrägt, noch um etwas n[...]

1) Mit Benutzung des richtigen Wertes von η ergibt sich $\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}718$[...] Mündungsgeschwindigkeit bei plötzlicher vollständiger Entzündung des Pulvers 1630 [...] 1680 engl. Fuß und bei allmählicher Entzündung 1171 rheinl. Fuß. Der Unterschied d[...] liche Entzündung berechneten und der aus den Beobachtungen ermittelten Mündungsg[...] keit beträgt also nicht 145 sondern nur 30 engl. Fuß. F. R. S.

n ist, so begreift man leicht, daß man davon noch den durch den Spiel- und das Zündloch verursachten Verlust abziehen könne: indem dieser in einem-Musketen Lauf, da wegen der Fütterung durch den Spiel- fast gar nichts durchdringen kann, kaum merklich seyn wird. Und also man keine weitere Ursache mehr finden, an der Wahrheit der hier ge- Lehre über die Gewalt des Pulvers zu zweifeln.

SIEBENTE ANMERKUNG

eil es aber eben so schwehr ist, die almählige Entzündung des Pulvers nung zu bringen, als die Rechnung selbst zu vollenden, so kan man Sache dergestalt vorstellen, als wenn sich im ersten Augenblick ein r Theil des Pulvers auf einmahl entzündete, der übrige Theil aber unentzündet bliebe. Denn das Pulver mag sich in der That so plötz- er langsam, als man immer will, entzünden, so wird es allzeit möglich eine gewisse Portion zu bestimmen, welche, wenn sie sich im ersten lick auf einmahl entzündete, eben diejenige Würkung hervorbringen Wir wollen dahero in der obigen Rechnung annehmen, daß diese Pulver, welche sich im ersten Augenblick entzündet, und durch ihre llein die Kugel forttreibet, durch λb aus gedrückt werde, oder daß sich tion zur ganzen Ladung verhalte, wie $\lambda : 1$, dergestalt daß λ einen ge- Bruch andeutet, welcher der Unität um soviel näher kommt, je plötz- sich das Pulver in der That entzündet. Dahero wird in der vorher nen Aequation seyn $y = \lambda b$ und

$$s = \frac{244\,\alpha\lambda b}{\alpha(x-b)+\lambda b} \quad \text{oder} \quad s = \frac{244\,\alpha\lambda b}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}$$

$$\frac{ss}{6q} \quad \text{oder} \quad \frac{ss}{4800} = \frac{12{,}4\,\alpha^2\lambda^2 b^2}{(\alpha x-(\alpha-\lambda)b)^2}.$$

un

$$(\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b) = 2\alpha\beta h dx\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2\alpha h dx-\alpha v dx,$$

d durch die Integration gefunden werden

$$v\left(\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b\right)=488\alpha\beta\lambda bh\,l\,\frac{\alpha(x-b)+\lambda b}{\lambda b}$$
$$-\frac{24{,}8\alpha^2\beta\lambda^2b^2h}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}+24{,}8\alpha^2\beta\lambda bh-2\alpha hx+2\alpha bh-\alpha\int vdx.$$

Weil aber schon ziemlich genau ist

$$v=\frac{488\alpha\beta\lambda bh}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\,l\,\frac{\alpha(x-b)+\lambda b}{\lambda b},$$

so ist

$$\alpha\int vdx=v(\alpha x-(\alpha-\lambda)b)-\int dv(\alpha x-(\alpha-\lambda)b).$$

Dahero ist

$$\alpha\int vdx=\frac{488\alpha\beta\lambda bh(\alpha x-(\alpha-\lambda)b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\,l\,\frac{\alpha(x-b)+\lambda b}{\lambda b}-\frac{488\alpha^2\beta\lambda bh(x-b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}$$

Man setze nun um abzukürtzen

$$\frac{2\alpha b}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}=m,$$

so wird man finden

$$v=244\beta\lambda mh\,l\,\frac{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}{\lambda b}-\frac{12{,}4\alpha\beta\lambda^2mbh}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}+12{,}4\alpha\beta\lambda mh-\frac{mh(x-b)}{b}$$
$$-\frac{244\beta\lambda mh(\alpha x-(\alpha-\lambda)b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\,l\,\frac{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}{\lambda b}+\frac{244\alpha\beta\lambda mh(x-b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}$$

oder

$$v=244\beta\lambda mh\left(1-\frac{m(\alpha x-(\alpha-\lambda)b)}{2\alpha b}\right)l\,\frac{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}{\lambda b}+\frac{12{,}4\alpha^2\beta\lambda mh(x-b)}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}$$
$$-\frac{mh(x-b)}{b}(1-122\beta\lambda m).$$

Setzt man nun $x=a$, so kommt die Geschwindigkeit heraus, womit Kugel aus dem Lauf geschossen wird, in welchem Fall man diese Verg chung erhalt:

$$v=244\beta\lambda mh\left(1-\frac{m(\alpha(a-b)+\lambda b)}{2\alpha b}\right)l\,\frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}+\frac{12{,}4\alpha^2\beta\lambda mh(a-b)}{\alpha(a-b)+\lambda b}$$
$$-\frac{mh(a-b)}{b}(1-122\beta\lambda m).$$

ie Geschwindigkeiten mit einander zu vergleichen, welche heraus wenn man erstlich setzt, daß sich alles Pulver, und hernach daß in Theil desselben entzünde, so ist genug, den ersten Terminum nehmen. Es sey dahero $\sqrt{u}$ die Geschwindigkeit, womit die Kugel schossen wird, wenn sich alles Pulver auf einmahl entzündet; $\sqrt{v}$ die Geschwindigkeit, womit die Kugel heraus gestossen wird, nur ein Theil des Pulvers, welcher sich zum ganzen verhalt, wie ntzündet, so wird man haben

$$\frac{1}{2k+nb)-(n-244\alpha)b}\, l\frac{\alpha(a-b)+b}{b} : \frac{\lambda}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\, l\frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}$$

$$u : v = 1 : \frac{\alpha\lambda(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b} \cdot \frac{l\frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}}{l\frac{\alpha(a-b)+b}{b}}.$$

abzukürzen, so setze man, wie oben

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \zeta \quad \text{und} \quad \frac{\alpha(2k+nb)}{(n-244\alpha)b} = \eta,$$

$$u : v = 1 : \frac{(\eta-1)\lambda}{\eta-\lambda} \cdot \frac{l(\zeta+\lambda):\lambda}{l(\zeta+1)}.$$

nun, wie in dem schon oft berechneten Exempel, ist

$$\alpha = \tfrac{3}{2}, \quad a = 45, \quad b = 2\tfrac{5}{8}, \quad k = 4900 \quad \text{und} \quad n = 1000,$$

$$\zeta = 24{,}21 \quad \text{und} \quad \eta = 5{,}2\,[1]);$$

hat man diese Vergleichung

$$u : v = 1 : \frac{4{,}2\,\lambda}{5{,}2-\lambda} \cdot \frac{l\frac{24{,}21+\lambda}{\lambda}}{l\,25{,}21}.$$

etze zum Exempel $\lambda = \frac{3}{4} = 0{,}75$, so wird

$$u : v = 1 : 0{,}7078\frac{l\,33{,}28}{l\,25{,}21} = 1 : 0{,}7687$$

1) Berichtigt durch die Anmerkung 1 p. 199. F. R. S.

und die Geschwindigkeiten selbst werden sich also verhalten:

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}8767 .$$

Da also, wie wir gesehen, die Geschwindigkeit der Kugel, da alles Pu einmahl zu entzünden gesetzt worden, in einer Secunde ungefehr 1800 S tragen, so wird die Geschwindigkeit der Kugel, wenn sich nur $\frac{3}{4}$ vom entzünden, in einer Secunde austragen 1578 Engl. Schuh. Es ist abe scheinlich, daß man, um mit der Wahrheit überein zu stimmen, einen Theil als $\frac{3}{4}$ für λ annehmen müsse. Setzen wir aber $\lambda = \frac{7}{8}$, so kömmt eine Geschwindigkeit von 1689 Schuhen in einer Secunde heraus, welch grösser ist, als die Experientz angezeiget. Da nun auch noch etwas weni der forttreibenden Gewalt durch das Zündloch und den Spiel-Raum we so wird man ungefehr, wenn das Pulver recht gut ist, wie der Autor gebr ziemlich sicher für λ diesen Bruch $\frac{9}{10}$ annehmen können. In dem gegenw Exempel wird aber dahero diese Proportion entstehen:

$$u : v = 1 : 0{,}88 \frac{l\,27{,}9}{l\,25{,}21} = 1 : 0{,}90765$$

und also

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : \sqrt{0{,}90765}.$$

Dahero anjetzo die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde 1755 Eng Schuh betragen wird. Wenn nun davon 100 Schuh für den Verlust weg Spielraums und des Zündlochs abgezogen werden, so kommt die wahr schwindigkeit, welche gefunden worden, heraus.[1]) Wir können aber aus de integrirten Aequation den Werth von u oder die Geschwindigkeit der wenn sich alles Pulver auf einmahl entzündet, genauer bestimmen, als b weil darinnen auch die Resistenz nicht ist aus der Acht gelassen worden. dürfen zu diesem Ende nur $\lambda = 1$ setzen, und da β eine solche Zahl ist, daß

1) Weil η nicht gleich 5,2, sondern gleich 11,2 ist, so erhält man

für $\lambda = \frac{3}{4}$ $\qquad \sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}8916$,

für $\lambda = \frac{7}{8}$ $\qquad \sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}9481$,

für $\lambda = \frac{9}{10}$ $\qquad \sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}9588$;

daher ergeben sich für die Mündungsgeschwindigkeit, je nachdem $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ oder $\frac{9}{10}$ des Pulver brennt, 1605, 1705 oder 1726 englische Fuß. F. R. S.

$244\beta = 1000$[1]), so ist $122\beta = 500$, und $12{,}4\beta = 50{,}8$. Ferner ist
d $\alpha = \frac{3}{2}$, woraus entsteht $m = \frac{b}{k + 289b}$. Setzen wir weiter

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \frac{3(a-b)}{2b} = \zeta,$$

$$000mh\left(1 - \frac{m(\zeta+1)}{3}\right) l(\zeta+1) + \frac{76{,}2\zeta mh}{\zeta+1} - \frac{2\zeta mh}{3}(1 - 500m).$$

Exempel also, da $a = 45$, $b = 2\frac{5}{8}$ und $k = 4900$, haben wir

$$\zeta = 24{,}2143 \quad \text{und} \quad m = \frac{1}{2155{,}66},$$

$$u = \frac{h}{2{,}15566} \cdot 0{,}996102\, l25{,}2143 + 0{,}033947 \cdot h - 0{,}005752 \cdot h$$

$$u = 0{,}46209\, h\, l25{,}2143 + 0{,}028195 \cdot h.$$

rd die gesuchte Geschwindigkeit folgender Gestalt bestimmt werden:

$$\begin{array}{rl}
l25{,}2143 = & 1{,}401647 \\
\hline
l1{,}401647 = & 0{,}146638 \\
l2{,}302581 = & 0{,}362215 \\
l0{,}46209 = & 9{,}664723 \\
\hline
& 0{,}173576 \\
\text{Die Zahl} = & 1{,}491340 \\
& 0{,}028195 \\
\hline
& 1{,}519535 \\
\hline
l1{,}519535 = & 0{,}181710 \\
lh = & 7{,}463893 \\
\hline
& 7{,}645603 \\
\hline
\text{Die Hälfte} = & 3{,}822802 \\
l4 = & 0{,}602060 \\
\hline
& 3{,}220742
\end{array}$$

chwindigkeit 1662 Rheinl. Schuh oder aber 1711[2]) Engl. Schuh.

---

[1]) Siehe p. 66. F. R. S.

[2]) Im Original 1705. Berichtigt von F. R. S.

Da nun diese Zahl fast um 100 Schuh kleiner ist, als diejen
vorher, da wir die Resistentz nicht in Betrachtung gezogen
funden worden, so bleiben nur ungefehr 60 Schuh übrig, welche
derung, so von der allmähligen Entzündung des Pulvers und der
nebst dem Spielraum herrühren, zugeschrieben werden können.
nun $\lambda = \frac{9}{10}$, so beträgt dieser Abgang ungefehr 40 Schuh, und
Verlust mag 20 Schuh austragen.

ACHTE ANMERKUNG

Da wir in diesen Anmerkungen alle diejenigen Umstände i
gezogen, welche auf die Bewegung der Kugel, ehe dieselbe aus
heraus getrieben wird, einigen Einfluß haben, nur allein die V
ausgenommen, welche von dem beständigen Verlust der forttreib
durch das Zündloch und den Spiel-Raum herkömmt: so wollen
noch untersuchen, wie viel dieser Umstand austragen könne.

Es sey demnach, wie wir vorher gesetzt haben, die Länge
Canone (Fig. 10) $AB = a$, die Länge des Raums, welcher anfänglich
angefüllt gewesen, $AC = b$, und um die Schwierigkeiten nicht ol
vermehren, so wollen wir setzen, daß sich gleich im ersten Augenbl
des Pulvers, welcher sich zur ganzen Ladung verhalte wie λ zu 1,
entzündet habe, und daß sich auch nachgehends nichts mehr ent
hero wird der noch unentzündete Theil einen Raum einnehmen,
$= (1 - \lambda)b$. Ferner sey die aus dem entzündeten Pulver erzeu
Materie der $\frac{\alpha - 1}{\alpha}$ te Theil desselben, welche mit dem unentzün
einen Raum einnehmen wird, dessen Länge $= b - \frac{\lambda b}{\alpha}$. Wir
setzen, daß die beyden Oefnungen des Spiel-Raums und Zündloc
die zusammen gepreßte Luft heraus fährt, zusammen genommen
der Höhlung des Stücks, welche durch cc angedeutet wird, a
diesem Ende wollen wir das Zündloch ef um etwas grösser anne
darunter zugleich die Oefnung des Spiel-Raums begriffen werde,
setzen $ef = \frac{cc}{m}$. Dieses voraus gesetzt, so soll nach einiger Ze
schon biß MN fortgetrieben worden seyn. Man nenne die Läng
und die Geschwindigkeit sowohl der Kugel, als der vörders

dergestalt daß, indem die Kugel durch $Nn = dx$ fortrücket, die le wachse. Wenn also das Gewicht der Kugel durch eine Luft-ruckt wird, deren Höhe $= k$, so ist die Kraft, welche zur Acce-Kugel erfordert wird, $= \frac{k\,dv}{dx}$. Wenn hernach die gröbere Materie er, als die natürliche Luft, gesetzt wird, so ist die Kraft, welche ion derselben erfordert wird,

$$= \frac{1}{2}\,n\left(b - \frac{\lambda b}{\alpha}\right)\frac{dv}{dx}.$$

zo die Kugel nicht mehr von der ganzen Gewalt, welche anfänglich er erzeugt worden, fortgetrieben wird, indem unterdessen ein Theil rch das Zündloch verlohren gegangen, so wollen wir setzen, daß erlohrne Theil zum ganzen verhalte, wie z zu 1; oder, daß dieser h sey einer natürlichen Luft-Säule, deren Höhe $244\lambda bz$. Also der Canone noch übrige Luft seyn $= 244\lambda b(1-z)$. Da nun die-Canone einen Raum einnimmt, dessen Länge $= x - b + \frac{\lambda b}{\alpha}$, so

$$\frac{244\,\lambda b(1-z)}{x - b + \frac{\lambda b}{\alpha}}$$

seyn, als die natürliche Luft. Wir wollen, um der Kürze willen uch den Buchstaben s setzen, so wird, wie oben gewiesen worden, dieser Luft dem Gewicht einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe

$$= \beta h\left(s + \frac{ss}{6q}\right);$$

Acceleration dieser Luft eine Kraft erfordert wird

$$= \frac{122\,\lambda b(1-z)\,dv}{dx},$$

llige zur Acceleration erforderte Kraft

$$= \frac{dv}{dx}\left(k + \frac{1}{2}\,nb\left(1 - \frac{\lambda}{\alpha}\right) + 122\lambda b(1-z)\right),$$

würklichen Kraft weniger dem Gegendruck h und der Resistentz gleich gesetzt, diese Aequation giebt

$$\frac{1}{2}\,nb\left(1 - \frac{\lambda}{\alpha}\right) + 122\lambda b(1-z)\Big) = \beta h\left(s + \frac{ss}{6q}\right)dx - h\,dx - \frac{1}{2}\,v\,dx.$$

Um aber den Verlust z zu bestimmen, so wollen wir die Ges mit welcher diese Luft durch das Zündloch ef heraus dringt, s Indem also die Kugel durch dx fortgehet, so wird durch das Z kleiner Cylinder heraus gehen, dessen Länge $= \frac{dx\sqrt{u}}{\sqrt{v}}$ und dessen Und weil diese Luft s mahl dichter ist, als die natürliche, so Verlust eine natürliche Luft-Säule austragen, deren Dicke $= cc$, Höhe $= \frac{sdx\sqrt{u}}{m\sqrt{v}}$. Da nun dieses der Abgang ist von der in der haltenen Luft $244\lambda b(1-z)$, so wird

$$244\lambda b\,dz = \frac{sdx\sqrt{u}}{m\sqrt{v}},$$

wovon das Integrale also genommen werden muß, daß dasselbe verschw $x = b$. Nun ist also noch übrig, die Geschwindigkeit $\sqrt{u}$ zu bestimm von der Gewalt der Zusammendrückung abhängt. Weil nun diese Gewa wichte einer natürlichen Luft-Säule, so hoch $= \beta h\left(s + \frac{ss}{6q}\right)$, gleich is zu dieser Zusammendrückung eine Höhe von einer gleich dichten $= \beta h\left(1 + \frac{s}{6q}\right)$ erfordert, dahero wird der Druck auf das Zündloch groß seyn, als wenn sich darüber eine Säule von einerley Luft, welc dichter als die natürliche, befände, deren Höhe $= \beta h\left(1 + \frac{s}{6q}\right)$. I Fall aber würde die Luft durch das Zündloch mit einer Geschwindig aus getrieben werden, dergleichen ein fallender Körper aus dieser langt, und also wird seyn

$$u = \beta h\left(1 + \frac{s}{6q}\right).$$

Wir können alhier den Bruch $\frac{s}{6q}$ als sehr klein sicher weglassen, kommen also $u = \beta h$, und folglich

$$244\lambda b\,dz = \frac{sdx\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{v}}.$$

Nun ist

$$s = \frac{244\,\alpha\lambda b(1-z)}{\alpha x + (\lambda - \alpha)b}$$

oder, da $\alpha > 1$ und $\lambda < 1$, vielmehr

$$s = \frac{244\,\alpha\lambda b(1-z)}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}.$$

…n diesen Werth für s setzen, so kommt

$$\frac{dz}{1-z} = \frac{\alpha\, dx \sqrt{\beta h}}{m(\alpha x - (\alpha-\lambda)b)\sqrt{v}}.$$

…aber schon vorher gefunden

$$…b(\alpha-\lambda) + 244\alpha\lambda b(1-z)) = 2\alpha\beta h\, dz\left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2\alpha h\, dx - \alpha v\, dx,$$

…wir hier die drey letzten Terminos, als welche nicht nur sehr …sondern sich auch beynahe fast aufheben, weglassen, so haben wir

$$…(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\alpha\lambda b(1-z)) = \frac{488\alpha^2\beta\lambda bh(1-z)}{\alpha x - (\alpha-\lambda)b}\, dx.$$

…equation aber giebt

$$\frac{\alpha\, dx}{\alpha x - (\alpha-\lambda)b} = \frac{m\, dz\sqrt{v}}{(1-z)\sqrt{\beta h}}$$

… bekommen wir

$$…dv(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\alpha\lambda b(1-z)) = 488 m\alpha\lambda b\, dz\sqrt{\beta hv}$$

$$dz + \frac{z\, dv}{2m\sqrt{\beta hv}} = \frac{dv(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda))}{488 m\alpha\lambda b\sqrt{\beta hv}} + \frac{dv}{2m\sqrt{\beta hv}}\ ^{1)},$$

…t $e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}$ multiplicirt, integrirt werden kann, da denn kömmt

$$e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}\, z = \left(\frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda)}{244 m\alpha\lambda b} + \frac{1}{m}\right)\int e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}\frac{dv}{2\sqrt{\beta hv}}$$

$$e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}\, z = \left(\frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda)}{244\alpha\lambda b} + 1\right)\left(e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - 1\right),$$

…Quantität z, welche den Verlust der forttreibenden Gewalt ausdrückt, …den muß, wenn $v = 0$, als welches im ersten Augenblick geschieht. …bekommen wir

[1] …s Glied $\dfrac{dv}{2m\sqrt{\beta hv}}$ fehlt im Original. F. R. S.

Wenn also die Kugel ohne diesen Verlust mit einer Geschwi
1700 Schuhen in einer Secunde heraus getrieben würde, so müst
stand einen Verlust von $\frac{17\mu}{81m}\cdot 1700$ Schuh in einer Secunde austra
obigen Exempel, da

$$b = 2{,}625, \quad k = 4900, \quad n = 1000, \quad \alpha = \tfrac{3}{2} \quad \text{und} \quad \lambda = \tfrac{9}{10}$$

wird

$$\mu = 18{,}82\,^{1)},$$

und daher beträgt der Verlust

$$\frac{319{,}6}{81m}\cdot 1700\,^{2)}, \quad \text{das ist} \quad \frac{6714}{m}\,^{3)} \text{ Schuh.}$$

Sollte nun die Weite des Zündlochs den hundertsten Theil der
Canone austragen, so würde dieser Verlust 67 4) Schuh in einer Se
machen: und also die Kugel an statt 1700 nur 1633 5) Schuh in ein
durchlauffen. Hierbey ist aber zu merken, daß unsere für den Ver
dene Expression allzu groß ist, indem wir in der obigen Integra
Terminos weggelaßen, welche diesen Verlust vermindert haben wü
dieser Fehler wird um so viel grösser seyn, je grösser das Zündlo
kleiner die Zahl m ist; denn die gebrauchte Näherung gilt nur, we
sehr große Zahl bedeutet. Dieses erhellet auch gantz deutlich aus
lust $\frac{6714}{m}$ 3); denn wenn zum Exempel m nur 3 wäre, so müste d
2238 6) Schuh in einer Secunde austragen. Da nun die gantze Geschwind
bey 1700 Schuhen ist, so siehet man wohl, daß sich der Verlust
weniger als 1700 Schuh belauffen müsse: folglich ist klar, daß wenn
sehr grosse Zahl ist, der auf diese Art gefundene Verlust immer um
liches zu groß seyn müsse. Dahero wenn in dem Exempel $m = 10$
67 4) Schuh. Hernach ist auch der herausgebrachte Verlust aus diesem
zu groß, weil wir angenommen haben, daß durch das Zündloch nur
zusammen gepreßte Luft heraus fahre, da doch außer Zweifel auch e
der gröbern Materie zugleich mit heraus geht, folglich wird die fort
Kraft nicht um so viel vermindert, als in der Rechnung angenommen
Denn außer dem, daß die forttreibende Gewalt dadurch keinen so großen

1) Im Original 17. 2) Im Original $\frac{289}{81m}\cdot 1700$. 3) Im Original $\frac{6065}{m}$. 4) Im Or
5) Im Original 1640. 6) Im Original 2000. Berichtigt von F. R. S.

t, so wird dadurch auch die gröbere Materie vermindert, welche sonsten
der Kugel fortgestossen werden müßte. Diesem letzten Mangel kann nun
r gefundenen Formul leicht abgeholfen werden, wenn man das Zündloch um
s kleiner ansetzt, als solches in der That ist; wobey zu merken, daß wir
unter dem Zündloch zugleich die Oefnung des Spielraums mit begreiffen.
aber den ersten Fehler zu heben, welches nöthig ist, wenn m keine sehr
e Zahl ist, so muß man den Werth von $e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}$ näher ausdrucken, und da
mmt man darfür

$$1 + \frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}} + \frac{v}{2m^2\beta h} + \frac{v\sqrt{v}}{6m^3\beta h\sqrt{\beta h}} + \text{etc.}$$

also

$$\frac{2\alpha\beta h\,dx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b} = \frac{(1+\mu)\,dv}{1-\frac{\mu\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}-\frac{\mu v}{2m^2\beta h}-\frac{\mu v\sqrt{v}}{6m^3\beta h\sqrt{\beta h}}-\text{etc.}}$$

den Bruch weggebracht

$$\frac{2\alpha\beta h\,dx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b} = (1+\mu)\,dv\left(1+\frac{\mu\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}+\frac{\left(\mu^2+\frac{1}{2}\mu\right)v}{m^2\beta h}+\frac{\left(\mu^3+\mu^2+\frac{1}{6}\mu\right)v\sqrt{v}}{m^3\beta h\sqrt{\beta h}}\right).$$

t man nun $\sqrt{u}$ für die Geschwindigkeit, welche die Kugel erhalten würde,
n nichts von der forttreibenden Gewalt verlohren gienge, so wird

$$u = v + \frac{2\mu v\sqrt{v}}{3m\sqrt{\beta h}} + \frac{(2\mu^2+\mu)v^2}{4m^2\beta h} + \frac{(6\mu^3+6\mu^2+\mu)v^2\sqrt{v}}{15m^3\beta h\sqrt{\beta h}}$$

diese Aequation umgekehrt giebt

$$= \sqrt{u} - \frac{\mu u}{3m\sqrt{\beta h}} + \left(\frac{1}{36}\mu^2-\frac{1}{8}\mu\right)\cdot\frac{u\sqrt{u}}{m^2\beta h} + \left(\frac{1}{270}\mu^3+\frac{1}{20}\mu^2-\frac{1}{30}\mu\right)\cdot\frac{uu}{m^3\beta h\sqrt{\beta h}}.$$

nun $\sqrt{\beta h}$ eine Geschwindigkeit von 2700 Schuhen ausdruckt, wenn $\sqrt{u}$
hfals in Schuhen genommen, und der Bruch $\frac{\sqrt{u}}{m\sqrt{\beta h}}$ Kürze halber $= r$ ge-
et wird: so findet man

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{u}} = 1 - \frac{1}{3}\mu r + \left(\frac{1}{36}\mu^2-\frac{1}{8}\mu\right)r^2 + \left(\frac{1}{270}\mu^3+\frac{1}{20}\mu^2-\frac{\mu}{30}\right)r^3.$$

nun in obigem Exempel $\mu = 18{,}82$[1]) und $r = \frac{17}{27m}$, so wird

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{u}} = 1 - 3{,}950\cdot\frac{1}{m} + 2{,}968\cdot\frac{1}{m^2} + 10{,}427\cdot\frac{1}{m^3}.^{2)}$$

1) Im Original 17. 2) Im Original: $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{u}} = 1 - 3{,}568\cdot\frac{1}{m} + 2{,}340\cdot\frac{1}{m^2} + 8{,}007\cdot\frac{1}{m^3}$.

Berichtigt von F. R. S.

Diese Formul dienet nun, wenn m keine sehr große Zahl ist, als et 60. Denn wenn $m = 60$, so giebt der dritte Terminus $2{,}968 \cdot \frac{1}{m^2}$[1] mit multipliciret nur 1,4[2] Schuh. Es sey zum Exempel $m = 10$, oder loch, nebst der Oefnung des Spielraums, betrage den zehnten Theil de Mündung, so wird $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{u}} = 0{,}64511$[3] und der Verlust an der Geschwind trägt 603[4] Schuh, dergestalt, daß die Kugel nur eine Geschwindig 1097[5] Schuh in einer Secunde erhält. Uebrigens ist hier noch zu b daß, da $\mu = \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\,\alpha\lambda b}$, der Abgang an der Geschwindigkeit um grösser werde, je schwehrer die Kugel, oder je grösser k ist, und können wir einen von den stärksten Gründen, welche der Verfasser hauptung seiner Meynung, daß sich alles Pulver im ersten Augenb einmahl entzünde, anführet, hinlänglich wiederlegen. Denn derselbe s wenn sich nicht alles Pulver auf einmahl entzündete, zwey oder drey welche zugleich geladen werden, nach Proportion eine grössere Geschwi erhalten müßten, als nur eine, indem dieselben länger im Lauf blieben, eine stärkere Gewalt aushielten. Dem ungeachtet aber habe er niemahl können, daß solches durch seine Experimente wäre bestätiget worden. der That würde dieser Schluß seine völlige Richtigkeit haben, und die M des Autoris bekräftigen, wenn dieser wegen des Zündlochs hier erklär stand nicht vorhanden wäre. Denn da aus diesem Grunde eine schwerere einen stärkern Abgang leidet, als eine leichtere, aus dem vorigen Grun das Wiederspiel folget: so kann es leicht geschehen, daß diese zwey wied tigen Würkungen entweder einander völlig aufheben, oder doch so nahe, Unterscheid in der Erfahrung nicht bemerkt werden kan.

Wenn man nun alle diese Anmerkungen zusammen nimmt, so wir in einem jeglichen vorkommenden Fall nicht nur die Ursachen von alle ständen anzeigen, sondern auch zum voraus die Geschwindigkeit der durch die Rechnung bestimmen können.

---

1) Im Original $2{,}340 \cdot \frac{1}{m^2}$. 2) Im Original 1. 3) Im Original 0
4) Im Original 553. 5) Im Original 1147. Berichtigt von F. R. S.

ZWÖLFTER SATZ

Die Gewalt zu untersuchen, mit welcher eine Kugel, so von der Ladung merklich entfernet ist, fortgetrieben wird.

Wir haben in verschiedenen von den oben angeführten Experimenten die Kugel nicht unmittelbar vor das Pulver, sondern in einer geringen Entfernung von demselben gesetzt, inzwischen hat doch der ledige Raum zwischen der Ladung und der Kugel immer über anderthalb Zoll betragen: und in diesem Fall haben wir gesehen, daß unsere Theorie noch ziemlich genau mit den Experimenten übereingestimmet. Wenn aber die Kugel noch weiter von dem Pulver, als in einer Entfernung von 12, 18 oder 24 Zoll geladen wird, so finden diejenigen Gründe nicht mehr statt, welche wir oben in dem 7ten Satz, da die Kugel entweder unmittelbar vor das Pulver, oder nicht weit davon, gesetzt worden, gebraucht haben. Denn wir haben in dem vorhergehenden Satze gesehen, daß wenn sich nicht unmittelbar vor dem Pulver ein schwerer Körper befindet, die Flamme sich alsdenn mit einer weit grösseren Geschwindigkeit ausbreite, als dieselbe immer einer Kugel einzudrucken vermögend ist. Da nun das Pulver, indem sich dasselbe durch einen ledigen Raum von 12, 18 oder 24 Zoll ausbreitet, einen sehr beträchtlichen Grad von dieser Geschwindigkeit erhält, so wird die erste Bewegung der Kugel nicht allein von der druckenden Kraft des Pulvers, sondern auch von dem würklichen Stoß desselben verursachet: und dahero wird der Kugel in dem ersten Augenblick ein weit grösserer Grad der Bewegung eingedruckt, welcher so wohl aus der Gewalt des Stosses, als aus der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers, bestimmt werden muß.

Hieraus folget nun, daß die Geschwindigkeit der Kugel, wenn dieselbe ziemlich weit von dem Pulver geladen worden, weit grösser seyn müsse, als diejenige, welche oben in dem siebenten Satze aus der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers allein heraus gebracht worden. Wir haben auch diese der Theorie gemäße Vermehrung der Geschwindigkeit der Kugel durch vielerley Versuche bestätiget. Auf diese Art haben wir gefunden, daß eine Kugel, welche in dem mit dem Buchstaben A bezeichneten Lauf 11 $\frac{1}{4}$ Zoll weit von dem Boden geladen, und mit 12 Drachm. Pulver heraus geschossen worden, eine Geschwindigkeit von 1400 Schuhen in einer Secunde erhalten; da dieselbe doch, wenn sie von der blossen Ausdehnungs-Kraft des Pulvers wäre in Bewegung gesetzt

worden, nur eine Geschwindigkeit von 1200 Schuhen in einer Secunde erlangt haben würde. Eben diesen Umstand haben wir auch in allen andern grösseren Entfernungen (und auch in kleinern, obgleich nicht auf denselben Grad) und mit allen Ladungen der Wahrheit gemäß befunden. Alle diese Würkungen kommen auch ziemlich genau mit demjenigen überein, was wir in dem vorigen Satz über die Geschwindigkeit der Ausdehnung so wohl der subtilen als der gröbern Theile der Flamme ausgeführet haben.

Hieraus fliesst noch eine andere Betrachtung von sehr großer Wichtigkeit im Gebrauch der Artillerie, welche darinne bestehet, daß man nimmer eine Kugel auf eine merkliche Distantz vor das Pulver laden soll, wenn der Lauf nicht über die maßen stark und fest ist. Denn, wenn eine mäßige Ladung Pulver sich schon durch den ledigen Raum ausgebreitet, und alsdenn erst die Kugel erreichet: so muß sich die Flamme durch die schon erhaltene Geschwindigkeit hinter der Kugel aufhäuffen, und dadurch einen weit grössern Grad der Dichtigkeit erhalten; dahero der Lauf, wenn derselbe an diesem Ort keine außerordentliche Stärke hat, von dieser verstärkten Kraft des Pulvers unfehlbar zerspringen wird. Ich habe auch die Wahrheit dieses Schlußes an einer herrlichen und aus zähem Eisen geschmiedeten Mußkete erfahren. Denn als ich dieselbe mit 12 Drachm. Pulver geladen, und die Kugel 16 Zoll weit vom Boden hinein gesetzt hatte, so ist dieser Lauf nach dem Schuß just hinter der Kugel fast zweymahl so dicke aufgeschwollen, und hat daselbst eine Gestalt, als eine aufgeblasene Blatter, bekommen; über dieses waren auch zwey grosse Stücke ungefehr zwey Zoll lang daraus gesprungen.

Da nun die ganze Bewegung einer Kugel, welche ziemlich weit vor das Pulver geladen worden, von zweyerley Kräften, welche darauf würken, herkommt: nehmlich erstlich von dem Stoß der Theile des entzündeten Pulvers, dessen Stärke auf der Geschwindigkeit, welche diese Theile durch die Ausdehnung schon würklich erhalten haben, beruhet, und denn zweytens von der fortdaurenden Kraft der Ausdehnung, womit die Kugel durch die übrige Länge des Laufs fortgetrieben wird; so war ich bemühet, diese zwey verschiedenen Würkungen von einander abzusondern, und nur die letztere beyzubehalten, welche von dem fortdaurenden Druck der Flamme herrühret. Zu diesem Ende trieb ich das Pulver nicht mehr auf dem Boden des Laufs zusammen, sondern um die Würkung des Stosses zu verhüten, so zerstreuete ich dasselbe durch den ganzen Raum hinter der Kugel so gleichförmig, als mir möglich war, und bildete mir ein, daß durch dieses Mittel die Geschwindigkeit der Flamme an einem jeglichen Ort durch die Ausdehnung der umliegenden Theile gehemmet

e. Nachdem ich nun die Ladung auf diese Art eingerichtet, so die Kugel, welche $11\frac{1}{4}$ Zoll weit von dem Boden gesetzt worden, Geschwindigkeit von 1400 Schuhen in einer Secunde, welche in nenden Experiment heraus gekommen, anjetzo nur eine Geschwin-100 Schuhen bekommen, welche um 100 Schuh kleiner ist, als Theorie aus der fortdaurenden Druckung des Pulvers allein ge-

che dieses Abgangs war nun *außer Zweifel die innere Bewegung* Denn aus der Entzündung des Pulvers, welches durch einen weit n, als dasselbe anzufüllen vermögend war, zerstreuet gewesen, endig mancherley verschiedene Stösse und Zurückprallungen der hen; und durch diese innerliche Bewegungen der subtilen flüßigen notwendig der Druck auf die innern Wände, und folglich auch , wie bey allen andern flüßigen Materien in diesem Fall zu ge-, *sehr merklich vermindert werden. Um nun diese Ungleichheit* u vermeiden, so habe ich nachgehends in allen Experimenten, emacht, das *Pulver* immer so nahe, als möglich gewesen, sorg-nen gestossen, wenn auch die Kugel in einer kleinen Entfernung n gesetzet worden.

ANMERKUNG

rsuchung, wovon in diesem Satz gehandelt wird, ist eine von den Materien, *welche immer in der Lehre von* der Bewegung flüßiger mmen können; und wenn dieser Satz nach aller Schärfe ausge-n sollte, so würden noch zur Zeit weder die bekannten Vortheile skunst, noch die Grundsätze der Wissenschaft selbst, wohin diese gehöret, hinreichend seyn, alle dabey vorkommenden Schwierig-erwinden. Es wird nehmlich hier der Fall betrachtet, wenn die unmittelbar auf das Pulver geladen, sondern ein merklicher Raum Pulver und der Kugel ledig gelassen wird. Wenn nun dieser leer wäre und sich darinne auch so gar keine Luft befände, so leich nach der Entzündung die dadurch *befreyte zusammen ge-* ach der im vorigen Satze beschriebenen Art so lange gantz frey ß die vördersten Theile derselben die Kugel erreichten. Und in

diesem Fall würde es so schwehr nicht seyn, so wohl die Ausdeh[...] der zusammen gedruckten Luft, in dem Augenblick, da dieselbe au[...] zu würken anfängt, als auch die Geschwindigkeit aller Theile ders[...] den bißher erklärten Regeln zu bestimmen. Und da alsdenn auf[...] eine doppelte Gewalt würket, wovon die erste in der Ausdehnung[...] zusammengedruckten Luft bestehet, und die Kugel so lange fortstöß[...] selbe gänzlich zum Lauf hinaus getrieben worden, die andere ab[...] Gewalt des Stoßes entspringt, und gleichsam nur einen Augenblick [...] auf die Kugel ausübet: so könnte auch noch die Würkung der er[...] nach den hier angeführten Grundsätzen bestimmet werden, wie sol[...] auch oben würklich geschehen ist. Allein es finden sich bey Bestim[...] andern Würkung um so viel grössere Schwierigkeiten, welche noch [...] nicht wohl aus dem Wege geräumet werden können. Diese Sache [...] zwar in die Lehre von der Mittheilung der Bewegung, so durch den [...] schieht, zu lauffen, und folglich, da diese Lehre schon genugsam ausge[...] keinen so grossen Hindernissen unterworfen zu seyn; allein da in die[...] so wohl die Schwehre, als die Geschwindigkeit des anstossenden Kö[...] kannt sein muß, so siehet man leicht, daß in den gegenwärtigen [...] diese beyden Stücke gänzlich ungewiß sind. Denn weil hier die sich [...] nende Luft den anstossenden Körper ausmacht, so kann weder das gan[...] derselben für die Schwehre des anstossenden Körpers, noch die Gesc[...] keit der vordersten Theilchen für die Geschwindigkeit desselben ange[...] werden. Um dieses deutlicher zu machen, so darf man nur betracht[...] so bald die vordersten Theilchen der zusammen gepreßten Luft auf d[...] stossen, die hintern nur in so ferne zugleich mit würken, als die B[...] derselben gehemmet wird. Da nun dieselben ihre Bewegung noch einige[...] fortsetzen können, so ist es eben so viel, als wenn ein Theil dersel[...] nicht zu dem Wesen des anstossenden Körpers gehörte. Wie groß abe[...] Theil sey, ist eben dasjenige, worinn die gröste Schwierigkeit besteh[...] zwischen scheinet es doch, daß man von der Wahrheit nicht allzus[...] weiche, wenn man die Helfte, oder ein Drittel für diesen gesuchte[...] annimmt. Wenn wir demnach setzen, daß (Fig. 9) die Kugel anfänglich [...] gesetzt worden, und die Ladung den Raum AC erfüllet habe, so nen[...] $AC = b$, $AZ = f$: so wird das Gewicht der Ladung ungefehr einer natü[...] Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= 1000b$; wenn wir nehmlich annehm[...] das Pulver 1000 mal schwehrer ist, als die Luft, und hiervon wird a[...] Helfte an die Kugel stossen, deren Gewicht durch eine Luft-Säule, [...]

ausgedrückt worden. Indem sich aber nach der Entzündung die ZZ ausbreitet, so wird dieselbe, wie aus dem vorhergehenden[1] e Geschwindigkeit bekommen, welche aus der Höhe

$$= \frac{2\alpha}{n(\alpha-\lambda)+244\alpha\lambda}\cdot 244\beta\lambda h\; l\frac{\alpha f-(\alpha-\lambda)b}{\lambda b}$$

wo $\alpha=\frac{3}{2}$, $n=1000$, $244\beta=1000$ und λ den entzündeten Theil bedeutet, wofür wir annehmen wollen $\lambda=\frac{9}{10}$; aber h ist die Höhe ichen Luft-Säule, deren Gewicht der Elasticität der natürlichen ist. Dahero wird die obige Höhe, wodurch die Geschwindigkeit in Z ausgedruckt wird, seyn

$$= \frac{90}{31}h\,l\frac{5f-2b}{3b}$$

die Geschwindigkeit selbst

$$= \sqrt{\frac{90}{31}h\,l\frac{5f-2b}{3b}}.$$

Kugel anfänglich stille gestanden, so muß man nach den bekannten Vergleichung anstellen: Wie sich verhält die Summa der beyden $+k$ zu dem anstossenden $500b$, also verhält sich die Geschwinnstossenden Körpers $\sqrt{\frac{90h}{31}l\frac{5f-2b}{3b}}$ zur Geschwindigkeit beyder nach lahero die Geschwindigkeit der Kugel nach dem Stoß seyn wird

$$= \frac{500b}{k+500b}\sqrt{\frac{90h}{31}l\frac{5f-2b}{3b}}.$$

von der Materie des Pulvers einen kleineren Theil als die Helfte ätte, so müßte man auch für $500b$ eine kleinere Zahl setzen. Wollen $310b$ annehmen, so giebt $k+310b$ eben denjenigen Nenner $-(n-244\alpha)\lambda b$, welcher oben in der VIIten Anmerkung zum gefunden worden, und eben diese Uebereinstimmung scheinet arke Probe zu seyn, dass diese Zahl $310b$ den richtigen Theil an-

[1] p. 202, indem man dort $k=0$ setzt, weil die Pulvergase erst für $x=f$ an die F. R. S.

zeigt. Demnach bekommen wir für die Höhe, welche die Geschwindigkeit der Kugel ausdrückt, diese Expression:

$$\frac{310\cdot 900 b^2 h}{(k+310b)^2}\, l\, \frac{5f-2b}{3b} = \frac{279000 b^2 h}{(k+310\,b)^2}\, l\, \frac{5f-2b}{3b}.$$

Wenn aber die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver wäre gesetzt worden, so würde dieselbe, nach dem sie biß in ZZ fortgestossen worden, eine Geschwindigkeit erhalten haben, welche aus dieser Höhe

$$= \frac{900 bh}{k+310b}\, l\, \frac{5f-2b}{3b}$$

entstehet; folglich wird sich diese Geschwindigkeit zu jener verhalten, wie 1 zu $\sqrt{\frac{310b}{k+310b}}$: und also wird die der Kugel durch den Stoß mitgetheilte Geschwindigkeit weit kleiner seyn, als diejenige, welche sie in Z erlangt haben würde, wenn sie unmittelbar vor das Pulver wäre geladen worden. Wenn nun diese durch den Stoß erlangte Geschwindigkeit richtig ist, so wird es leicht seyn, die folgende Vermehrung derselben durch die Ausdehnungskraft zu bestimmen. Wir dürfen zu diesem Ende nur die oben gefundene Aequation nehmen, welche, nachdem man die kleinen Terminos weggelassen, und für die Buchstaben α, λ, β und n die gehörigen Werthe gesetzt, also beschaffen ist

$$v = \frac{900 bh}{k+310b}\, l\, \frac{5x-2b}{3b},$$

und dazu noch eine unveränderliche Quantität setzen, welche so beschaffen seyn muß, daß, wenn man $x = f$ setzt, die Höhe v in

$$\frac{279000 bbh}{(k+310b)^2}\, l\, \frac{5f-2b}{3b}$$

verwandelt werde. Es bedeute also v die für die Geschwindigkeit der Kugel gebührende Höhe, nachdem die Kugel biß in MM, da $AM = x$, fortgestossen worden, und da wird man eine solche Aequation haben

$$v = \frac{900 bh}{k+310b}\, l\, \frac{5x-2b}{3b} + C.$$

Um nun die Quantität C zu bestimmen, so setze man

$$x = f \quad \text{und} \quad v = \frac{279000 bbh}{(k+310b)^2}\, l\, \frac{5f-2b}{3b},$$

ird

$$\frac{279000bbh}{(k+310b)^2}l\frac{5f-2b}{3b}=\frac{900bh}{k+310b}l\frac{5f-2b}{3b}+C$$

also

$$C=\frac{-900bkh}{(k+310b)^2}l\frac{5f-2b}{3b}.$$

ich wird man erhalten

$$v=\frac{900bh}{k+310b}l\frac{5x-2b}{3b}-\frac{900bkh}{(k+310b)^2}l\frac{5f-2b}{3b}.$$

Wenn aber die Kugel in ZZ keinen Stoß bekommen hätte, sondern bloß von der Ausdehnungs-Kraft wäre fort getrieben worden, so würde

$$C=\frac{-900bh}{k+310b}l\frac{5f-2b}{3b}$$

also

$$v=\frac{900bh}{k+310b}l\frac{5x-2b}{3b}-\frac{900bh}{k+310b}l\frac{5f-2b}{3b}.$$

Wenn aber die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver wäre ge- worden, so würde heraus kommen

$$v=\frac{900bh}{k+310b}l\frac{5x-2b}{3b}.$$

Wenn wir nun für x die Länge des ganzen Laufs a, und für das von Autore angeführte Exempel setzen

$$a=45,\quad b=2{,}625,\quad f=11{,}25,\quad k=4900\quad \text{und}\quad lh=7{,}463893,$$

nnen wir die dreyerley Geschwindigkeiten folgender Gestalt bestimmen:

$$\frac{900b}{k+310b}=\frac{236250}{571375}\text{ [1]},\quad \frac{900bk}{(k+310b)^2}=\frac{490000}{571375}\cdot\frac{236250}{571375}\text{ [2]}$$

---

1) Im Original $\frac{236360}{561375}$. 2) Im Original $\frac{490000}{571375}\cdot\frac{236260}{571376}$. Berichtigt von F. R. S.

$$\frac{900\,b}{k+310\,b} = 0{,}41348 \text{ [1]}$$

$$\frac{900\,bk}{(k+310\,b)^2} = 0{,}35459$$

und

$$\frac{5x-2b}{3b} = 27{,}905, \quad \frac{5f-2b}{3b} = 6{,}476 \text{ [2]},$$

folglich

$$l\,27{,}905 = 1{,}445\,682$$

$$l\,6{,}476 = 0{,}811\,307 \text{ [3]}$$

$$l\,1{,}445682 = 0{,}160\,073$$

$$l\,0{,}811307 = 9{,}909\,185 \text{ [4]}.$$

Man addiere 0,362216[5]), so kommt

$$ll\,\frac{5x-2b}{3b} = 0{,}522289 \text{ [6]}$$

$$ll\,\frac{5f-2b}{3b} = 0{,}271401 \text{ [7]};$$

so bekommt man

$$\frac{900b}{k+310b}\,l\,\frac{5x-2b}{3b} = 1{,}37639$$

$$\frac{900b}{k+310b}\,l\,\frac{5f-2b}{3b} = 0{,}77243 \text{ [8]}$$

$$\frac{900bk}{(k+310\,b)^2}\,l\,\frac{5f-2b}{3b} = 0{,}66242 \text{ [9]}.$$

Wenn also die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver geladen so wird $v = 1{,}37639\,h$, und die Geschwindigkeit beträgt in einer Secunde Schuh. Wird aber die Kugel anfänglich in ZZ gesetzt, und das Pulver d den Raum AZ also zerstreuet, daß die Kugel keinen Stoß leidet, so $v = 0{,}60395\,h$[10]) und diese Geschwindigkeit beträgt 1048[11]) Schuh in einer cunde. Wenn aber die Kugel in ZZ zugleich den Stoß von dem Pulver hält, so wird $v = 0{,}71396\,h$[12]) und diese Geschwindigkeit beträgt 1140[13]) Sc in einer Secunde.

1) Im Original 0,41438. 2) Im Original 6,375. 3) Im Original $l\,6{,}375 = 0{,}804$ 4) Im Original $l\,0{,}80448 = 9{,}905\,515$. 5) Im Original 0,362215. 6) Im Original 0,522 7) Im Original 0,267730. 8) Im Original 0,76592. 9) Im Original 0,65683 10) Im Original 0,61046 h. 11) Im Original 1054. 12) Im Original 0,71955 h. 13) Im Original 1144. Berichtigt von F. R. S.

s ist aber zu merken, daß die Formul, aus welcher diese Geschwindig- bestimmet worden, etwas zu klein ist, dahero die gefundenen Zahlen m etwas vermehret werden müssen. Dem ungeachtet aber ist klar, daß schwindigkeit der Kugel im letzten Fall, da dieselbe anfänglich durch oß des Pulvers in Bewegung gesetzet worden, weit kleiner ist, als die ung ausgewiesen. Wenn wir aber auf die dabey vorgefallenen Umstände aben, so sieht man leicht, daß sich die subtile Materie bey dem Stoß der Kugel sehr stark müsse gehäuffet, und also eine weit grössere ität bekommen haben, wodurch folglich der Kugel auch ein weit grösserer er Geschwindigkeit eingedruckt worden. Was aber die Aufschwellung ersprengung des Laufs anlangt, so ist die Ursache davon leicht einzu- Denn da der Kugel gleichsam in einem Augenblick ein ziemlicher Grad schwindigkeit durch den Stoß eingedruckt wird, so ist klar, daß eine nde Kraft, welche in eben dieser kurzen Zeit der Kugel eben diesen er Geschwindigkeit einzudrücken vermögend wäre, erstaunlich groß seyn und es dürfte vielleicht eine 10 mahl stärkere Kraft, als die ausdeh- Gewalt des Pulvers allein auf die Kugel auszuüben pflegt, nicht hin- n seyn, eine solche Würkung hervorzubringen. Da nun eine Canone oder ßketen-Lauf an einem jeglichen Ort nur so stark gemacht zu werden als zu Aushaltung der ordentlichen Ausdehnungs-Kraft des Pulvers er- wird, so hat man sich nicht zu verwundern, wenn von diesem Zuwachs der Gewalt ein gewöhnlicher Lauf zerspringet oder aus- r gedehnet wird, wie in dem von dem Autore angeführten Exempel en ist.

enn die Kugel diesen Stoß nicht bekommen hätte, so würde dieselbe nserer Rechnung eine Geschwindigkeit von 1048[1]) Rheinl. Schuhen in ecunde erhalten, welche in Englischen Schuhen 1080[2]) beträgt, und folg- t 1100, so durch die Experimente heraus gekommen, um so viel mehr überein trifft, da die Formul, welche hier gebraucht worden, etwas zu st. Wenn also der Autor für diesen Fall eine Geschwindigkeit von chuhen heraus bringt, so muß entweder in seine Rechnung ein Fehler hlichen seyn, oder die Ursache davon steckt, welches wahrscheinlicher der Unrichtigkeit der Theorie des Autoris selbst; indem er nicht auf ft gesehen, welche zu Forttreibung der Flamme erfordert wird. Da n die Sache also verhält, so fällt auch seine Erklärung, wodurch er

1) Im Original 1054. 2) Im Original 1086. Berichtigt von F. R. S.

die Verminderung der Geschwindigkeit der Kugel in diesem Fall erk
weg; als welche außer diesem auch so beschaffen ist, daß daraus die
welche der Autor angiebt, nicht folgen kann. Denn ungeachtet d
unstreitig wahr ist, daß die ausdehnende Kraft einer flüßigen elastisch
geringer wird, wenn sich darinne eine innerliche Bewegung unter d
derselben befindet, so ist doch leicht zu erachten, daß diese inne
wegung in der Flamme, wenn das Pulver durch den gantzen Ra
der Kugel zerstreuet worden, alsobald aufhören müsse, wenn diesel
Kugel zu würken anfängt.

Wir haben aber in demjenigen, was wir vorher von der Bew
Kugel, wenn dieselbe nicht unmittelbar auf das Pulver geladen wi
führet haben, angenommen, daß der Raum zwischen dem Pulver und
völlig leer sey. Da sich nun darinn eine natürliche Luft befindet, s
daher in den gemachten Schlüßen eine geringe Veränderung. Den
sich nach der Entzündung die Flamme auszubreiten anfängt, so wi
schen dem Pulver und der Kugel befindliche Luft zusammen ged
bekommt folglich eine Kraft die Kugel fortzustossen, dergestalt, daß
würklich in Bewegung gesetzt wird, ehe die Flamme dieselbe unmi
reichet und darauf den Stoß ausübet. Und in diesem Umstande s
Ursache grösten theils zu stecken, daß die Kugel eine schnellere
erhält, als durch die obige Rechnung gefunden worden.

DREYZEHNTER SATZ

erschiedenen Gattungen von Pulver herzuzehlen, und den sichersten Weg anzuzeigen, um die Güte desselben zu erforschen.

Das Pulver, welches wir bißher betrachtet haben, war von derjenigen welches zum Dienst der Regierung bereitet zu werden pflegt. Außer lben aber giebt es noch mancherley andere Arten, davon einige besser, schlechter sind, von welchen ich mir vorgenommen habe einige Nach- zu ertheilen, in so ferne ich dieselben zu untersuchen im Stande ge- bin.

ch muß aber erstlich zum voraus erinnern, daß das Pulver der Regie- wenn dasselbe wohl zubereitet worden, meines Bedünkens so gut ist, mer ein Pulver, so zum allgemeinen Gebrauch verfertiget wird, seyn Ich habe dasselbe mit grosser Sorgfalt untersuchet, und mit andern von Pulver, welche hier in Engelland gemacht, und für die besten ge- werden, dergleichen sind das Bataille-Pulver und andere, in Verglei- gezogen, und ich konnte keinen merklichen Unterscheid dazwischen ehmen. Ich habe dasselbe auch durch vielerley Versuche mit einem ge- Spanischen Pulver, so von St. Jago kommt, verglichen. Und ob ich wenn ich meine Meynung davon sagen soll, das Spanische Pulver befunden: so beträgt doch der Unterscheid nur etwa den funfzigsten echzigsten Theil, und ist demnach allzu klein, als daß man davon mit völligen Gewißheit versichert seyn könnte. Wenn ich auch andere Ex- nte gegen die meinigen halte, so finde ich, daß das Französische Pulver enig von dem unsrigen unterschieden ist: ungeachtet ich hierüber nicht viß seyn kan, als ich wünschte, indem ich nimmer etwas von diesem habe bekommen können. Ich muß aber hierbey nochmahls wiederholen, enn ich von dem Pulver unserer Regierung spreche, ich solches ver- welches nach der verordneten Proportion der Materialien zusammen ge- und wohl durch gearbeitet worden; denn von dieser Art war dasjenige , dessen ich mich in meinen Versuchen bedienet habe.

as stärkste Pulver, womit ich jemahls umgegangen, war, wie ich berichtet n, von einer Art, welche in Holland verfertiget wird. Die Gewalt des- verhält sich zu der Gewalt des Pulvers unserer Regierung beynahe,

wie 5 zu 4. Allein dieses Pulver ist ohne Zweifel aus den feinsten und auserlesensten Materialien bereitet, und allem Ansehen nach noch mit starkem Spiritu gearbeitet worden, dergestalt, daß wenn dasselbe in grosser Menge gemacht werden sollte, die Unkosten, welche darauf verwandt werden müsten, diesen Zuwachs der Gewalt weit überwägen würden.

Das beste Pulver, welches mir nächst diesem vorgekommen, ist in Portugall unter der Aufsicht eines Holländers gemacht worden, welcher seit einigen Jahren bey Lissabon Pulver-Mühlen aufgerichtet. Dieses Pulver ist zwar etwas schwacher, als das vorhergemeldete Holländische, es kommt aber diesem doch näher, als unserem Regierungs-Pulver.

Das gemeine Kram-Pulver, welches hier in Engelland in allen Gewürtz-Läden verkaufft wird, ist nicht nur viel schlechter, als das Regierungs- und Batallien-Pulver, sondern auch über die maßen verschieden, je nach dem Gutdüncken derjenigen, von welchen dasselbe gemacht wird. Ich habe davon vielerley Arten untersucht, deren Stärke sich zu dem Regierungs-Pulver ungefehr verhalten, wie 2 zu 3; es giebt aber darunter noch andere Gattungen, welche noch schlechter sind. Unter allen verschiedenen Sorten aber ist dasjenige das schlechteste, welches für die Africanische Handlung verfertiget, und insgemein Guinea-Pulver genennet wird. Dergleichen schlechtes Pulver aber ist keiner fleißigen Untersuchung werth, indem bey der Zubereitung desselben keine gewissen und festgesetzten Regeln beobachtet werden.

Dieser Unterscheid nun in der Stärke des Pulvers kan von dreyerley Ursachen herrühren: entweder erstlich von der Beschaffenheit der Materien, aus welchen dasselbe bereitet wird, oder zweytens von der Proportion, welche bey Vermischung desselben beobachtet wird, oder drittens von der Art, wie dasselbe gearbeitet wird.

Das Pulver wird, wie jedermann zur Gnüge bekannt, aus Salpeter, Schwefel und Kohlen zusammen gesetzt. Von diesen Materien sind nun der Schwefel und die Kohlen am wohlfeilsten. Und ob es gleich unter diesen einige Arten giebt, welche vor andern zu diesem Ende tüchtig sind: so trägt doch der Unterscheid, wenn man davon die allerbesten nimmt, in Vergleichung der sämmtlichen Kosten, welche bey Verfertigung des Pulvers aufgehen, so wenig aus, daß es sehr ungereimt seyn würde, wenn man Pulver, welches sonsten gut seyn könnte, durch schlechten Schwefel und Kohlen verderben wolte.

Die theuerste Materie bey Verfertigung des Pulvers ist der Salpeter, und eben deswegen rühren auch die meisten Mängel des Pulvers hiervon her. Es

alpeter nichts anders, als eine durch die Erde aus der Luft ge-ie. *Denn wenn eine Quantität Erde*, aus welcher der Salpeter gen worden, wiederum von neuem der Luft eine Zeitlang aus-so wird darinn wiedrum Salpeter erzeuget; und dieses geschieht n *den Versuch auch immer wiederholet*.

eter ist an sich selbst eine unverbrennliche Materie: denn wenn s stärkste Feuer gesetzet wird, so schmeltzet er nur, und ent-immer, wofern keine verbrennliche Materie damit vermischet selbe aber gleich für sich selbst und ohne Vermischung mit an-sich weder entzündet noch brennet, so vermehret derselbe doch, verbrennlichen Materien vermischet wird, die Heftigkeit der Ent-eine gantz erstaunliche Art, und thut in diesem Fall eine weit ung, als die Luft, wenn dieselbe vermittelst etlicher Blase-Bälge r vermischet wird, immer hervorzubringen vermögend ist.

las Pulver erstlich aus Schwefel und Kohlen, welches verbrenn-, und denn aus Salpeter, welches eine unverbrennliche Materie so ist klar, daß wenn die Quantität des Salpeters in Ansehung gen Materien zu groß genommen wird, alsdenn die Verbrenn-nicht hinlänglich sey, allen Salpeter zu verzehren. Dahero in is Feuer nicht so würksam, und folglich das Pulver, wie in dem gemerket worden, nicht so stark seyn wird, als wenn man einen eters davon, und an dessen statt eine gleiche Quantität von den en hinzu thun sollte. Wenn aber im Gegentheil weniger Sal-is Pulver genommen wird, als die beyden übrigen Materien leicht vermögend sind, so ist das Feuer nicht so heftig, als es seyn lasselbe auf keinen so hohen Grad vermehret wird, als geschehen man eine grössere Menge Salpeter zu der Vermischung nehmen

erhellet nun, daß die Güte des Pulvers nicht aus der Menge des iten Salpeters beurtheilet werden könne, ungeachtet diese Materie seyn scheinet der subtilen elastischen Materie, in welcher die bestehet. Denn da sowohl die Verwandlung des Salpeters in elastische Materie, als die daher entstehende Ausdehnungs-Kraft auf der Gewalt des Feuers, womit die Entzündung verknüpfet ist klar, daß es eine solche Proportion in der Vermischung dieser ben müsse, welche zu dem vorgesetzten Endzweck die bequemste die beste Art von Pulver hervor bringt.

Wie nun diese Proportion beschaffen seyn müsse, ist durch die Erfahrung ausgemacht worden, und es scheinet anjetzo eine allgemeine Regel zu seyn, daß in einer jeglichen Quantität Pulver drey Viertel davon aus Salpeter, das übrige Viertel aber aus gleichen Theilen Schwefel und Kohlen bestehen müsse. Diese Verhältniß wird nicht nur von den Franzosen, sondern auch von den meisten Völkern in Europa beobachtet; wir hingegen massen uns weit genauere Bestimmungen der zu dieser Vermischung erforderten Theile an, ob dieselben gleich nicht merklich von der gemeldeten verschieden seyn sollen, und ich bin auch nicht versichert, daß dieselben einigen Vorzug verdienen. Zum wenigsten ist so viel gewiß, daß keine von den bißher bey uns in Engelland üblichen Arten das Pulver zu probiren, vermögend ist, den Unterscheid dazwischen anzuzeigen: und andere Arten von Pulver, welche nach den gewöhnlichen Proportionen gemacht werden, geben den unsrigen nicht viel nach.

Um aber gutes Pulver zu machen, so hat man nicht allein nöthig, auf die gehörige Proportion der Materialien zu sehen; sondern die Sache beruhet noch auf einem andern Umstande von nicht geringerer Wichtigkeit, welcher darinne bestehet, daß die Materialien sehr wohl untereinander vermischet werden müssen. Denn, wenn hierinne nicht alle Sorgfalt angewandt wird, so geschieht es, daß einige Theile allzu viel, andere aber allzu wenig Salpeter in sich enthalten; in beyden Fällen aber wird die Gewalt des Pulvers geschwächet.

Da nun die Güte des Pulvers auf so vielerley Umständen beruhet, nehmlich in der Beschaffenheit und Menge der Materien, aus welchen dasselbe zusammen gesetzt wird, und der Art der Vermischung selbst, so ist es ohne Zweifel eine Sache von sehr grosser Wichtigkeit, daß diejenigen, welche das Pulver in die öffentlichen Magazins empfangen, einen sicheren Weg haben, sich von der Güte desselben zu versichern. Die gemeinste Art zu diesem Zwecke zu gelangen, bestehet hier zu Lande, wenn ich recht berichtet worden bin, darinne, daß man einen kleinen Hauffen von dem Pulver, welches probiret werden soll, auf einem reinen Brett anzündet, und so wohl auf die Flamme und den Rauch, so dabey entsteht, als auch auf die Marken, welche auf dem Brett zurück bleiben, wohl Acht giebt: aus welchen lehrreichen Umständen die Güte des Pulvers sehr genau, wie man dafür hält, soll können beurtheilet werden. Allein, ausser dieser so ungewissen Manier, welche, so sehr dieselbe auch im Schwange seyn mag, dennoch kein verständiger, wie ich glaube, im Ernst gut heissen wird, pflegen noch bey besondern Gelegenheiten bißweilen andere Proben angestellt zu werden, welche alle eine genaue Verwandschaft mit den gemeinen Pulver-Proben, welche in den Kramläden feil sind, haben. Nur pflegen dieselben

ner ausgearbeitet zu seyn, und an statt einer Feder ein Gewicht
ls welches eine gewissere und gleichförmigere Gewalt ist.
gleich diese Maschinen einen grösseren Grad der Vollkommenheit
die gemeinen Pulver-Proben, so sind dieselben doch auch sehr
tigkeiten unterworfen. Denn da dieselben nur allein durch die
er Flamme in Bewegung gesetzt werden, und die folgende Aus-
darauf weiter keinen Einfluß hat, so können auch dieselben die
es entzündeten Pulvers nicht mit der Gewißheit und Gleichför-
en, als man von dieser Art Versuchen zu fordern pflegt. Dero-
genöthiget zu glauben, daß die Art, welche in Frankreich im
und nach welcher daselbst das Pulver aus den Pulver-Mühlen
nommen zu werden pflegt, weit richtiger sey. Man verfährt aber
der Gestalt: In einem jeglichen Magazin befindet sich ein kleiner
rser, mit dem dazu gehörigen Gestell nach einem bestimmten
s durch das ganze Königreich einerley ist, festgesetzt. Dieser
tändig auf 45° gerichtet, und hält accurat drey Unzen Pulver.
nun diese Regel beständig beobachtet, daß kein Pulver in die
nommen wird, wovon nicht drey Unzen, so in die Kammer des
n werden, eine wichtige Kugel[1]) von $7\frac{1}{2}$ Zoll im Diameter zum
Französische Faden weit herauswerfen.
det aber gegen diese Art ein, daß wenn man ein jegliches Faß
chergestalt probiren wollte, die Beschwehrlichkeit, sowohl um
mer zu laden, als die Kugel zurück zu hohlen, unerträglich,
Verlust so groß seyn würde, daß man mit dergleichen Arbeit
Ende kommen könnte. Wollte man aber eine grosse Anzahl
mit einigen wenigen angestellte Probe hin annehmen, so würde
uffen, daß sich einige schlechte darunter befänden, und hierdurch
ein grosser Unterschleif vorgehen. Hierzu kommt noch eine
igkeit, welche von grösserer Wichtigkeit ist, und diese bestehet
n Ungleichheit, welche sich zwischen dem Gewicht der Kugel,
e des Pulvers, womit dieselbe fortgetrieben wird, befindet: der-
diesem Fall das Pulver seine Kraft weit länger ausübet, und
en weit grösseren Raum ausdehnet, als jemahls bey dem würk-
h desselben zu geschehen pflegt. Da nun hierzu einige Zeit
so nimmt inzwischen die Hitze der Flamme merklich ab, und

schen Text *a solid ball*, das heißt eine Vollkugel. F. R. S.

ein grosser Theil desselben entwischet durch das Zündloch und den Spielraum der Kugel, dergestalt, daß die Grösse der Bewegung, welche durch die Entzündung des Pulvers in diesem Fall hervorgebracht wird, nur ein wenig mehr, als halb so groß ist, als dieselbe seyn müßte, wenn das Pulver mit seiner vollen Gewalt auf die Kugel würkete, und die gedachten Umstände, wodurch die Gewalt geschwächet wird, nicht vorhanden wären. Da nun um dieser Ursachen willen die forttreibende Gewalt des Pulvers nach keinem beständigen Gesetze vermindert wird, so kann es geschehen, daß nach der Beschaffenheit dieser veränderlichen Umstände, die Kugel auf sehr verschiedene Weiten geworfen wird, und also daraus nichts sicheres auf die Gewalt des Pulvers geschlossen werden kann.

Dieser letzte Einwurf fällt nun gänzlich weg, wenn man sich derjenigen Manier bedienen will, wodurch ich die Stärke aller verschiedenen Arten von Pulver untersuchet habe, welches durch die Bestimmung der würklichen Geschwindigkeit, womit eine Kugel durch die gewöhnliche Ladung heraus getrieben worden, geschieht. Da nun diese Geschwindigkeit, so groß dieselbe auch immer seyn mag, aus der Bewegung, welche dem Pendulo durch den Stoß von der Kugel eingedrücket wird, nach den hier oben ausgeführten Grundsätzen leicht bestimmt werden kann, so scheinet diese Methode eine herrliche Verbesserung der in Frankreich üblichen Manier zu seyn, um dieselbe an statt dieser einzuführen. Ob ich aber gleich versichert bin, daß diese Probe mit dem Pendulo weit richtiger, und nicht so mühsam seyn, dabey auch viel geschwinder von statten gehen würde, so wollte ich doch zum Gebrauch, weil diese Art keine geringe Aufmerksamkeit und Sorgfalt erfordert, und dadurch in der Ausübung, wenn eine grosse Anzahl Fässer ein jedes insbesondere untersucht werden soll, etwas unbequem fallen dürfte, eine andere Art vorschlagen, welche nicht weniger gewiß, und mit solcher Geschwindigkeit ins Werk gerichtet werden kann, daß der gröste Theil der Arbeit bloß allein in der Abwägung der Quantität Pulver, so aus einem jeden Faß genommen werden muß, bestehen sollte. Und auf diese Art würden drey oder vier Menschen vermögend seyn, in einem Morgen biß auf 500 Fässer zu probiren. Ueber dieses könnten die zu diesem Ende erforderten Maschinen aus gegossenem Eisen verfertiget, und wegen des wohlfeilen Preises sehr leicht nach Belieben vermehret werden. Dem sey aber wie ihm wolle, so werde ich vor jetzo die Beschreibung dieser Art das Pulver zu probiren noch zurück halten, und auf eine andere Zeit versparen; inzwischen aber zur Betrachtung des Wiederstands der Luft, welches eine Materie von der grösten Wichtigkeit zur Verbesserung und Erweiterung der Artillerie ist, fortschreiten.

ANMERKUNG

lt des Pulvers beruhet, wie aus obigem zur Gnüge erhellet, auf Punckten: erstlich auf der Menge der subtilen elastischen Materie, uft einerley zu seyn gewiesen worden, welche aus einer gegebe- Pulver durch die Entzündung erzeuget wird, und zweytens auf eit der Entzündung selbst. Je mehr Luft also in dem Pulver je grösser ist auch die Dichtigkeit derselben, und folglich wird lehnungs-Kraft, worinne die Gewalt des Pulvers bestehet, um so Hierinne ist auch schon zugleich dasjenige enthalten, was oben ren Materie der Flamme, welche mit in Bewegung gesetzt werden swegen die forttreibende Kraft des Pulvers vermindert wird, an- len. Denn je mehr Luft aus einer gegebenen Quantität Pulver , je kleiner muß nothwendig der Ueberrest, welcher die gröbere acht, seyn. Dahero hat man von einem solchen Pulver, worinne Menge zusammen gedruckter Luft enthalten ist, einen doppelten warten: indem daraus nicht nur eine stärkere Ausdehnungs-Kraft dern auch die Menge der gröberen Materie, welche zugleich in setzt werden muß, um so viel geringer ist. Hiernechst kommt derheit auf die Plötzlichkeit der Entzündung an, als wodurch ssene Luft von ihren Banden befreyet, und in Stand gesetzet aft auszuüben. Je geschwinder sich also die Entzündung durch Vesen des Pulvers ausbreitet, je grösser wird auch die Kraft, so ht, indem gleich im ersten Augenblick eine grössere Gewalt vor- velche auf die Kugel würket, und auch nachgehends darauf zu ihrt. Durch die Plötzlichkeit der Entzündung wird aber auch de Gewalt noch aus einem andern Grunde vermehret; denn je Pulver Feuer fängt, je grösser ist auch die Hitze, so dabey her- ird. Da nun durch die Hitze, wie wir oben gesehen, die Elasti- t sehr merklich vermehret wird, so entspringt daher auch ein Zuwachs in der Gewalt des Pulvers.

von der Stärke einer jeglichen Art von Pulver eine vollkommene erlangen, so ist nöthig, daß man erstlich wisse, wie viel Luft in en Quantität Pulver enthalten sey, und denn zweytens, wie viel ehe, indem sich die Entzündung durch alles Pulver ausbreite. Das ch nun auf diejenige Art, welche der Autor in den ersten Sätzen

dieses Capitels ausgeführt, durch Versuche bestimmen; über das letztere aber kan man nicht wohl zu einer völligen Gewißheit gelangen, indem die Zeit, in welcher die gänzliche Entzündung geschieht, allzukurz, und auch auf solchen veränderlichen Umständen beruht, daß dieselbe allem Ansehen nach nicht immer einerley seyn wird. Wir wollen demnach dasjenige, was oben über den ersten Punkt durch Versuche ausgemacht worden, zusammen nehmen, und in Erwegung ziehen.

Der Verfasser hat seine Versuche über diejenige Art von Pulver, welche in Engelland zum Dienst der Regierung gemacht zu werden pflegt, angestellt, und die Menge der darinne eingeschlossenen Luft auf eine doppelte Art bestimmt: erstlich in Ansehung des Raums, und zweytens in Ansehung des Gewichts. Durch die erste Art hat er befunden, daß die in einem cubischen Zoll Pulver enthaltene Luft, nachdem sich dieselbe mit der natürlichen Luft auf einerley Grad der Dichtigkeit ausgebreitet, einen Raum von 244 cubischen Zollen auszufüllen vermögend sey. Da nun in einem cubischen Zoll Pulver 244 cubische Zoll natürliche Luft in einem sehr zusammen gepreßten Zustande enthalten, so ist klar, daß wenn in einer Canonen oder in einem Mußketen-Lauf die Länge des Raums AC (Fig. 9), welche mit Pulver angefüllet worden, $= b$ gesetzt wird, die darinne eingeschlossene Luft einem Cylinder von natürlicher Luft gleich sey, dessen Dicke mit der Weite des Laufes CC einerley, die Länge aber $= 244b$ ist. Nachdem aber der Verfasser das Gewicht dieser in dem Pulver enthaltenen Luft mit dem ganzen Gewicht des Pulvers verglichen, so hat er befunden, daß sich jenes zu diesem verhalte, wie 3 zu 10. Da nun in dem vorigen Fall das Gewicht der eingeschlossenen Luft dem Gewicht einer Luft-Säule gleich war, deren Höhe $= 244b$, so muß das Gewicht der ganzen Ladung von Pulver dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{10}{3} \cdot 244b = 813b$. Folglich sind die gröbern Theile, woraus das Pulver besteht, dem Gewicht nach einer Luft-Säule gleich, deren Höhe $= 569b$. Da sich nun diese gröbern Theile bey der Entzündung nicht ausdehnen, wenn wir setzen, daß die Luft in den Pulverkörnern 800 mahl dichter sey, als die natürliche, und folglich anfänglich in dem Raum AC einen Theil eingenommen habe, dessen Länge $= \frac{244}{800}b$, so ist der Ueberrest $= \frac{556}{800}b$, welcher theils von der gröbern Materie der Pulverkörner, theils von der zwischen den Körnern befindlichen Luft eingenommen wird. Wenn wir also setzen, daß die Zwischenräumlein zwischen den Pulver-Körnern den fünften Theil des ganzen Raums austragen, so bleibt für die gröbere Materie des Pulvers allein ein Raum übrig, dessen Länge

so viel Raum muß auch die gröbere Materie des Pulvers nach ung beständig einnehmen.

n mit dieser Art von Pulver andere Arten zu vergleichen, so tzen, daß die in einer andern Art von Pulver enthaltene Luft ichen Luft-Säule gleich sey, deren Länge $= mb$, wenn nehm- Länge des Raums AC andeutet, und daß die Schwehre des Pulvers einer Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= nb$. Wenn wir annehmen, daß die in den Poris des Pulvers enthaltene Luft 0 mahl dichter sey, als die natürliche, so muß dieselbe vor ung einen Raum einnehmen, dessen Länge $= \frac{m}{800}b$: folglich, wenn schen-Räumlein wiederum der fünfte Theil angenommen wird, so lie gröbere Materie ein Raum übrig, dessen Länge $= \frac{640-m}{800}b$. un wissen wollen, was die verschiedenen Werthe der Buchstaben der Geschwindigkeit der Kugel austragen können, so dürfen wir hnung auf diesen Fall richten. Es sey demnach die Länge des s $AB = a$; k die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht dem Ge- ugel gleich ist; und b die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht tät der natürlichen Luft gleich ist. Man setze $AM = x$, und Kugel von CC schon biß in MM fortgetrieben worden, so sey ndigkeit $= \sqrt{v}$; dergestalt, daß, indem die Kugel durch $Mm = dx$ e Höhe v um dv grösser werde. Um nun diese Vermehrung der keit in der Kugel hervor zu bringen, so wird dazu eine Gewalt elche dem Gewicht einer Luft-Säule, so $= \frac{k\,dv}{dx}$, gleichet. Da ferner n und subtilen Theile des Pulvers insgesammt ihrer Schwehre Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= nb$, so wird zur Acceleration ie eine Kraft erfordert $= \frac{nb\,dv}{2dx}$, welche Formul Statt findet, die erie mag durch den ganzen Raum AM gleich zerstreuet seyn, r oben angenommen, die eine Hälfte davon mit der Kugel fort- erden, die andere aber an dem Boden AA zurückbleiben. Wenn hen nichts von der sämtlichen Materie des Pulvers durch das Zünd- ielraum verlohren gegangen, so ist die Kraft, welche zur Accelo- ht der Kugel, als des Pulvers selbst erfordert wird,

$$= \left(k + \frac{1}{2}nb\right)\frac{dv}{dx},$$

mag sich auf einmal plötzlich entzündet haben, oder nicht.

Wir wollen setzen, das Pulver habe sich anfänglich alles auf einma entzündet, so ist daraus ein Cylinder, dessen Höhe $= mb$, Luft entstand welche nebst der gröbern Materie im Raum AM enthalten ist. Da nun gröbere Materie allein davon einen Platz

$$= \frac{640 - m}{800} b$$

einnimmt, so bleibt für die Luft über

$$x - \frac{(640 - m)b}{800}.$$

So viehmahl also diese Grösse $x - \frac{(640 - m)b}{800}$ kleiner ist, als mb, so viehma wird die Luft dichter seyn, als die natürliche. Man setze der Kürze halb

$$\frac{800 mb}{800x - (640 - m)b} = s,$$

so wird die Dichte der in AM zusammen gedruckten Luft s mahl grös seyn, als der natürlichen: und folglich ihre Elasticität durch die Höhe ein natürlichen Luft-Säule ausgedruckt werden, deren Höhe

$$= h\left(s + \frac{ss}{6q}\right) = h\left(s + \frac{ss}{4800}\right),$$

wenn wir nehmlich für q, als den höchsten Grad der Dichte der Luft, 8 setzen. Diese Höhe muß aber noch wegen der Erhitzung durch den Buc staben β multipliciret werden, dessen Werth ungefehr 4 ist. Hieraus en springt also, wenn der Gegendruck und Wiederstand der äusseren Luft n in Betrachtung gezogen wird, diese Vergleichung:

$$\left(k + \frac{1}{2} nb\right) \frac{dv}{dx} = \beta h\left(s + \frac{ss}{4800}\right) - h - \frac{1}{2} v,$$

welche, wenn man die kleinsten Terminos wegläßt, diese Integral-Aequatio dargiebt:

$$\left(k + \frac{1}{2} nb\right) v = \beta mbh\, l\, \frac{800x - 640b + mb}{160b + mb}$$

oder

$$v = \frac{\beta mbh}{k + \frac{1}{2} nb}\, l\, \frac{800x - 640\,b + mb}{160b + mb}.$$

..t man also, daß die Geschwindigkeit um so viel grösser heraus-, folglich das Pulver um so viel besser sey, je grösser die Zahl ..leiner die Zahl n ist: das ist, je mehr Luft in einer gegebenen ..ulver eingeschlossen, und je leichter zugleich das Pulver selbst ist ..len letzteren Umstand betrift, so trägt derselbe sehr wenig aus, ..r wohl völlig aus der Acht gelassen werden: weil das Pulver ..erley Schwehre hat, und dieselbe nicht wohl vermindert werden ..aber auch eine kleine Verringerung der Schwehre desselben möglich ..rde doch dadurch keine merkliche Vermehrung in der Geschwindig-..gel entstehen: dahero es hierbey hauptsächlich auf die Größe der ..lurch die Menge der in dem Pulver eingeschlossenen Luft angezeigt ..mt. Wenn dahero bey allen Arten von Pulver die sämmtliche Ent-.. einem Augenblick, wie unser Verfasser behaupten will, geschahe, ..e Güte des Pulvers nicht richtiger, als aus der Größe der Zahl m ..verden können. Da nun derselbe bey Untersuchung des Regierungs-.. Werth dieses Buchstabens $m = 244$ befunden, so muß man dieje-.. von Pulver, in welchen m noch grösser ist, als 244, für besser, ..ber, wo m einen kleinern Werth hat, für schlechter halten. Hier-.. man also den richtigsten Weg, die Güte des Pulvers zu erfor-..ten, welcher in Anstellung derjenigen Versuche, welche der An-..mmung dieser Zahl m vorgeschlagen, bestehen würde; allein die ..e wegen der vielen Umstände, welche dabey in Acht genommen ..sen, allzu weitläuftig und beschwerlich fallen.

..ich aber alles Pulver auf einmahl entzündete, wie hier mit dem Ver-..ommen worden, so würde man noch viel leichter zu diesem Zweck ..men. Denn in diesem Fall würde es gnug seyn, auf die allererste ..elche das Pulver nach der Entzündung ausübet, allein zu sehen: und ..de würde man sich der gemeinen Pulver-Proben, vermittelst welcher .. Pulvers aus der Höhe, worauf ein Gewicht durch die Gewalt des ..ieben wird, beurtheilt zu werden pflegt, mit dem grösten Vortheil ..men. Der Autor setzt auch selbst an dieser gemeinen Art das ..probiren nichts anders aus, als daß dadurch nur die erste Kraft ..gezeigt werde. Wenn sich aber, wie der Autor selbst behauptet, .. auf einmahl entzündet, so beruhet die folgende Ausdehnungs-Kraft ..lein auf der ersten, dergestalt, daß je grösser oder kleiner diese ..n ersten Augenblick befunden wird, auch die ganze Gewalt des .. so viel grösser oder kleiner seyn muß. Wenn dahero der Ver-

fasser diese gemeine Art der Pulver-Proben für unrichtig halten will, so wiederspricht er sich selbst, indem er dabey die plötzliche Entzündung des Pulvers, welche er doch vorher so hartnäckig behauptet, läugnet, oder zum wenigsten in Zweifel zieht. Ungeachtet wir aber in diesem Stücke das Gegentheil behauptet haben, so können wir doch dieser gemeinen Probirungs-Art, wenn die Maschinen mit gehörigem Fleiß verfertiget sind, nicht allen Nutzen absprechen. Denn, wenn sich auch nicht alles Pulver in dem ersten Augenblick auf einmahl entzündet, so beruht doch die ganze Gewalt meistentheils auf der Stärke des ersten Stosses, und wenn die Zeit, welche zur völligen Entzündung gleicher Quantitäten Pulver erfordert wird, einerley ist, so kann auch die ganze Gewalt richtig aus dem ersten Stoß beurtheilet werden. Wenn sich aber hierinne eine Ungleichheit befinden sollte, so müste man die gewöhnlichen Pulver-Proben dergestalt verändern, daß das Pulver einige Zeit auf den Körper, welcher in Bewegung gesetzt werden soll, würken könnte, und eine solche Verbesserung würde allem Ansehen nach nicht schwer ins Werk zu richten seyn.

Vielleicht bestehet auch die neue Manier des Verfassers, das Pulver zu probiren, welche er als ein Geheimniß verschweigt, in nichts anders, als in einer bequemen Verbesserung der gemeinen Pulverproben: und es dürfte ein tüchtiger Künstler dieselben nach einigen Versuchen leicht heraus bringen. Die ganze Sach würde nehmlich nur darauf ankommen, daß man das untere Gefäße, worein das Pulver gethan wird, etwas tiefer machte, und demselben die Gestalt eines kleinen Cylinders gäbe, damit das Pulver nicht die ganze Höhlung desselben ausfüllte. Ferner müste man das Gewicht, welches in die Höhe getrieben werden soll, in Gestalt eines Propfs verfertigen, daß dasselbe mit dem untern Ende genau in den Cylinder hinein paßte, und biß auf das Pulver hinein gesteckt werden könnte. Auf diese Art würde nicht nur die Gewalt des Pulvers im ersten Augenblick auf dieses Gewicht würken, sondern auch so lange fortdauren, biß dasselbe gänzlich aus dem Cylinder heraus getrieben worden. Und da dieses Gewicht in Ansehung der geringen Quantität Pulver, welche zu der Probe gebraucht wird, sehr groß ist, und folglich in keine so schnelle Bewegung gesetzt werden kann: so kann gnug seyn, wenn nur das unterste Ende sehr kurz in Gestalt eines Propfs formirt wird, indem, ehe dasselbe aus dem unteren Cylinder heraus getrieben wird, schon so viel Zeit vorbey geht, daß sich inzwischen alles Pulver, oder doch zum wenigsten nach Proportion so viel, als in Canonen zu geschehen pflegt, entzünden kann.

DAS ZWEYTE CAPITEL

VON DEM WIEDERSTANDE DER LUFT) DEM WEGE WELCHEN EINE KUGEL ODER BOMBE IN DER LUFT BESCHREIBET

Ehe ich die Ausführung der Materie, wovon in diesem Capitel gehandelt en soll, mit allem Fleiß unternehme, so wird nöthig seyn zu erinnern, ast alle Autores, welche hiervon geschrieben, als eine gewisse und unßliche Regel angenommen haben, daß, so lange sich ein Körper in eben lben flüßigen Materie beweget, der Wiederstand, welchen derselbe antrift, ndig den Quadraten der Geschwindigkeit desselben proportional sey. Das venn die Geschwindigkeit eben desselben Körpers an einem Ort seines dreymahl so groß ist, als an einem andern, so müsse der Wiederstand en ersten Orte neun mahl grösser seyn, als an dem letztern. Wenn aber eschwindigkeit an einem Orte 4 mahl so groß wäre, als an einem an- so müßte der Wiederstand der grösseren Geschwindigkeit 16 mahl grösser als der kleinern, und so weiter. Ob nun gleich diese Regel, wenn sie llgemein angenommen wird, sehr stark von der Wahrheit abweicht, wie olgenden deutlich dargethan werden soll, so ist dieselbe doch der Wahr- gänzlich gemäß, wenn sie in gewisse Gränzen eingeschränket wird. Und o werden wir uns in unsern künftigen Untersuchungen derselben als richtigen Regel bedienen können, wenn der Unterscheid zwischen den hiedenen Geschwindigkeiten des Cörpers, welcher dem Wiederstande aus- zt ist, sehr klein ist. Wenn wir also in dem folgenden sagen werden, der Wiederstand der flüßigen Materie je nach der Veränderung der Ge- indigkeit grösser oder kleiner werde, so muß hierunter nicht die Ver- ung oder Verminderung des Wiederstands, welche kraft dieser Regel Platz

findet, verstanden werden; sondern wir wollen alsdenn so viel sagen, daß der Wiederstand des Cörpers grösser oder kleiner sey, als derselbe nach dieser Regel seyn sollte: oder man muß hierunter eine Vermehrung oder Verminderung der wiederstehenden Kraft der flüßigen Materie selbst verstehen, dergleichen verursacht zu werden pflegt, wenn die Dichte derselben flüßigen Materie entweder vermehret oder vermindert wird. Denn die fürnehmste Absicht unsers gegenwärtigen Vorhabens bestehet darinne, daß wir unumstößlich beweisen wollen, daß je nach den verschiedenen Gründen sowohl der Zusammendrückung der flüßigen Materie, als der Geschwindigkeit des darinne bewegten Cörpers, solche Veränderungen in der wiederstehenden Kraft derselben entstehen können, dergleichen nach den insgemein angenommenen Grundsätzen kaum würden hervorgebracht werden können, wenn man auch die Dichte dreymahl grösser annehmen wollte. Und diesen Satz werden wir in der folgenden Abhandlung auf eine solche überzeugende Art behaupten, daß nicht der geringste Zweifel dagegen übrig bleiben soll.

ERSTER SATZ

Die allgemeinen Grundsätze des Wiederstands, welchen flüßige Materien auf harte Cörper, so sich darinne bewegen, ausüben, zu beschreiben und fest zu setzen.

Um sich von dem Wiederstande der flüßigen Materien, welchen die darinne bewegten Cörper leiden, einen deutlichen Begriff zu machen, so ist nöthig, daß man nachfolgende zwey Arten von flüßigen Materien wohl von einander unterscheide. Die erste Art begreifft in sich alle diejenigen flüßigen Materien, welche durch ein aufliegendes Gewicht dergestalt zusammen gedruckt sind, daß dieselben den Raum, welchen ein Cörper darinn verlässt, immer auf das schnellste ausfüllen, und keinen Augenblick leer lassen. Zu der andern Art gehören solche flüßige Materien, welche entweder gar nicht, oder nicht so stark zusammen gedruckt sind, daß der Raum, welchen ein darinne bewegter Cörper hinter sich zurück läßt, nicht einige Zeit solte leer bleiben können. Aus diesem Unterscheid zwischen den flüßigen Materien entstehen nun sehr merkwürdige Veränderungen in den Gesetzen, nach welchen der Wiederstand bestimmet wird; und es ist insonderheit unumgänglich nöthig, daß man den-

ohl in Betrachtung ziehe, wenn man die Würkung der Luft auf die
nd Bomben ausfündig machen will. Denn es finden sich in der Luft
n vorher gemeldten Eigenschaften, je nachdem sich ein Cörper darinne
ler oder langsamer bewegt.
n eine flüßige Materie also beschaffen wäre, daß sich alle Theilchen
in einer Entfernung von einander befänden, und keine Würkung auf
ausübten, so würde man den Wiederstand, welchen ein Cörper in
hen flüßigen Materie anträffe, aus der Bewegung, so daher in den
derselben verursachet wird, leicht ausrechnen können. Denn, wenn
Exempel, ein Cylinder seiner Länge nach in einer solchen flüßigen
ewegte, so würde derselbe die Theilchen, welche er antrift, mit einer
Bewegung gerade vor sich herstossen; wenn man nehmlich annimmt,
der Cylinder, noch die Theilchen der flüßigen Materie, elastisch seyn.
n, wenn sowohl die Geschwindigkeit, als der Diameter des Cylinders,
nt angenommen werden, und über dieses auch die Dichtigkeit der
Materie gegeben wird, so läßt sich daher die Größe der Bewegung,
n Theilchen dieser flüßigen Materie mitgetheilet wird, bestimmen,
a eine jede Würkung der Gegenwürkung gleich ist, dem Verlust,
er Cörper inzwischen an seiner Bewegung leidet, gleich seyn muß:
ch wird auf diese Art die Größe des Wiederstands, welchen ein Cy-
dieser flüßigen Materie leidet, erkannt werden.
n also die flüßige Materie solcher gestalt beschaffen ist, daß die Theil-
elben unter sich nicht verbunden, sondern von einander abgesondert
kann ein jegliches Theilchen die Bewegung, so demselben eingedruckt
um wenigsten einige Zeit lang fortsetzen, ohne die übrigen um sich
n Theilchen, in ihrem Zustand zu stören. Dahero, wenn an statt
ders, welcher sich seiner Länge nach in der flüßigen Materie zu be-
setzt worden, ein anderer Cörper angenommen wird, welcher auf die
dieser flüßigen Materie schief aufstösst, so wird die Richtung, nach
iese Theilchen in Bewegung gesetzet werden, mit derjenigen, nach
ch der Cörper selbst beweget, nicht einerley seyn, sondern die Di-
nes jeglichen Theilchens wird auf die Oberfläche des Cörpers, von
asselbe fortgestossen wird, perpendicular seyn. Und in diesem Fall
der Wiederstand des Cörpers nicht aus der gantzen Bewegung,
n Theilchen der flüßigen Materie mitgetheilet wird, sondern nur aus
n Theil derselben, welcher mit der Bewegung des Cörpers einerley
hat, geschätzet werden. In solchen flüßigen Materien also, wo die

Theilchen von einander abgesondert sind, beruhet die Grösse des Wie
hauptsächlich auf der Figur und Schiefe des vördersten Theils der (
des Cörpers, und ist dahero sehr großen Veränderungen, nach der vers
Beschaffenheit dieser Oberfläche, unterworfen; wenn auch gleich d
schnitt des Cörpers, so auf seine Direction perpendicular gemacht
allen Fällen einerley ist. Und der Herr ISAAC NEWTON hat ins
dargethan, daß, wenn sich eine Kugel in einer solchen flüßigen Materie
der Wiederstand derselben nur halb so groß seyn müsse, als eines
welcher mit der Kugel einerley Diameter hat, und sich seiner Lä
mit einer gleichen Geschwindigkeit in eben derselben flüßigen Materie

Ob aber gleich die Betrachtung einer solchen flüßigen Materie
klärung der Natur des Wiederstandes sehr nützlich ist, so ist uns d
einzige flüßige Materie von dieser Art, welche in der Welt würkl
treffen wäre, bekannt. Denn alle flüßige Materien, von welchen v
Kenntniß haben, sind so beschaffen, daß ihre Theilchen entweder
würklich berühren, oder doch zum wenigsten dergestalt auf einande
als wenn sie sich in einer solchen Verknüpfung befänden. Bey sol
ständen kann sich also kein Theilchen, auf welches ein Körper stößt,
ohne zugleich eine grosse Anzahl anderer Theilchen, deren einige
davon entfernet sind, in Bewegung zu setzen. Ferner kann auch
gung, welche solchergestalt einem Theil der flüßigen Materie eingedr
keine bestimmte Direction haben, sondern dieselbe muß in einem
Theilchen anders beschaffen seyn, je nach der Verschiedenheit der La
sehung der übrigen Theilchen, von welchen die Bewegung herkömmt
nun eine grosse Anzahl solcher Theilchen nach sehr verschiedenen
nen bewegen werden, so wird dadurch die Grösse des Wiederstandes
ein darinne bewegter Körper leidet, und welcher aus der Grösse
flüßigen Materie eingedruckten Bewegung, nur in so ferne dieselbe
Bewegung des Körpers einerley Direction hat, bestimmt werden n
anders heraus kommen, als in dem vorigen Fall, und die Berech
Wiederstands wird folglich auch bey diesen Umständen weit schw
verworrener werden.

Wenn eine flüßige Materie durch das Gewicht der über sich be
Theile zusammen gedruckt ist, in dergleichen Zustande sich alle uns

1) I. NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia, Lo
p. 322. F. R. S.

flüssige Materien, nur allein ihre Oberfläche ausgenommen, befinden, und wenn ferner die Geschwindigkeit eines darinne bewegten Körpers kleiner ist, als diejenige, mit welcher die Theilchen der flüßigen Materie kraft ihrer Zusammendrückung in einen leeren Raum hinein zu dringen vermögend sind, so ist klar, daß in diesem Fall immer der Raum, welchen der bewegte Körper hinter sich verläßt, in einem Augenblick von der flüßigen Materie wiederum angefüllet werde, und daß die Theilchen derselben, auf welche der Körper mit seinem vordern Theil stößt, an statt daß dieselben vorwärts getrieben werden sollten, ihre Direction nach und nach verändern, und ihren Weg gegen den hintern Theil des Körpers nehmen, und solchergestalt das Gleichgewicht wiederum herstellen müssen, welches sonsten durch den beständigen Zufluß der flüßigen Materie in die von dem Körper verlassenen Oerter gestöret werden würde. In diesem Fall muß also die vorwärts gerichtete Bewegung der flüßigen Materie, und dahero auch der Wiederstand des Körpers, welcher darauf beruhet, viel kleiner seyn, als in dem erst angeführten Fall, in welchem allen Theilchen der flüßigen Materie eine gleiche Bewegung mit dem Körper selbst, und nach eben derselben Direction eingedruckt worden. Der Herr Isaac Newton hat nun bewiesen, daß der Wiederstand, welchen ein Cylinder, der sich seiner Länge nach in einer zusammen gedruckten flüßigen Materie beweget, dergleichen wir hier zuletzt betrachtet haben, viermal kleiner sey, als der Wiederstand, welchen eben dieser Cylinder leiden würde, wenn sich derselbe mit einer gleichen Geschwindigkeit in einer solchen flüßigen Materie bewegte, dergleichen wir anfänglich beschrieben haben: wenn nehmlich in beyden Fällen die Dichtigkeit der flüßigen Materie gleich groß angenommen wird.[1])

Ueber dieses ist der Wiederstand, welchen ein Körper in dergleichen zwey verschiedenen flüßigen Materien antrift, nicht nur der Grösse nach so sehr unterschieden, sondern es befindet sich auch ein grosser Unterscheid, nachdem die Figur der darinn bewegten Körper verschieden ist.

Wir haben gewiesen, daß in einer flüßigen Materie, deren Theilchen von einander abgesondert sind, dergleichen wir zu erst beschrieben haben, die Schiefe der vordersten Oberfläche des Körpers sehr viel zur Verminderung des Wiederstandes beytrage. Allein in zusammen gedruckten flüßigen Materien

---

1) I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia, Londini 1726, p. 327. F. R. S.

findet diese Regel nicht mehr statt; zum wenigsten entstehet daher kein so beträchtlicher Unterscheid. Denn in zusammen gedrückten flüßigen Materien beruhet die Grösse des Wiederstands hauptsächlich auf der grösseren oder kleineren Leichtigkeit, mit welcher die flüßige Materie, welche durch den vordern Theil des Körpers fortgestossen wird, ihre Bewegung nach dem hintern Theil desselben umlenket. Da nun dieser Umstand, wenn derselbe ja etwas beyträgt, durch die Figur des bewegten Körpers sehr wenig verändert wird, und beynahe einerley bleibt, der Körper mag eine cylindrische, conische, oder Kugel-runde Figur haben, so folgt daraus, daß, woferne nur der Quer-Durchschnitt des Körpers, und folglich die Menge der flüßigen Materie, welche in Bewegung gesetzt werden muß, einerley bleibt, die Verschiedenheit der Figur keine merkliche Veränderung in der Grösse des Wiederstands verursachen könne.

Dieser Wiederstand nun, welchen ein in einer solchen zusammen gepreßten flüßigen Materie bewegter Körper leidet, wenn die Geschwindigkeit desselben viel kleiner ist, als diejenige, welche die Theilchen der flüßigen Materie, kraft ihrer Zusammendrückung, erlangen können; dieser Fall, sage ich, ist von dem Herrn Isaac Newton sehr vollständig ausgeführet worden, als welcher die Grösse dieses Wiederstands nach der verschiedenen Grösse der darinn bewegten Körper, und nach der Dichtigkeit der flüßigen Materie, mit allem Fleiß bestimmet hat. Er erinnert aber dabey ganz ausdrücklich, daß die Regeln, welche er dazu angenommen, nicht allgemein wären, und ohne Einschränkung mit der Wahrheit nicht bestehen könnten: sondern, daß die Zusammendrückung der flüßigen Körper um so viel grösser gesetzt werden müsse, je grösser die Geschwindigkeit der darinn bewegten Körper wäre. Inzwischen haben doch einige unwissende Schriftsteller, welche diesem grossen Mann gefolget, und diese Erinnerung aus der Acht gelassen, seine Bestimmungen ohne Unterscheid auf alle Grade der Geschwindigkeit, welche ein harter Körper in einer flüßigen Materie immer haben kann, gezogen, ohne auf die verschiedenen Grade der Zusammendrückung der flüßigen Materien zu sehen, von welchen der Wiederstand herkommt: und auf diese Art haben sie den Wiederstand der Luft auf

geschieht, so wird der Körper des Drucks von hinten, wodurch sonsten der Wiederstand einiger maassen im Gleichgewicht gehalten wird, beraubet, und er muß auf dem vordern Theil das ganze Gewicht der entgegen druckenden Gewalt noch ausser der Bewegung, welche den Theilen der flüßigen Materie mitgetheilet wird, ertragen. Und weil über dieses die Bewegung dieser Theile, welche vor dem Körper hergetrieben werden, von der zusammendrückenden Kraft der flüßigen Materie in diesem Fall nicht so stark hinterwärts gelenket werden kann, so weicht auch ihre Direction weniger ab von derjenigen, nach welcher sie unmittelbahr von dem Körper fortgestossen werden: und um dieser Ursache willen kommt diese Art des Wiederstands derjenigen, welche wir zuerst betrachtet haben, je länger je näher, wo die Theilchen der flüßigen Materie keine Verbindung untereinander hatten, sondern die ihnen eingedruckte Bewegung ohne Hinderniß fortsetzen konnten. Derohalben, da wir schon vorher angemerket haben, daß der Wiederstand einer solchen nicht zusammen gedrückten flüßigen Materie auf einen Cylinder, so sich seiner Länge nach darinn beweget, viermahl grösser sey, als der Wiederstand einer gleich dichten aber genugsam zusammen gedrückten flüßigen Materie, so folget daraus, daß der Wiederstand einer flüßigen Materie, wenn ein lediger Raum hinter dem Körper gelassen wird, bey nahe viermahl grösser werden könne, als von eben derselben flüßigen Materie entstehen würde, wenn kein solcher lediger Raum hinter dem Körper Statt fände. Denn wenn der Raum, welchen der Körper hinter sich verläßt, nicht sogleich wiederum angefüllt wird, so haben wir gewiesen, daß der Wiederstand fast von eben der Natur seyn müsse, als wenn die Theilchen der flüßigen Materie gänzlich von einander abgesondert wären.

In diesen Umständen scheinet sich nun ein Cylinder zu befinden, welcher sich mit sehr verschiedenen Graden der Geschwindigkeit in einer zusammen gedrückten flüßigen Materie beweget: dergestalt, daß wenn derselbe seine Bewegung mit einer sehr grossen Geschwindigkeit anfängt, und darinne so lange fortläuft, biß seine Geschwindigkeit fast gänzlich zernichtet worden, alsdenn die wiederstehende Kraft der flüßigen Materie bey dem Anfang der Bewegung beynahe viermahl grösser, als bey dem Ende seyn wird. In einer Kugel aber wird der Unterscheid nicht so groß seyn, weil wegen der Schiefe seiner Oberfläche, der Wiederstand in einer nicht zusammen gedrückten flüßigen Materie nur ungefehr zweymahl grösser ist, als in einer hinlänglich zusammen gedrückten; denn die Schiefe seiner Oberfläche vermindert den Wiederstand nur in einem Fall, und nicht in dem andern. Unterdessen da die zusammendrückende Kraft der flüßigen Materie, wenn auch hinter dem Körper ein leerer

Raum zurück bleibt, dennoch die schiefe Bewegung der Theilchen der flüßigen Materie, welche vor dem Körper her gestossen worden, einiger massen zurück lenken kann, und weil sich auch in diesen Theilchen, wenn die flüßige Materie elastisch ist, ein grösserer Grad der Dichtigkeit befindet: so ist sehr wahrscheinlich, daß der Wiederstand einer Kugel, welche sich mit einer sehr grossen Geschwindigkeit in einer zusammen gedrückten flüßigen Materie beweget, ungefehr ein Mittel seyn werde zwischen dem Wiederstand einer Kugel und eines Cylinders in einer nicht zusammen gedrückten flüßigen Materie. Wenn also die Geschwindigkeit groß genug ist, so können wir annehmen, daß die wiederstehende Kraft mehr als zweymahl, und doch weniger als viermahl grösser sey, als wenn sich eben dieselbe Kugel mit einem geringen Grad der Geschwindigkeit in eben derselben flüßigen Materie bewegte. Wir werden dahero vielleicht nicht viel fehlen, wenn wir annehmen, daß eine Kugel, wenn dieselbe mit der grösten Geschwindigkeit bewegt wird, bey nahe, in Ansehung der Geschwindigkeit, einen dreymahl grössern Wiederstand antreffe, als wenn dieselbe langsam fortgehet.

Weil also diese Vermehrung der wiederstehenden Kraft Platz findet, wenn die Geschwindigkeit des bewegten Körpers so groß ist, daß derselbe einen vollkommen ledigen Raum hinter sich zurück läßt, so müssen bey kleineren Geschwindigkeiten einige Grade der Vermehrung sehr merklich werden. Denn wenn auch durch die zusammendrückende Kraft der flüßigen Materie der Raum, welchen der Körper hinter sich verläßt, in einem Augenblick aufgefüllet wird, so müssen dennoch, wenn die Geschwindigkeit, womit die flüßige Materie in den von dem Körper verlassenen Raum hinein dringet, nicht viel grösser ist, als diejenige, womit sich der Körper selbst beweget, die obgemeldten Gründe, welche wir auf den Fall eines vollkommen ledigen Raums angeführet haben, noch einiger maßen auch in diesem Fall, obgleich nicht in einem so hohen Grad, statt finden. Und derohalben können wir nicht setzen, daß dieser Zuwachs des Wiederstandes, dessen wir bisher Erwehnung gethan haben, plötzlich verschwinde, so bald die zusammen druckende Kraft der flüßigen Materie just vermögend ist, dem leeren Raum hinter dem bewegten Körper vorzubeugen: sondern wir müssen bedencken, daß in diesem Fall der gedachte Zuwachs nur vermindert werde, je nachdem die Geschwindigkeit, mit welcher die Theile der flüßigen Materie dem Körper nachfolgen, diejenige, womit der Körper fortgehet, mehr oder weniger übertrift.

Hieraus schließen wir nun, daß wenn eine Kugel in einer solchen flüßigen Materie mit einer weit grösseren Geschwindigkeit fortgetrieben wird, als die

Theilchen derselben kraft ihrer Zusammendrückung in einen leeren Raum hineinzudringen vermögend sind, dergestalt, daß hinter der Kugel in ihrer Bewegung nothwendig ein leerer Raum zurück gelaßen wird, daß, sage ich, alsdenn in diesem Fall der Wiederstand, welchen die Kugel antrift, beynahe dreymal grösser in Ansehung ihrer Geschwindigkeit seyn werde, als derselbe nach der von Herrn Isaak Newton für langsame Bewegungen gegebenen Regel gefunden wird. Wir können auch ferner sicher schließen, daß die wiederstehende Kraft der flüßigen Materie mit der Geschwindigkeit des Körpers nach und nach abnehme, biß dieselbe endlich, wenn die Bewegung allbereit so schwach worden, daß dieselbe in Ansehung der Geschwindigkeit, womit die flüßige Materie zu folgen vermögend ist, beynahe für nichts zu achten ist, sich völlig nach des Herrn Isaak Newtons Regel richte, welche er für zusammen gedruckte flüßige Materien gegeben hat.

Aus dieser Bestimmung ersehen wir also, wie sehr sich diejenigen betrügen, welche behaupten, daß der Wiederstand einer jeglichen flüßigen Materie auf alle darinne bewegte Körper allzeit den Quadraten der Geschwindigkeit proportional sey. Denn aus demjenigen, was hier angeführt worden, erhellet klärlich, daß diese Regel nur alsdenn der Wahrheit nahe komme, wenn die Veränderungen in der Geschwindigkeit des Körpers sehr klein sind, und daß dieselbe, ohne sehr gröblich zu fehlen, nimmer gebraucht werden könne, wenn für sehr verschiedene Grade der Geschwindigkeit der Wiederstand bestimmt werden soll.

Nachdem wir nun diese Gründe fest gesetzt haben, so wollen wir jetzt weiter fortschreiten, und den Wiederstand der Luft ins besondere durch Experimente zu bestimmen uns bemühen. Hieraus wird man überführet werden, wie genau diese Betrachtungen mit der vermittelst der Versuche würklich entdeckten Würkung der flüssigen Materien übereinstimmen; und man wird auch daraus erkennen, wie sehr sich alle diejenigen Lehrer[1]) betrogen haben, welche sich eingebildet, daß der Wiederstand der Luft, welchen aller Gattung Kugeln und Bomben darinn antreffen, kaum einiger Aufmerksamkeit werth sey.

1) Im englischen Original *theorists*. F. R. S.

ERSTE ANMERKUNG

Weil ein Körper, welcher sich in einer flüßigen Materie beweget, nicht fortgehen kann, ohne die ihm im Wege stehenden Theilchen derselben Materie in Bewegung zu setzen, so muß dadurch nothwendig die Geschwindigkeit desselben vermindert werden. Denn da keine Bewegung ohne Kraft hervor gebracht werden kann, so wird zu Fortstossung der Theilchen der flüßigen Materie eine Kraft erfordert. Eben diese Kraft würkt aber hinwiederum rückwärts auf den Körper selbst, und vermindert folglich seine Bewegung. Dieses folget auch aus dem bekannten Grundsatz der Mechanic, daß kein Körper einem andern eine Bewegung mittheilen könne, ohne zugleich selbst eben so viel von seiner eigenen Bewegung zu verliehren; und hierauf gründen sich die allgemeinen Regeln, nach welchen die Bewegungen zweyer auf einander stossenden Körper nach dem Stoß verändert werden.

Fragt man aber weiter nach der ersten Ursache dieser Veränderungen, so beruhet dieselbe auf dem Vermögen, welches alle Körper, in so ferne dieselben aus Materie bestehen, haben, in ihrem Zustande unverändert zu verharren. Dieses Vermögen ist nehmlich eine wesentliche Eigenschaft der Materie, und derselben eben so eigen, als die Ausdehnung selbst, dergestalt, daß gleichwie die Materie ohne Ausdehnung nicht bestehen kann, dieselbe eben so wenig ohne dieses Vermögen, in ihrem Zustande unverändert zu verharren, bestehen kann. Dieses Vermögen äußert sich eben so wohl in ruhenden, als bewegten Körpern. Denn ein ruhender Körper muß kraft dieses Vermögens beständig in Ruhe bleiben, und kann nimmer eine Bewegung erhalten, wofern keine äußerliche Kraft dazu kommt, wodurch derselbe in Bewegung gesetzt wird. Gleicher gestalt, wenn sich ein Körper in Bewegung befindet, so muß derselbe beständig eben diese Bewegung unverändert fortsetzen, wofern keine äußerliche Kraft darinne eine Veränderung verursachet. So oft nun entweder ein Körper, welcher vorher stille gestanden, in Bewegung gesetzt wird, oder ein bewegter Körper in seiner Bewegung eine Veränderung leidet: so kann man immer versichert seyn, daß eine äusserliche Kraft darauf gewürket habe.

Es kommen aber bey einer jeglichen Bewegung zwey Stücke zu betrachten vor, nehmlich die Geschwindigkeit, und die Richtung oder Direction derselben, und daher hat auch ein jeglicher Körper kraft seines Wesens das Vermögen, diese beyden Stücke, als wodurch sein Zustand bestimmet wird, unverändert zu erhalten. Wenn also ein Körper einmahl in Bewegung gesetzet worden,

und keine äußerliche Kraft auf denselben würket, so behält derselbe beständig so wohl einerley Geschwindigkeit, als auch einerley Richtung. Wenn man aber wahrnehmen solte, daß entweder die Geschwindigkeit oder die Richtung derselben, oder beide Stücke zugleich geändert würden: so kan man daraus den sichern Schluß ziehen, daß eine solche Veränderung von einer fremden Kraft verursachet worden. Da nun in der Welt alle Augenblicke dergleichen Veränderungen vorgehen, und darinnen weder eine beständige Ruhe, noch eine gleichförmige Bewegung angetroffen wird, so wird hier billig die Frage aufgeworfen, woher alle diejenigen Kräfte kommen, von welchen diese Veränderungen entspringen.

Um diese Frage zu beantworten, haben verschiedene Weltweise behauptet, daß die Körper noch außer dem Vermögen in ihrem Zustande unverändert zu verharren, mit einer Kraft begabet seyn, ihren Zustand immerfort zu verändern. Ausser dem aber, daß auf diese Weise der Materie zwey ganz wiederwärtige Eigenschaften zugeschrieben werden, so wird man dadurch auch nicht einmahl in Stand gesetzt, die geringste Veränderung, welche in der Welt vorgehet, zu erklären. Die Natur hat auch zu diesem Ende keine besondern Kräfte nöthig, sondern wie dieselbe in allen ihren Würkungen beständig den einfältigsten und kürzesten Weg erwehlet, also bedienet sich dieselbe zu Hervorbringung aller Veränderungen keiner andern Kräfte, als eben des vorhergemeldten Vermögens, womit alle Körper begabt sind, in ihrem Zustande zu verharren.

Dieses scheinet zwar dem ersten Anblick nach etwas wiedersprechendes in sich zu enthalten, indem man schwerlich begreifen kan, wie eine Kraft, welche die Körper in ihrem Zustande zu erhalten bestimmet ist, zugleich auch alle Veränderungen hervor bringen könne. Wenn man aber diese Sache in reifere Erwegung zieht, so sieht man bald, daß diese wesentliche Eigenschaft aller Körper, wodurch sie sich in ihrem Zustand zu erhalten bemühet sind, nicht nur vermögend seyn könne, Veränderungen zu verursachen, sondern daß auch in der That alle Veränderungen, welche wir zu erklären im Stande sind, von nichts anders, als dieser allgemeinen Eigenschaft herrühren.

Um diese Würkung begreiflich zu machen, so darf man sich nur zwey Körper vorstellen, deren einer stille steht, der andere aber mit einem gewissen Grad der Geschwindigkeit auf den erstern loßgehet. Wir wollen um der Deutlichkeit willen den erstern Körper, welcher stille steht, mit dem Buchstaben A, den andern aber, welcher gegen diesen läuft, mit dem Buchstaben B bemerken. Der erstere Körper A hat nun ein Vermögen, in seiner Ruhe unverändert zu verbleiben, der andere aber B hat ein

Vermögen, gleichfalls in seinem Zustande zu verharren, das ist, mit seiner Geschwindigkeit nach seiner Richtung oder nach einer geraden Linie fortzugehen. Wenn nun der Körper B würklich zu dem Körper A kömmt, so sieht man wohl, daß keiner von beyden in seinem Zustande verbleiben könne, ohne daß zugleich der Zustand des andern sehr merklich verändert werde. Denn solte der Körper A in seinem Stillstande verharren; weil der andere durch diesen nicht durchdringen kann, so müßte derselbe entweder auch plötzlich stille stehen, oder zurück prellen, oder seitwärts abweichen; in allen Fällen aber würde sein voriger Zustand gar sehr verändert. Solte aber der Körper B seine Bewegung unverändert fortsetzen, so müste derselbe den Körper A vor sich her stossen; und folglich würde der Körper A aus seinem vorigen Zustande gebracht werden. Da es nun nicht möglich ist, daß diese beyden Körper zugleich in ihrem vorigen Zustande verharren, und auch keine Ursache vorhanden ist, warum nur vielmehr in einem, als dem andern allein eine Veränderung vorgehen sollte, so folget nothwendig, daß beyde Körper zugleich eine Veränderung ihres Zustandes leiden müssen. Der Körper A wird nehmlich in Bewegung gesetzt, die Geschwindigkeit aber des Körpers B vermindert werden. Weil nun die Ursache, wodurch ein Körper in seinem Zustand verändert wird, eine Kraft genennet zu werden pflegt, so ist klar, daß die Kräfte, wodurch in dem erzehlten Fall der Zustand beyder Körper A und B verändert wird, in nichts anders bestehen, als in dem Vermögen, welches ein jeder Körper hat, in seinem Zustande zu verharren. Also ist das Vermögen, welches der Körper A hat, in seinem Zustande zu verharren, die Ursache und folglich die Kraft, welche in dem Zustand des Körpers B die Veränderung hervor bringt; und hinwiedrum ist das Vermögen, womit der Körper B begabet ist, in seinem Zustande zu verbleiben, die Ursache und also die Kraft, durch welche in dem Körper A eine Veränderung vorgehet.

So lange also ein Körper seinen Zustand unverändert erhalten, das ist entweder in seinem Ruhestand verbleiben, oder seine Bewegung unverrückt fortsetzen kann, so äußert sich darinne nichts anders, als das Vermögen in seinem Zustande zu verharren; so bald aber dieser Körper einen Wiederstand antrift, welcher verhindert, daß derselbe in seinem Zustand nicht verbleiben kann, so wiederstehet eben dieses Vermögen der Veränderung, so darinne vorgehen soll, und übet eine Kraft aus, die Hindernisse aus dem Weg zu räumen. Es entstehen demnach alle Kräfte, welche sich in der Welt befinden, aus nichts anders, als aus dem Vermögen, womit alle Körper begabet sind, in ihrem Zustand zu verharren, und welches sich in eine Kraft verwandelt, so bald der Zustand zweyer

rer Körper dergestalt gegen einander läuft, daß keiner beybehalten n, ohne zugleich die übrigen zu verändern. Weil nun dergleichen der Welt unaufhörlich vorkommen, da entweder auf einen ruhenden ere stossen, oder verschiedene in Bewegung gesetzte Körper ein-gnen, so äussern sich auch beständig solche Kräfte, wodurch der nes jeglichen Körpers verändert wird. Und hieraus sieht man, daß erungen, welche in der Welt geschehen, bloß allein von dem Ver-lches alle Körper haben, in ihrem Zustand unverändert zu ver-vorgebracht werden können. Wenn man diese Sache genauer unter-vird man in der That finden, daß der Zustand eines jeglichen Kör-n so ferne verändert wird, als derselbe andere Körper antrift, welche nd nicht erhalten können, ohne daß in demselben eine Veränderung Vie groß nun in einem jeglichen Fall, wenn zwey Körper dergestalt kommen, daß nicht beyde in ihrem Zustand verbleiben können, die g sey, welche in einem jeden ins besondere vorgeht, wird in der estimmet.

iesem Grunde beruhet nun die ganze Lehre von dem Wiederstand , welche sich in einer flüßigen Materie, als Wasser oder Luft, be-enn wenn ein Körper in einer solchen flüßigen Materie seine Be-nverrückt fortsetzte, so müßte nothwendig eine ziemliche Menge woraus die flüßige Materie bestehet, fortgestossen und in Bewegung erden. Da nun diese Theilchen gleichfalls mit einem Vermögen, in ande zu verharren, begabet sind, so wiederstehen sie einer solchen : und dahero muß in dem Zustande der Körper selbst auch eine ng vorgehen, welche um so viel grösser seyn wird, je mehr Theil-lüßigen Materie in Bewegung gesetzt werden müssen, und je grösser erung ist, so darinne vorgehen muß. Wenn also die Veränderung, der flüßigen Materie verursacht wird, bekannt wäre, so könte man Grundsätzen der Mechanic ausrechnen, wie groß die Veränderung, dem Körper selbst vorgeht, seyn müßte. Hierinne bestehet nun der nd, welchen ein bewegter Körper in einer flüßigen Materie leidet, folglich aus den mechanischen Grundsätzen bestimmet werden.

ZWEYTE ANMERKUNG

Der Autor betrachtet erstlich eine solche flüßige Materie, deren Theilchen dergestalt von einander abgesondert sind, daß ein jegliches davon die ihm eingedruckte Bewegung einige Zeit unverändert fortsetzen kann, ohne von den umliegenden darinnen gestöret zu werden. Ob nun gleich dieser Begrif der Natur aller flüßigen Materien entgegen ist, und in der ganzen Welt keine solche Materie gefunden wird, so dienet derselbe doch den Grund zur Erkenntnis des Wiederstandes zu legen. Wenn sich nun ein Körper in einer solchen flüßigen Materie beweget, so stösset derselbe beständig auf neue Theilchen; weil diejenigen, welche schon vorher den Stoß ausgehalten, die ihnen eingedruckte Bewegung fortsetzen, ohne den Zustand der übrigen zu verrücken: und wenn diese flüßige Materie für sich still zu stehen angenommen wird, so befinden sich alle Theilchen derselben, worauf der Körper in einem jeden Augenblick stößt, in einer vollkommenen Ruhe. Die Berechnung des Wiederstands, welchen der Körper in dieser flüßigen Materie leidet, beruhet also darauf, daß man bestimme, wie viel ein Körper in einem jeglichen Augenblick von seiner Bewegung verliere, wenn derselbe beständig auf eine gewisse Anzahl kleiner Theilchen stößt, welche stille stehen, und deren Dichte in Ansehung des Körpers bekannt ist. Dieses läßt sich dahero durch die bekannten Regeln, nach welchen die Bewegung zweyer aneinander stossenden Körper verändert wird, ausmachen, wenn man nur vorher weiß, ob diese Theilchen, nebst dem Körper, elastisch sind, und nach dem Stoß von einander prallen, oder nicht, in welchem Fall dieselben nach dem Stoß beisammen bleiben. Wir wollen hier diese beyden Fälle, als von welchen in dem Wiederstande ein sehr grosser Unterscheid entsteht, ins besondere in Betrachtung ziehen.

Es soll also für das erste keine elastische Kraft vorhanden seyn, dergestalt, daß die Theilchen, welche von dem Körper schon in Bewegung gesetzet worden, vor demselben hergehen, dennoch aber in den übrigen keine Veränderung verursachen. Damit man nun, um sich dieses deutlicher vorzustellen, keine Schwierigkeiten finde, so darf man sich nur einbilden, daß diejenigen Theilchen, welche schon den Stoß vom Körper ausgehalten, plötzlich verschwinden oder zernichtet werden, damit in dem Zustand der übrigen keine Veränderung vorgehe, ehe der Körper gleichfalls an dieselben stößt. Denn weil der ganze Begrif einer solchen flüßigen Materie bloß allein in der Einbildungs-Kraft besteht, so steht es uns frey auch noch diese Bedingung hin-

zusetzen: als wodurch der Endzweck, weswegen man eine solche flüßige Materie betrachtet, um so viel leichter erhalten wird. Wir wollen also setzen (*Fig.* 11), *daß der Vordertheil des Körpers MM, mit welchem derselbe auf*

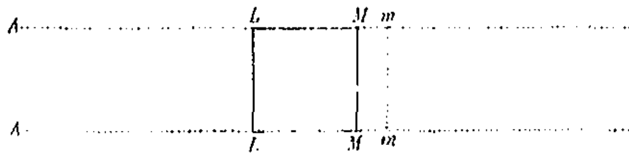


Fig. 11.

die Theilchen der flüßigen Materie stößt, flach, und zugleich auf die Richtung AM, *nach welcher der Körper fortgehet, perpendicular sey.* Es sey der Innhalt dieser vordern Fläche $MM = cc$, die Länge des Körpers, welcher als ein Cylinder betrachtet werden kan, $LM = a$; und die Geschwindigkeit, womit derselbe anjetzt würklich fortgehet, soll durch $\sqrt{v}$ ausgedruckt werden, oder v bedeutet die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eine gleiche Geschwindigkeit erlangt. Die Dichte des Körpers werde ferner durch m, und die Dichte der flüßigen Materie durch n ausgedrückt. Hieraus wird die Massa des Körpers $= macc$. Indem nun der Körper durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortrücket, so muß derselbe die Theilchen der flüßigen Materie, welche in diesem Raum $MmmM$ enthalten sind, fortstossen; und da die Massa dieser Theilchen ist $= nccdx$, so kommt es hier auf die Auflösung dieser Frage an: um wie viel die Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ eines Körpers, dessen Massa $= macc$, vermindert werde, wenn derselbe auf einen andern still stehenden Körper, dessen Massa ist $= nccdx$, stößt. Vor dem Stoß ist also die Größe der Bewegung

$$= macc\sqrt{v},$$

und da nach dem Stoß die Geschwindigkeit des Körpers ist

$$\sqrt{(v + dv)} = \sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}},$$

welche derselbe mit den Theilchen der flüßigen Materie $nccdx$, so inzwischen fortgestossen worden, gemein hat, so wird die Grösse der Bewegung beyder Cörper zugleich nach dem Stoß seyn

$$= (macc + nccdx)\left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right),$$

welche nach den Gesetzen der Mechanic der vorigen Grösse der Bewegung $macc\sqrt{v}$ gleich seyn muß. Hieraus entspringt also diese Vergleichung

$$macc\sqrt{v} = (macc + nccdx)\left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right),$$

welche in diese verwandelt wird:

$$0 = \frac{maccdv}{2\sqrt{v}} + nccdx\sqrt{v},$$

woraus man bekommt

$$dv = -\frac{2nccv}{macc}dx.$$

Hieraus erhellet, daß die Bewegung des Körpers eben so vermindert werde, als wenn das Gewicht eines aus der flüßigen Materie bestehenden Cylinders dagegen druckte, dessen Basis oder Dicke $= cc$, und dessen Höhe $= 2v$; denn die Massa, und folglich das Gewicht eines solchen Cylinders, wird seyn $= 2nccv$, und da die Massa des Körpers ist $macc$, so muß die Bewegung desselben, indem derselbe durch den Weg dx fortrücket, um so viel vermindert werden, als diese Aequation

$$dv = -\frac{2nccv}{macc}dx$$

anzeiget, welche mit der obigen vollkommen überein kommt. Wenn sich also ein solcher Körper in einer solchen flüßigen Materie beweget, so ist die Kraft des Wiederstands gleich dem Gewicht eines aus dieser flüßigen Materie bestehenden Cylinders, dessen Basis mit der Oberfläche des Körpers $MM = cc$ einerley, und dessen Höhe gleich ist der doppelten Höhe $2v$, wodurch die Geschwindigkeit des Körpers ausgedruckt wird. Da nun die Höhe v dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, so siehet man, daß der Wiederstand einer solchen flüßigen Materie den Quadraten der Geschwindigkeit der darinn bewegten Körper proportional sey; wenn nehmlich die vordere Fläche des Körpers MM perpendicular auf die Theilchen der flüßigen Materie stösset.

Solchergestalt verhält sich also der Wiederstand einer solchen flüßigen Materie, wenn keine Elasticität vorhanden ist, und folglich keine Zurückprallung nach dem Stoß geschieht. Wenn aber so wohl der Körper, als die Theilchen der flüßigen Materie, mit einer vollkommenen Elasticität begabet sind, so muß die im vorigen Fall entstehende Würkung nach den Gesetzen der aneinander stossenden elastischen Körper berechnet werden. In diesem

Fall prellen nun die Theilchen der flüßigen Materie von dem Körper zurück, und bekommen folglich einen grösseren Grad der Geschwindigkeit, als der Körper selbst hat. Dahero sind in diesem Fall zwey Sachen unbekannt, erstlich die Geschwindigkeit des Körpers, und denn auch die Geschwindigkeit der Theilchen der flüßigen Materie nach dem Stoß. Um diese beyden Sachen zu bestimmen, so muß mit dem vorher gebrauchten Grundsatz, kraft welchem einerley Quantität der Bewegung vor und nach dem Stosse erhalten wird, noch dieser andere Grundsatz verknüpfet werden, daß bey vollkommenen elastischen Körpern auch einerley sogenannte lebendige Kraft vor und nach dem Stoß erhalten werde. Die lebendige Kraft eines Körpers aber wird gefunden, wenn man die Massam durch das Quadrat der Geschwindigkeit multipliciret. Wenn wir also, wie vorher, die Geschwindigkeit des Körpers, dessen Massa ist $= macc$, vor dem Stoß durch $\sqrt{v}$, nach dem Stoß aber durch

$$\sqrt{(v + dv)} = \sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}$$

ausdrucken, die Geschwindigkeit der flüßigen Materie hingegen, deren Massa ist $= nccdx$, auf welche der Körper stößt, indem derselbe durch den Raum $Mm = dx$ fortgehet, nach dem Stoß durch $\sqrt{u}$ angezeigt wird, als welche vor dem Stoß $= 0$ gewesen: so wird die Grösse der Bewegung vor dem Stoß seyn

$$= macc\sqrt{v},$$

nach dem Stoß aber

$$= macc\left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right) + nccdx\sqrt{u}.$$

Woraus diese Gleichheit nach dem erstern Grund-Satz entspringet:

$$0 = \frac{maccdv}{2\sqrt{v}} + nccdx\sqrt{u}.$$

Die lebendige Kraft vor dem Stoße wird seyn

$$= maccv,$$

nach dem Stoß aber

$$= macc(v + dv) + nccudx,$$

aus deren Vergleichung man erhält

$$0 = maccdv + nccudx.$$

Da nun aus der erstern Aequation gefunden wird

$$\sqrt{u} = \frac{-madv}{2ndx\sqrt{v}}$$

und allso

$$u = \frac{m^2a^2dv^2}{4nndx^2v},$$

die andere Aequation aber giebt

$$u = \frac{-madv}{ndx},$$

so bekommt man

$$\frac{madv}{4nvdx} = -1 \quad \text{oder} \quad dv = \frac{-4nccvdx}{macc}.$$

Dahero ist in diesem Fall der Wiederstand eben so groß, als wenn gegen den Körper das Gewicht eines aus der flüßigen Materie bestehenden Cylinders druckte, dessen Basis der Dicke des Körpers $MM = cc$ gleich ist, und dessen Höhe viermahl so groß, als diejenige v, wodurch die Geschwindigkeit des Körpers ausgedruckt wird. Da nun in dem vorigen Fall die Höhe des entgegen druckenden Cylinders nur $= 2v$ gefunden worden, so siehet man, daß in dem gegenwärtigen Fall wegen der Elasticität der Wiederstand zweymahl so groß sey, als in dem vorigen, wo keine Elasticität vorhanden gewesen. In beyden Fällen aber, wenn sich eben derselbe Körper mit verschiedenen Graden der Geschwindigkeit in eben derselben flüßigen Materie beweget, so ist der Wiederstand immer den Quadraten der Geschwindigkeit proportional. Wenn aber die Dichtigkeit der flüssigen Materie grösser oder kleiner wird: so wird auch der Wiederstand um eben so viel grösser oder kleiner. Weil nun auf diese Art die Veränderung der Geschwindigkeit des Körpers leicht gefunden wird, so kann auch daher die ganze Bewegung desselben, so wie selbige nach und nach abnimmt, ohne Schwierigkeit bestimmet werden.

Wir haben aber hier nur den Fall betrachtet, wenn der vordere Theil des Körpers, welcher auf die Theilchen der flüßigen Materie stoßt, nicht nur eine Fläche, sondern auch auf die Direction der Bewegung perpendicular ist. In diesem Fall ist die Gewalt des Wiederstands der Bewegung des Körpers schnurstracks entgegen, und vermindert folglich nur die Geschwindigkeit derselben, ohne seine Direction zu verändern. Dahero ein solcher Körper seine Bewegung nach einer graden Linie fortsetzt, und sein Zustand nur allein in Ansehung der Geschwindigkeit verändert wird. Es ist also noch übrig, daß

wir den Wiederstand bestimmen, wenn die vordere Fläche des Körpers mit seiner Direction einen schiefen Winkel macht, als woraus nachgehends auch der Wiederstand für alle so wohl gerade, als krummlinichte Figuren, ausgefunden werden kann.

Wir wollen also setzen, die Figur des Körpers sey also beschaffen, wie die Fig. 12 ausweiset, dergestalt, daß der Körper $LLMM$, welcher sich nach

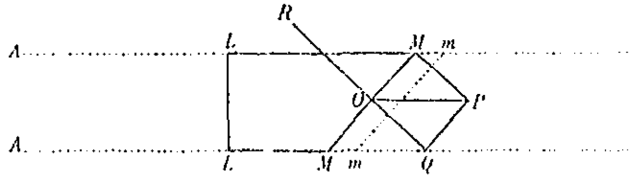


Fig. 12

der Direction OP in der flüßigen Materie beweget, mit seiner schiefen Fläche MM auf die Theilchen der flüßigen Materie stosse. Indem also dieser Körper durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortgehet, so muß derselbe die in dem Raum $MMmm$ enthaltene flüßige Materie fortstossen. Wenn nun wie vorher die vordere Fläche des Körpers $MM = cc$ gesetzt wird, so ist die Menge der flüßigen Materien nicht mehr wie vorher $= ccdx$: sondern dieselbe muß nach der Verhältniß des Radii zum Sinu des Winkels MOP, unter welchem der Vordertheil des Körpers auf die flüßige Materie stösset, vermindert werden. Wenn also der Radius $= 1$, und der Sinus des Winkels $MOP = q$ gesetzt wird, so wird die Menge der flüßigen Materie, welche in Bewegung gesetzt werden muß, indem der Körper durch den Weg $Mm = dx$ fortrücket, durch $ccqdx$ ausgedrücket, und müßte der vorher gefundene Wiederstand noch mit q multipliciret werden, wenn nehmlich sonsten die Würkung einerley wäre. Allein da der Körper nicht gerade, sondern schief auf diese flüßige Materie stösset, so ist auch der Wiederstand nicht so groß, als in dem vorhergehenden Fall, und muß folglich noch aus diesem Grunde nach den Regeln der Mechanic durch q multipliciret werden. Dahero verhält sich der Wiederstand der Fläche cc, wenn dieselbe perpendicular auf die flüßige Materie stößt, zu dem Wiederstand, wenn eben dieselbe unter einem schiefen Winkel, dessen Sinus $= q$, fortgehet, wie das Quadrat des Radii 1 zum Quadrat des Sinus qq. Da aber ferner die flüßige Materie nur in so fern wiedersteht, als die Bewegung des Körpers gerade auf MM gerichtet ist, so ist die Direction der wiederstehenden Kraft perpendicular auf die Fläche MM. Wenn also die Ge-

schwindigkeit des Körpers durch die Höhe v ausgedruckt wird, so ist die wiederstehende Kraft, deren Direction OR perpendicular ist auf MM, gleich dem Gewicht eines aus eben dieser flüßigen Materie bestehenden Cylinders, dessen Basis $= cc$, und die Höhe entweder $= 2qqv$ oder $= 4qqv$, je nach dem sich der Stoß nach den Regeln der nicht elastischen, oder vollkommen elastischen Körper richtet. Weil nun in dem gegenwärtigen Fall der Körper nach der Linie OR, welche auf die vordere Fläche MM perpendicular ist, zurück gestossen wird, diese Direction aber mit der Direction der Bewegung einen schiefen Winkel macht, so wird dadurch nicht nur die Geschwindigkeit des Körpers vermindert, sondern es wird auch seine Direction verändert. Denn wenn wir diese Kraft, welche entweder durch $2nccqqv$ oder durch $4nccqqv$ ausgedruckt wird, wenn nehmlich wie vorher n die Dichte der flüßigen Materie anzeigt, nach zwey Directionen auflösen, davon eine der Direction der Bewegung gerade entgegen gesetzt, die andere aber auf dieselbe perpendicular ist, so wird die erstere

$$= {}^{2}_{4}\, nccq^3 v,$$

die letztere aber

$$= {}^{2}_{4}\, nccqqv \sqrt{(1 - qq)}.$$

Durch jene wird die Geschwindigkeit des Körpers vermindert, durch diese aber, die Direction der Bewegung verändert. Wir wollen für die zwey Zahlen ${}^{2}_{4}$ den Buchstaben μ setzen, welcher folglich, wenn die Körper keine Elasticität haben, durch 2, wenn aber eine vollkommene Elasticität vorhanden ist, durch 4 ausgedruckt wird, und P soll die Massam, oder das Gewicht des bewegten Körpers anzeigen. Hieraus ist nun klar, daß, indem der Körper durch $Mm = dx$ fortgehet, erstlich seine Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ dergestalt vermindert werde, daß

$$dv = \frac{-\mu nccq^3 v dx}{P}.$$

Hernach wird auch inzwischen die Direction dergestalt verändert werden, daß der Körper nach der Krümmung eines Zirkelbogens fortgehen wird, wovon der Radius

$$= \frac{2P}{\mu nccqq \sqrt{(1 - qq)}}.$$

So bald aber der Körper seine Direction verändert, so wird auch die Schiefe, womit derselbe auf die Theilchen der flüßigen Materie stößt, verändert, und

bekömmt folglich der Sinus q einen anderen Werth. Ueber dieses wird sich auch der Körper selbst umkehren, und also bald mit einem andern Theil seiner Oberfläche an die Theilchen der flüßigen Materie anstossen. Solchergestalt, da der Wiederstand alle Augenblicke verändert wird, so wird der Körper daher auch eine sehr verwirrte Bewegung bekommen.

Aus dem Wiederstand, welchen eine schief bewegte Fläche in einer flüßigen Materie leidet, kann nun der Wiederstand eines jeglichen Körpers, was für eine Figur derselbe immer haben mag, berechnet werden. Allhier sind aber insonderheit die runden Körper, welche sich nach der Direction ihrer Axe bewegen, vor andern merkwürdig, weil in denselben nur allein die Geschwindigkeit vermindert wird, die Direction aber unverändert bleibet. Denn da ein solcher Körper rings herum gleich stark auf alle Seiten getrieben wird, so zernichten sich alle diese Kräfte unter einander, daß daher gar keine Würkung in der Bewegung des Körpers entstehen kann.

Ein runder Körper entstehet nun, wenn eine beliebige Figur um eine Axe herum gedrehet wird. Es sey dahero (Fig. 13) ADB die Figur, aus deren Herumdrehung um die Linie AB der Körper entsteht, dessen Wiederstand wir hier untersuchen wollen, wenn sich derselbe nach der Direction seiner Axe BAE in einer flüßigen Materie bewegt. Man siehet also leicht, daß wenn die Figur ADB ein halber Zirkul ist, der daher entstehende Körper eine Kugel seyn werde. Wir wollen aber erstlich die Rechnung insgemein auf eine jegliche krumme Linie, welche für ADB angenommen werden kan, richten. Vor allen Dingen

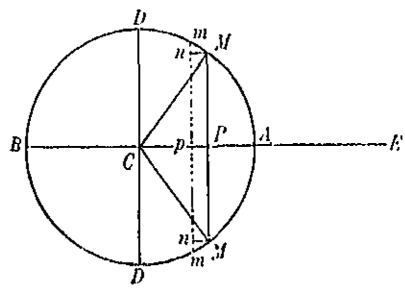


Fig. 13.

muß man nun denjenigen Theil des Umfangs, welcher auf die flüßige Materie stößt, von dem übrigen Theil wohl unterscheiden. Dieser Theil des Umfangs, auf welchen der Wiederstand geschieht, entsteht aber aus dem Theil AMD der angenommenen krummen Linie, und erstreckt sich von A bis D, wo sich der Umfang rückwärts zu schwingen anfängt, das ist gemeiniglich, wo die Tangens der Axe AB parallel wird. Man nehme nun nach Belieben eine Perpendicular-Linie MP auf die Axe AB, und setze $AP = x$, $PM = y$; ferner sey mp der vorigen MP unendlich nahe, und zugleich parallel, und ziehe Mn der Axe parallel, so wird

$Pp = Mn = dx$, $mn = dy$ und $Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$,

man setze aber Kürze halber

$$Mm = ds$$

Durch die Herumdrehung dieses Läuchens Mm um die Axe AB ein Ring, dessen äussere Fläche seyn wird

$$2\pi y ds,$$

wenn $1:\pi$ die Verhältniß andeutet zwischen dem Diameter eines Zi seinem Umkreiß. Dieser Ring stoßt nun allenthalben auf die Thei flüßigen Materie gleich schief auf, nehmlich unter einem Winkel $= nM$ Sinus folglich ist $= \frac{dy}{ds}$, und Cosinus $= \frac{dx}{ds}$. Wenn also die Geschw des Körpers durch $\sqrt{v}$, und die Dichte der flüßigen Materie durch gedruckt wird: so ist der Wiederstand des obgedachten Ringes, w nehmlich $2\pi y ds$ für cc und $\frac{dy}{ds}$ für q setzet

$$= \mu n \cdot 2\pi y ds \cdot \frac{dy^2}{ds^2} \cdot v = \frac{2\mu\pi n v y dy^2}{ds},$$

dessen Direction nach der Linie MC, so auf Mm perpendicular ist. Hieraus erwächst also der Wiederstand nach der Direction der

$$\frac{2\mu\pi n v y dy^3}{ds^2},$$

und das Integrale hiervon

$$2\mu\pi n v \int \frac{y dy^3}{ds^2}$$

giebt den ganzen Wiederstand, welchen der Theil des Umfanges, Bogen AM erzeuget wird, leidet: und wenn man den Punkt M fortrücket, so kommt der gesuchte Wiederstand heraus, wodurch die des Körpers vermindert wird.

Um nun hieraus den Wiederstand einer Kugel zu finden, nur für die krumme Linie AMD den vierten Theil eines Zirkels sey der Radius der Kugel $AC = CD = a$; so wird $CP = \sqrt{aa}$

$$Mm = ds = \frac{a dy}{\sqrt{aa - yy}}$$

Folglich ist

$$ds^2 = \frac{aady^2}{aa - yy},$$

und der oben gefundene Wiederstand wird

$$= 2\mu\pi nv \int \frac{ydy(aa-yy)}{aa} = 2\mu\pi nv\left(\frac{1}{2}yy - \frac{y^4}{4aa}\right).$$

Man setze nun, um den völligen Wiederstand zu finden, $y = a$, so bekommt man

$$2\mu\pi nv \cdot \frac{1}{4}aa = \frac{1}{2}\mu\pi naav.$$

Nun aber drückt πaa den Inhalt eines grossen Zirkuls dieser Kugel, oder die Dicke derselben aus, für welchen wenn man setzt cc, so kommt der Wiederstand

$$= \frac{1}{2}\mu nccv.$$

Wenn aber ein solcher Zirkul, oder ein gleich dicker Cylinder, sich seiner Länge nach in eben dieser flüßigen Materie bewegte, so würde sein Wiederstand seyn

$$= \mu nccv;$$

woraus erhellet, daß der Wiederstand einer Kugel nur halb so groß ist, als der Wiederstand eines gleich dicken Cylinders, so sich mit einer gleichen Geschwindigkeit in eben derselben flüßigen Materie seiner Länge nach beweget

DRITTE ANMERKUNG

Eine solche flüßige Materie aber, dergleichen wir hier betrachtet haben, findet sich nicht nur nicht in der Welt, sondern ist auch nicht einmahl möglich: dahero auch der Wiederstand, welchen ein Körper in solchen flüßigen Materien, die in der Welt würklich angetroffen werden, findet, anders beschaffen seyn muß, als in der vorigen Anmerkung gefunden worden. Wir wollen unsere Betrachtung hauptsächlich auf die Luft richten, als deren Wiederstand allhier gesuchet wird. Hierbey ist nun vor allen Dingen zu merken, daß die Luft nicht nur eine flüßige Materie ist, sondern sich auch

in einem zusammen gedruckten Zustand befindet, dergestalt, daß e
Körper, so mit Luft umgeben ist, rings herum von der Luft zus
druckt wird; weil aber diese zusammendruckende Kraft allentha
stoß ist, so wird der Körper davon nicht in Bewegung gesetzt, we
vorher stille gestanden. Wenn aber der Körper schon eine Bewegu
leidet derselbe nicht nur die vorige zusammendruckende Kraft, son
noch über dieses der Kraft, welche aus dem Stoß desselben auf di
der Luft entstehet, ausgesetzt. Wenn zwar die vorigen Kräfte sich
gewicht halten, so kommt die Verminderung der Bewegung gantz
die letztere an; welches geschieht, wenn die Bewegung des Kö
allzu schnell ist. Wenn sich aber der Körper sehr geschwind
wird die Luft um denselben in eine merkliche Bewegung gesetz
der Druck derselben ziemlich verändert, und rings um den Kö
nicht mehr einerley ist. In diesem Fall wird also der Zustand d
nicht nur von der wiederstehenden Kraft der Luft, sondern auch
ungleichen Druck derselben, verändert. Insonderheit hat man hi
hintern Theil des Körpers zu sehen, welcher, so lange der Körper
von dem Druck der Luft so stark vorwärts, als der vordere Theil
gedruckt wird. Wenn sich aber der Körper so geschwind beweg
Luft demselben nicht einmahl zu folgen vermögend ist, so kann a
tern Theil desselben gar kein Druck geschehen: dahero in diesen
Druck von vornen nicht aufgehoben wird, und also den Wieder
merklich vermehret. Hieraus sieht man also leicht, daß wenn gl
schwindigkeit des Körpers kleiner ist, der Druck von hinten denn
seyn müsse, als von vornen: weswegen in diesem Fall die Bev
Körpers nicht nur von dem eigentlichen Wiederstand, so von de
die Theilchen der Luft herrühret, vermindert wird, sondern auch
Druck der Luft, welchen dieselbe auf das Vordertheil ausübet,
derselbe von dem Gegen-Druck von hinten nicht im Gleichgewich
wird.

Hernach kommt bey der Luft noch ein besonderer Umsta
trachten vor, welcher sich bey dem Wasser und anderen flüßige
nicht ereignet. Dieser bestehet darinne, daß sich die Luft so wo
kleineren Raum zusammen drucken, als in einen größeren ausd
und dahero in Ansehung ihrer Dichte sehr verschieden seyn ka
sich also ein Cörper sehr schnell durch die Luft beweget, und d
sich her wegstößt, so ist klar, daß die Luft vor dem Körper in

dichter, hinter demselben aber etwas dünner seyn müsse; und um dieser Ursache willen findet der Körper von vornen so wohl einen stärkern Gegendruck, als auch einen stärkeren Wiederstand: hingegen aber wird der Druck von hinten etwas schwächer. Da nun alle diese Umstände die Geschwindigkeit des Körpers vermindern, und um so viel beträchtlicher werden, je schneller sich der Körper beweget, so wird dadurch die Meynung des Verfassers auf das nachdrücklichste bekräftiget, daß der Wiederstand der Luft auf sehr geschwinde Bewegungen weit grösser sey, als alle bißherigen Theorien anzeigen.

Aus diesem allem erhellet also, daß ein jeder Körper, so sich in der Luft beweget, einer doppelten Kraft ausgesetzt sey, wovon eine aus dem Stoß desselben gegen die Theilchen der Luft entspringet, und den eigentlichen Wiederstand oder die Resistenz ausmachet; die andere Kraft aber kommt von dem ungleichen Druck der Luft auf den Körper her. Ob nun gleich diese beyden Kräfte zusammen in Erwegung gezogen werden müssen, wenn man die Bewegung des Körpers bestimmen will, so muß doch die Grösse einer jeden, da dieselben aus gantz verschiedenen Ursachen herrühren, ins besondere untersuchet werden.

Wir wollen zu diesem Ende erstlich die erstere von diesen beiden Kräften betrachten, welche aus dem Stosse des Körpers auf die Theilchen der Luft entsteht. Aus diesem Grunde leidet der Körper in so fern einen Abgang an seiner Geschwindigkeit, als in den umliegenden Theilen der Luft eine Bewegung hervor gebracht werden muß: denn so viel Kraft zu dieser Bewegung in der Luft erfordert wird, eben so viel Kraft würket hinwiederum auf den Körper zurück. Hier sieht man nun leicht, daß dieser Wiederstand der Luft kleiner seyn müsse, als in beiden Fällen der vorigen Anmerkung. Im letzteren Fall, da die Theilchen der flüßigen Materie zurück springen, war der Wiederstand dem Gewicht eines Cylinders gleich, dessen Höhe $= 4v$, im erstern aber, da die Theilchen mit dem Körper einerley Geschwindigkeit bekommen, war der Wiederstand gleich dem Gewichte eines Cylinders, dessen Höhe $= 2v$. Wenn aber ein Körper auf die Theilchen der Luft stößt, so springen dieselben weder von dem Körper zurück, noch werden dieselben vor dem Körper her getrieben; sondern sie weichen seitwärts aus, und erhalten keine merkliche Bewegung, wenn sich der Körper nicht sehr schnell bewegt. Weil also den Theilchen der Luft eine weit kleinere Bewegung mitgetheilt wird, als in den beyden vorher erklärten Fällen, so muß auch der Wiederstand kleiner seyn, als ein Cylinder, dessen Höhe entweder $4v$, oder nur $2v$; und um dieser Ursache willen hat man angenommen, daß der Wiederstand

der Luft, welchen eine Fläche $= cc$ leidet, so sich mit einer Gesc $= \sqrt{v}$ perpendicular gegen die Luft beweget, dem Gewicht einer gleiche, deren Basis $= cc$, und deren Höhe $= v$. Man hat auch Erfahrung befunden, daß ein Körper in dem Wasser einen gleiche stand leide, welcher durch das Gewicht einer Wasser-Säule deren ausgedruckt werde: und da die Theilchen des Wassers und der darinn bewegten Körper auf eine gleiche Art ausweichen, so hat schlossen, daß der Wiederstand auf eine ähnliche Art in diesen bey gen Materien beschaffen sey.

Um dieses deutlicher darzuthun, so ist zu merken, daß der Wi welchen ein Körper, der mit einer gegebenen Geschwindigkeit sich stillstehenden flüßigen Materie beweget, antrift, beständig derjenig gleich seyn müsse, welche eben derselbe Körper leiden würde, wenn stille stünde, hingegen aber die flüßige Materie mit einer gleichen digkeit gegen denselben beweget würde. Man stelle sich nun ein G Wasser vor, an dessen Boden ein Loch befindlich, welches mit einer zugehalten wird. In diesem Fall wird der Finger von einer Kraft werden, welche dem Gewicht einer Wasser-Säule gleich ist, deren Weite des Lochs, und deren Höhe der Höhe des Wassers in dem gleich ist. Wenn man nun den Finger vor dem Loch etwas zurüc und das Wasser darauf sprützen läßt, so scheinet der Wahrheit gemäß daß der Finger eine eben so grosse Kraft, als vorhin ausstehen wer Wasser sprützet aber mit einer solchen Geschwindigkeit heraus, welch die Höhe desselben in dem Gefäße ausgedruckt wird: und also ist d des auf den Finger heraus sprützenden Wassers gleich dem Gewich Wasser-Säule, deren Basis gleich dem Loch, und deren Höhe mit de wodurch die Geschwindigkeit ausgedruckt wird, einerley ist. Auf di wird also die vorher erwehnte Meynung bekräftiget, daß der Wieders wohl der Luft, als des Wassers, dem Gewicht eines Cylinders gleiche, Höhe der Höhe v, wodurch die Geschwindigkeit ausgedruckt wird, gleich sey.

Um aber dieses aus den vorher fest gesetzten Gründen, nach v der Wiederstand derjenigen Kraft gleich seyn muß, welche zur Herv gung der in der flüßigen Materie entstehenden Bewegung erfordert wird licher auszuführen, so wollen wir betrachten, daß ein Körper in CD (I still stehe, und die flüßige Materie auf denselben nach der Direction A einer Geschwindigkeit $= \sqrt{b}$, oder welche durch den Fall aus der Höhe

langt wird, beweget werde. Es ist nun erstlich klar, daß wenn alle Theile der flüßigen Materie ihre Bewegung ungehindert fortsetzen könnten, der Körper keine Kraft empfinden würde. Weil aber alle Theile der flüßigen Materie, so bald sich dieselben dem Körper nahen, genöthiget werden auszuweichen, und so wohl ihre Geschwindigkeit, als ihre Richtung zu verändern, so muß der Körper eine eben so große Kraft empfinden, als zu dieser Veränderung so wohl in der Geschwindigkeit, als der Richtung der Theilchen, erfordert wird. Wir wollen setzen, daß die flüßige Materie, welche bey Aa mit ihrer Geschwindigkeit $= \sqrt{b}$ gegen den Körper beweget wird, genöthiget werde, seitwärts nach $AaMm$ auszuweichen, und wir wollen uns zu diesem Ende einbilden, als wenn dieselbe durch den krummen Canal $AaMm$ fortgienge. In diesem Zustande wird nun nicht nur die Direction derselben beständig verändert, sondern nachdem dieser Canal weiter oder enger wird, so wird auch die Geschwindigkeit grösser oder kleiner. Es sey die erste Weite $Aa = a$, welche als unendlich klein angesehen werden muß, indem man sich für eine jede Reihe einen besonderen Canal vorstellen kann. Ferner sey die Weite $Mm = z$; und die Geschwindigkeit der flüßigen Materie bey Mm sey $= \sqrt{v}$. Da sich nun die Geschwindigkeiten einer durch einen Canal bewegten flüßigen Materie umgekehrt verhalten, wie die Weite des Canals, so ist

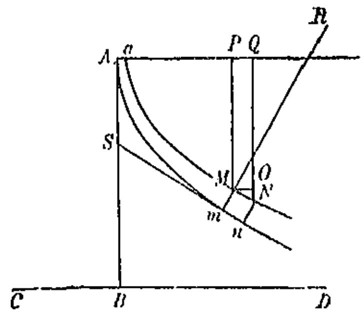


Fig. 14.

$$a : z = \sqrt{v} : \sqrt{b};$$

und folglich

$$z\sqrt{v} = a\sqrt{b}.$$

Man ziehe eine Axe AP perpendicular auf AB, und nenne die Coordinaten $AP = x$, $PM = y$; hernach werde QN mit PM parallel und unendlich nah gezogen; so wird

$$PQ = MO = dx, \quad ON = dy, \quad MN = \sqrt{(dx^2 + dy^2)},$$

und das Theilchen der flüßigen Materie $MNnm$ durch

$$z\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

ausgedrückt werden. Man setze ferner

$$dy = pdx,$$

so wird

$$MN = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx\sqrt{(1+pp)},$$

und wenn R für das Centrum der Krümmung des Canals in MN angenom[men] wird, so bekommt man

$$MR = \frac{-dx(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}.$$

Um nun den Lauf dieses Theilchens $MNnm$ nach dieser Krümmung zu [beu]gen, dazu wird eine Kraft nach der Direction MR erfordert, welche sich [ver]hält zum Gewicht desselben Theilchens, wie

$$2v \text{ zu } \frac{-dx(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}.$$

Wenn also das Gewicht dieses Theilchens durch seine Grösse $zdx\sqrt{(1+}$ ausgedruckt wird, so ist die Kraft [nach] MR

$$= \frac{-2vzdp}{1+pp}.$$

Ferner wenn die Weite des Canals in Mm grösser wird, so nimmt die G[e]schwindigkeit ab. Hierzu wird eine Kraft nach der Direction mS, welc[he] den Canal in m berührt, erfordert, und wenn diese Kraft $= T$ gesetzt wi[rd], so bekommt man

$$zdx\sqrt{(1+pp)}\cdot dv = -Tdx\sqrt{(1+pp)} \quad \text{oder} \quad T = -zdv.$$

Diese zwey Kräfte MR und mS werden also zu Veränderung des Laufs d[er] flüßigen Materie durch den Canal $AaMm$ in einem jeglichen Punkt M erfor[]dert. Dahero, um die sämtliche Kraft zu bekommen, so wollen wir dies[e] beyden Kräfte nach den beständigen Directionen BA und AP auflösen. Di[e] erstere Kraft MR, welche war

$$= \frac{-2vzdp}{1+pp},$$

giebt nach der Direction BA diese Kraft

$$= \frac{-2vzdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}},$$

nach der Direction AP aber diese

$$= \frac{-2vzpdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}.$$

Die andere Kraft mS, welche war

$$= -zdv,$$

giebt nach der Direction BA diese Kraft

$$= \frac{-zpdv}{\sqrt{(1+pp)}},$$

nach der Direction AP aber diese

$$= \frac{zdv}{\sqrt{(1+pp)}}.$$

Für das Theilchen $MNnm$ wird also nach der Direction BA diese Kraft

$$-\frac{2vzdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} - \frac{zpdv}{\sqrt{(1+pp)}},$$

nach der Direction AP aber diese

$$-\frac{2vzpdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} + \frac{zdv}{\sqrt{(1+pp)}}$$

erfordert. Es ist aber, wie wir vorher gewiesen,

$$z = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{v}};$$

und folglich ist die aus der Bewegung des Theilchens $MNnm$ entstandene Kraft nach der Direction BA

$$= -\frac{2adp\sqrt{bv}}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} - \frac{apdv\sqrt{b}}{\sqrt{v}(1+pp)}.$$

Hiervon ist das Integrale

$$= -\frac{2ap\sqrt{bv}}{\sqrt{(1+pp)}} + C;$$

und giebt die Kraft nach der Direction [illegible]
wegung aller flüßigen Materie, [illegible]
fordert wird, wenn nur die Quantität C [illegible]
diese Quantität recht zu bestimmen [illegible]
genommen wird, in welchem Fall [illegible]
ganze Kraft verschwinden [illegible]
und folglich $C = 2ab$. Dahero wird [illegible]
Canal $AaMm$ enthaltenen flüßigen M[illegible]
erfordert, welche ist

$$2ab \; [illegible]$$

Es deutet aber [illegible] den Cosinum [illegible] mSB an, wenn der Radius durch 1 [illegible] obige Kraft

$$2ab(1 \; [illegible])$$

und mit eben dieser Kraft wird der Körper CD [illegible] gestossen. Es bedeutet aber $2ab$ da[illegible] dessen Basis ist $Aa = a$, und de[illegible] digkeit, womit die flüßige Materie [illegible] ist, womit der Körper gegen die flüßige M[illegible] und folglich der Wiederstand, beruhet al[illegible] welcher die flüßige Materie seitwärts abge[illegible] Geschwindigkeit, welche dieselbe nach dem Stoß [illegible]

Hieraus erhellet, daß wenn die flüßige Materie [illegible] weichen, bis auf einen rechten Winkel von ihrer [illegible] abgelenket wird, dergestalt, daß der Winkel mSB [illegible] gefundene Kraft $= 2ab$: und wenn die[illegible] der Körper CD im Wege steht, geschieht, [illegible] stand heraus, welchen wir in der vorigen A[illegible] funden haben. Eben dieses geschiehet auch, wenn die [illegible] ihre Bewegung durch den Stoß verlieret. [illegible] dem Stoß nach der vorigen Direction mit [illegible] prellen, so wird der Winkel $mSB = 180°$, und [illegible] seyn wird $= 4ab$, wie im andern Fall der vorhergehenden [illegible] funden worden.

Wenn man also wissen könnte, auf was Art ein jeglicher Strahl der flüßigen Materie Aa, welcher gegen den Körper CD fährt, sowohl in Ansehung der Geschwindigkeit, als der Direction, dem Körper ausweiche, so könnte man auch hieraus die Kraft bestimmen, welche auf den Körper würkt. Man hat aber zu diesem Ende nicht nöthig, die Weite und die Krümmung des Canals $AaMm$, in welchem sich der Strahl Aa gegen den Körper zu bewegen gesetzt worden, allenthalben zu wissen; sondern es ist genug, wenn diese Sachen in dem letzten Punkt des Canals bekannt sind: indem die aus dem Stück $AaMm$ entstehende Kraft nach der Direction AB durch diese Formul

$$2ab\left(1-\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}}\cos. mSB\right),$$

oder da

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}}=\frac{a}{z},$$

durch diese

$$2ab\left(1-\frac{a}{z}\cos. mSB\right)$$

ausgedruckt wird, allwo z die Weite des Canals im letzten Punkt M andeutet, und der Winkel mSB durch die Lage des letzten Stückleins $MNnm$ bestimmt wird. Hier kömmt es also nur darauf an, wo das Ende des Canals angenommen werden soll. Geht man so weit, biß die flüßige Materie um den Körper völlig vorbey geflossen, und ihren vorigen Lauf wiederum erlanget hat, so wird $z=a$, und der Winkel mSB verschwindet, dahero der Cosinus desselben $=1$ wird. In diesem Fall würde also die auf den Körper nach der Direction AB würkende Kraft

$$=2ab(1-1)=0,$$

und der Körper litte gar keinen Wiederstand; woraus erhellet, daß man für Wasser und Luft nicht denjenigen Punkt des Canals, wo die Bewegung hinter dem Körper mit der ersten wiederum völlig übereinkommt, für den letzten annehmen könne. Um nun hiervon die Ursache zu untersuchen, so dürfen wir nur den Ursprung dieser Kraft, welche auf den Körper würket, genauer betrachten. Wenn wir nur auf den Theil des Canals $AaMm$ Acht haben, so ist die Kraft, welche daraus auf den Körper nach der Direction AB entspringet,

$$=2ab\left(1-\frac{a}{z}\cos. mSB\right),$$

und diese wird folglich immer grösser, so lang der Winkel
wird, je weiter man von dem Anfang Aa fortgehet. Das ist, s
dieser Canal von dem Körper abwärts krümmet, so lange nim
entstehende Kraft, welche den Körper nach der Direction AB f
Wenn aber dieser Canal, wie in Fig. 15, seine Krümmung umse

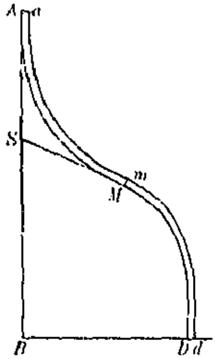


Fig. 15.

von M biß D gegen den Körper zu wendet, M biß D der Winkel MSB immer ab, und h die Kraft wiederum vermindert; dergestalt, Canal in Dd mit Aa parallel läuft, und gleich weit ist, die ganze Kraft zernichtet nun der Canal eine solche Figur hat, so m selben nach seinen beyden Theilen AM und sondere betrachten, wovon jener AM sein von dem Körper BD abwärts, dieser abe den Körper zugekehret hat. Aus dem erster entstehet eine Kraft, welche den Körper nach AB fortstößt, und durch $2ab\left(1-\frac{a}{z}\cos.MSB\right.$

wird. Aus dem andern Theil DM aber entstehet eine Kraft, welc gegen ist, und von welcher der Körper nach der Direction BA zu werden sollte. Da nun kein Körper anders, als durch einen würk in Bewegung gesetzt werden kann, so kann auch diese letztere so ferne auf den Körper würken, als der Druck der flüßigen hinten stark genug ist, den Körper vorwärts zu stossen. Da und Wasser der Druck von vornen nicht nur dem Druck von sondern noch gemeiniglich grösser ist, so sieht man wohl, daß Theil des Canals MD entstehende Kraft auf den Körper gar ke wenigsten nur eine sehr geringe Würkung haben könne. Und aus dem ganzen Canal AMD entstehende Kraft, welche auf d der That würket, beynahe derjenigen gleich seyn, welche aus d entspringt, und folglich durch $2ab\left(1-\frac{a}{z}\cos.MSB\right)$ ausgedruckt siehet aber hieraus auch zugleich, daß wenn eine flüßige Mat schaffen wäre, daß die aus dem Theil MD entstehende und de rück ziehende Kraft, ihre völlige Würkung ausüben könnte, de dem Anstosse einer solchen flüßigen Materie ganz und gar kein stehen, und folglich auch keinen Wiederstand in derselben an Dieser Fall könnte Platz finden, wenn die flüßige Materie une und zugleich von einer unendlichen Kraft zusammen gedruckt

leicht ist die subtile Himmels-Materie, in welcher sich die Planeten und Cometen bewegen, von einer solchen Eigenschaft, und dahero dieses die Ursache, daß man in diesen Körpern keinen Abgang in ihrer Bewegung verspühren kann. Daß aber diese Eigenschaft in der Luft, dem Wasser und andern bekannten flüßigen Materien, nicht stattfinde, bezeuget der sehr beträchtliche Wiederstand derselben: und da dieselben wegen ihrer gegen den Körper gewandten Krümmung MD denselben an sich zu ziehen nicht vermögend sind, so übet die aus der wiederwärtigen Krümmung AM entstehende Kraft ihre völlige Würkung aus, und eben daher entspringt auch der grosse Wiederstand derselben.

Um nun von der Grösse dieses Wiederstands gründlicher urtheilen zu können, so wollen wir einen Cylinder betrachten, auf welchen eine solche flüßige Materie mit einer gegebenen Geschwindigkeit fliesset. Es sey dahero (Fig. 16) $OPaQ$ die Helfte dieses Cylinders, und AOQ die Axe desselben; weil, was von einer Helfte gesagt wird, zugleich auch von der andern gilt. Man stelle sich diesen Cylinder in einem Canal eingeschlossen vor, dessen halbe Weite durch AH angedeutet wird, und durch diesen Canal soll Luft oder Wasser mit einer gegebenen Geschwindigkeit gegen den Körper zufliessen. Man zertheile in Gedanken diese zufliessende Materie in unendlich viel kleine Strahlen AB, BC, CD, DE etc. und erwege, was ein jeglicher derselben für einen Weg um den Körper nehmen werde; so wird man leicht sehen, daß sich dieselben ungefehr, wie die Figur anzeiget, krümmen müssen. Ferner bemerke man in denselben die Punkte a, b, c, d, e, f etc., wo sich dieselben wiederum gegen den Körper zu krümmen anfangen, und berechne die Kräfte nach der Direction AO, welche aus der Krümmung dieser Strahlen, bis zu den Punkten a, b, c, d, e etc. entspringen; so werden alle diese Kräfte zusammen genommen, den Wiederstand geben.

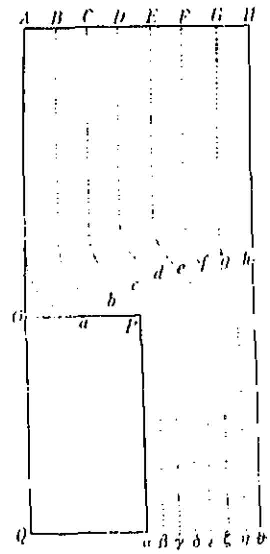


Fig. 16.

Man siehet aber leicht, daß sich der erste Strahl $ABab$ bis auf einen rechten Winkel beugen müsse, und dahero wird der daraus entstehende Wiederstand seyn $= 2ab$, wenn nehmlich a die Dicke des Strahls AB, und b die Höhe, woraus die Geschwindigkeit desselben erzeuget wird, andeutet. Der folgende Strahl $BCbc$ leidet schon keine so grosse Beugung, und folglich entsteht daraus eine kleinere Kraft: und solchergestalt werden die aus den nachfolgenden Strahlen

CD, DE, EF etc. entstehenden Kräfte immer kleiner, und zuletzt gar nicht mehr merklich. Woraus erhellet, daß der sämtliche Wiederstand weit kleiner seyn müsse, als das Gewicht eines Cylinders flüßiger Materie, dessen Weite mit dem Körper einerley, und dessen Höhe der doppelten Höhe b, wodurch die Geschwindigkeit ausgedruckt wird, gleich ist.

Was hier von einem Cylinder, oder einem solchen Körper, dessen Vorder-Theil flach ist, und gerade auf die flüßige Materie stößt, gesagt worden, läßt sich leicht auch auf andere Figuren ziehen. Man sieht aber alsobald, daß wenn der Vorder-Theil des Körpers nicht flach, sondern entweder erhaben, oder gar zugespitzt ist, der Wiederstand kleiner seyn müsse, als in dem vorigen Fall. Denn da wird nicht einmahl der erste Strahl AB bis auf einen rechten Winkel gebogen, und die Beugung der folgenden wird noch geringer, als vorher. Dahero wir in diesem Stück dem Autori nicht beypflichten können, wenn er sagt, daß in solchen zusammen gedrückten flüßigen Materien der Wiederstand nicht von der Figur des Körpers, sondern nur von der Dicke desselben, abhange. Um dieser Ursache willen, ist es sehr wahrscheinlich, daß der Wiederstand, welchen Körper von verschiedenen Figuren auch in zusammen gedrückten flüßigen Materien leiden, nach eben der Regel, welche vorher ist gegeben worden, bestimmet werden könne: und daß der Unterscheid nur darinne bestehe, daß in dem gegenwärtigen Fall der Wiederstand viel kleiner sey, als in dem vorigen. Man hat auch Ursache zu vermuten, daß der Wiederstand einer Kugel in diesem Fall nur halb so groß sey, als eines gleich dicken Cylinders. Man ist aber im Stande, die meisten über den Wiederstand sowohl der Luft, als des Wassers, angestellten Experimente zu erklären, wenn man annimmt, daß der Wiederstand eines Cylinders, so sich seiner Länge nach beweget, gleich sey dem Gewicht eines gleich dicken und aus der flüßigen Materie bestehenden Cylinders, dessen Höhe gleich ist derjenigen, wodurch die Geschwindigkeit ausgedruckt wird.

VIERTE ANMERKUNG

Dieses muß aber nur von demjenigen Theil des Wiederstandes verstanden werden, welcher aus dem würklichen Anstoß des Körpers an die Theilchen der flüßigen Materie entspringt, und von welchem bisher allein die Rede gewesen. Es kann aber, wie schon bemerket worden, dieser Wiederstand noch durch einen besondern Zufall vermehret werden, wenn nehmlich der Körper

von vorne stärker von der flüßigen Materie gedruckt wird, als von hinten. So lange aber der Druck rings um den Körper herum gleich groß ist, wie bey allen nicht allzuschnellen Bewegungen geschieht, so leidet der Körper keinen andern Wiederstand, als welcher von dem würklichen Stoß des Körpers gegen die Theilchen der flüßigen Materie entstehet, und vorher bestimmt worden ist. Wenn sich aber der Körper zum Exempel in der Luft so geschwind bewegt, daß dieselbe nicht vermögend ist zu folgen, und die von dem Körper verlassenen Plätze gleich wieder einzunehmen, so wird der Körper von hinten gantz und gar nicht gedruckt, und folglich der Druck von vorne dadurch nicht aufgehoben; dahero denn der vorige Wiederstand noch mit dem Druck von vorne vermehret werden muß.

Es kömmt also hier darauf an, wie geschwind die Luft einem Körper nachfolgen könne, oder mit was für einem Grad der Geschwindigkeit die Luft in einen Luft-leeren Raum hineindringe. Diese Geschwindigkeit beruht auf der Elasticität der Luft, welche wir oben durch das Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= 29100$ Rheinländische Schuh, ausgedruckt haben; folglich dringt die Luft in einen Luft-leeren Raum mit einer Geschwindigkeit, welche ein fallender Körper aus der Höhe von 29100 Schuhen erlangt, und also in einer Secunde 1348 Schuh beträgt. Wenn sich dahero ein Cylinder seiner Länge nach mit einer Geschwindigkeit von 1348 Schuhen in einer Secunde bewegt, so kann demselben die Luft just nachfolgen, daß kein Raum hinter demselben ledig gelassen wird. In diesem Fall übet aber die Luft von hinten auf den Cylinder gar keinen Druck aus. Da nun derselbe von vorne erstlich den Wiederstand, welcher dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule, deren Höhe $= 29100$, als wodurch die Geschwindigkeit desselben ausgedruckt wird, gleich ist, und noch ausser dem den Gegendruck der Atmosphäre, welcher eben so groß ist, zu überwinden hat, so ist die sämtliche Resistenz zweymahl so groß, als der Wiederstand allein, welcher aus dem Anstoß dieses Körpers an die Lufttheilchen entstehet. Solte sich aber der Cylinder mit einer noch grössern Geschwindigkeit bewegen, so würde derselbe von hinten nicht nur gleichfals keinen Druck empfinden, sondern es würde so gar immer hinter demselben ein Luft-leerer Raum bleiben. Wenn man also die obige Höhe von 29100 Schuhen, wodurch die Geschwindigkeit der nachfolgenden Luft ausgedrückt wird, durch h, und die Höhe der würklichen Geschwindigkeit des Cylinders durch v andeutet, dergestalt daß v grösser ist als h, so ist der Wiederstand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich, deren Höhe $= v$, wie vorher angezeiget worden; der Gegendruck aber ist einer Luft-

Säule gleich, deren Höhe $= h$. Da nun dieser Cylinder von hint… Druck empfindet, so ist der völlige Wiederstand gleich einer Luf… Höhe $= h + v$: dahingegen, wenn dieser Körper von vorne un… gleich starck gedrückt würde, der Wiederstand nur durch die … gedruckt werden würde. Dahero in diesem Fall, wie der Auto… die Resistenz weit grösser ist, als nach den gemeinen Regeln g…

Wenn aber die Geschwindigkeit des Cylinders kleiner ist, als … digkeit, mit welcher die Luft nachzufolgen vermögend ist, das ist, … als h, so wird derselbe von hinten noch einen Druck empfinde… so viel grösser seyn wird, je kleiner die Höhe v ist, als h. Um … zu finden, so kann man die Geschwindigkeit betrachten, mit wel… folgende Luft den Körper einhohlet, und welche gleich ist der… zwischen der Geschwindigkeit der Luft $\sqrt{h}$, und des Körpers $\sqrt{v}$… eben so viel, als wenn die Luft von hinten auf den Cörper … schwindigkeit

$$\sqrt{h} - \sqrt{v}$$

stiesse: und da die Höhe, aus welcher diese Geschwindigkeit … ist $= h - 2\sqrt{hv} + v$, so scheinet auch der Druck von hinten … einer Luft-Säule gleich zu seyn, deren Höhe

$$= h - 2\sqrt{hv} + v.$$

Von vorne wird aber dieser Körper, wie vorher zurück getrieb… Kraft, welche dem Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= h$ … Wenn wir also hiervon die forttreibende Kraft, welche der Kör… empfindet, abziehen, so bleibt für den Wiederstand das Gewic… Säule übrig, deren Höhe $= 2\sqrt{hv}$[1]). Wenn also dieser Schluß ri… würde der Wiederstand nicht, wie wir vorher gefunden haben, … der Geschwindigkeit des Körpers, sondern nur der Geschwindig… proportional seyn; so lange nehmlich der Körper mit einer … schwindigkeit fortgehet, als die Luft zu folgen vermögend ist… dieses Schlusses aber beruhet darauf, daß die Stärke des Druc… Quadrat der Geschwindigkeit, womit die Theilchen der Luft a… stossen, proportional sey, wenn man annimmt, daß sich die T… lich mit der Geschwindigkeit bewegen, welche sie erlangen wü…

1) Im Original fehlt der Faktor 2. F. R. S.

in einen leeren Raum hineindringen. Denn da der Druck der Luft auf einen Körper eben so stark ist, als wenn dieselbe mit einer so grossen Geschwindigkeit, als aus dem Druck entstehen kann, auf den Körper stiesse, so scheinet das obige Raisonnement nicht ungegründet zu seyn.

Zum wenigsten, da die Natur der flüßigen Materien noch nicht so vollkommen bekannt ist, daß man darinne ohne Versuche bloß allein aus der Theorie alle Umstände bestimmen könnte, so wird es nicht undienlich seyn, diesen Begriff von der Würkung der Luft und anderer flüßigen Materien auf harte Körper weiter auszuführen, ungeachtet derselbe, wie bald gezeigt werden soll, mit der Erfahrung unmöglich bestehen kann. Auf diese Art wird aber auch der Druck von vorne auf einen Cylinder, welcher sich seiner Länge nach mit einer Geschwindigkeit $= \sqrt{v}$ in der Luft bewegt, anders heraus kommen, als vorher. Denn wenn wir setzen, daß sich die Luft statt des Drucks mit einer Geschwindigkeit, so dem Druck gemäß ist, nehmlich mit $\sqrt{h}$ gegen den Cylinder bewege, so ist die relative Geschwindigkeit, womit der Cylinder von vorne auf die Theilchen der Luft stößt,

$$= \sqrt{h} + \sqrt{v},$$

und die Höhe, woraus diese Geschwindigkeit erzeuget wird, $= h + 2\sqrt{hv} + v$. Also wird der Druck von vorne dem Gewicht einer Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe

$$= h + 2\sqrt{hv} + v.$$

Wenn nun die Geschwindigkeit des Cylinders grösser ist, als die Geschwindigkeit der nachfolgenden Luft, das ist, wenn $v > h$, so leidet der Körper von hinten gar keinen Druck, und folglich wird der Wiederstand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe $= h + 2\sqrt{hv} + v$. Wenn aber die Geschwindigkeit des Cylinders $\sqrt{v}$ kleiner ist, als $\sqrt{h}$, so ist der Druck von hinten, wie wir gesehen, $= h - 2\sqrt{hv} + v$, welcher von dem vorigen Druck abgezogen den Wiederstand giebt $= 4\sqrt{hv}$, also daß in diesem Fall der Wiederstand der Geschwindigkeit des Körpers $\sqrt{v}$ selbst proportional seyn würde. Man siehet auch hieraus, daß der Wiederstand um so viel grösser seyn müsse, je stärker die flüßige Materie zusammen gedruckt ist. Dahero wenn der Wiederstand des Wassers solchergestalt beschaffen wäre, so würde der Wiederstand eben desselben Cylinders, wenn derselbe mit einerley Geschwindigkeit in verschiedenen Tiefen unter dem Wasser bewegt würde, um so viel grösser seyn, je tiefer der Cylinder unter das Wasser getauchet würde. Der Wiederstand würde nehmlich

nach den Quadrat-Wurzeln der Tiefe unter dem Wasser zunel
daß in einer viermahl grössern Tiefe der Wiederstand zweyma
müßte. Also würde ein Fisch, welcher 40 Schuh tief unter dem
met, eine zweymahl grössere Resistenz antreffen, als wenn si
nur 10 Schuh tief mit eben derselben Geschwindigkeit unter
wegte; wofern nur seine Geschwindigkeit kleiner wäre, als
ein fallender Körper aus der Höhe von 10 Schuhen erlangt.
zu wünschen, daß man sich die Mühe gäbe, dergleichen E
den Wiederstand der Körper in verschiedenen Tiefen unter
zustellen.

Diese Art des Wiederstandes verändert sich auch nach
setzen, wenn die Figur des Körpers nicht cylindrisch ist; un
es nicht allein auf den Vordertheil des Körpers, welcher ei
die Theilchen der flüßigen Materie stößt, an, sondern die F
theils muß dabey auch insonderheit in Betrachtung gezoge
wollen also, um die Beschaffenheit dieses Wiederstands genaue
einen runden Körper betrachten, welcher durch die Herumdre
men Linie $AMSB$ um die Axe AB (Fig. 17) entstehet, und w

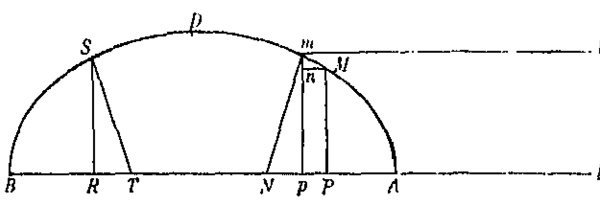


Fig. 17.

der Direction der Axe AB, in der Luft, oder einer andern zusan
flüßigen Materie, bewegen soll. Es sey also $\sqrt{b}$ die Geschwin
cher dieser Körper anjetzo nach der Direction AE fortgehet,
Geschwindigkeit, mit welcher die flüßige Materie in einen le
eindringen würde, und welche wir nach diesem Begriff von d
an statt des würklichen Drucks betrachten. Weil nun dieser
Körper allenthalben perpendicular ist, so ziehe man auf das E
Perpendicular-Linie mN, so wird dasselbe nach dieser Direct
druckt werden, als wenn die Luft auf dasselbe gerade mit ei
keit $= \sqrt{h}$ stiesse. Da aber ferner der Körper nach der Directi
Geschwindigkeit $= \sqrt{b}$ fortzugehen gesetzt wird, und der Dru

fals auf Mm perpendicular ist, so muß dieselbe Geschwindigkeit nach dieser Perpendicular-Direction aufgelöset werden, da denn für dieselbe heraus kommt

$$\frac{mn}{Mm}\sqrt{b};$$

wenn man nehmlich aus M und m auf die Axe AB die Perpendicular-Linien MP, mp und Mn der Axe parallel zieht. Es sey nun $AP=x$ $PM=y$, so wird

$$Pp=Mn=dx, \quad mn=dy \quad \text{und} \quad Mm=\sqrt{(dx^2+dy^2)}.$$

Man setze

$$dy=p\,dx,$$

so wird $Mm=dx\sqrt{(1+pp)}$ und

$$\frac{mn}{Mm}\sqrt{b}=\frac{p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}}.$$

Dahero leidet das Element Mm theils von dem Druck, theils von dem Stoß eben die Kraft, als wenn die Luft nach der Direction mN mit einer Geschwindigkeit

$$=\sqrt{h}+\frac{p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}}$$

auf dasselbe stiesse: und folglich, als wenn auf dasselbe eine Luft-Säule, deren Höhe

$$=h+\frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}}+\frac{bpp}{1+pp},$$

druckte. Weil aber die Direction dieser Kraft nach mN gehet, so muß daraus derjenige Theil genommen werden, welcher mit der Bewegung des Körpers einerley Direction hat, und dieser wird

$$=\frac{p}{\sqrt{(1+pp)}}\left(h+\frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}}+\frac{bpp}{1+pp}\right).$$

Da nun der ganze Ring, welcher aus dem Element $Mm=dx\sqrt{(1+pp)}$ durch die Herumdrehung um die Axe AB entstehet, eben diese Gewalt leidet, die Oberfläche dieses Rings aber ist

$$=2\pi y\,dx\sqrt{(1+pp)},$$

wenn man $1:\pi$ für die Verhältniß des Diameters zur Peripherie
wird die aus dem Ring entstehende Kraft, wodurch die Bewegung
vermindert wird, seyn

$$= 2\pi y p dx \left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}\right).$$

Und hiervon das Integrale genommen, wird die Grösse des Wieder
cher aus dem Stück AM um die Axe gedreht, entspringet, an
also den ganzen Wiederstand zu finden, so muß man dasselbe
den ganzen Körper ausdehnen, wofern nehmlich die Luft auf
Körper würket, welches geschieht, wenn die Geschwindigkeit des
kleiner ist, als $\sqrt{h}$. Es ist aber hierbey zu merken, daß der W
dachten Integralis, von A an weiter zu gehen, so lange zuneh
Applicatae y wachsen, welches bis in D geschiehet. Wenn man
weiter gegen B fortgehet, weil alsdenn der Buchstabe $p = \frac{dy}{dx}$
so wird die vorige Kraft des Wiederstands dadurch vermindert, ind
Gegenden der Körper von dem Druck der Luft vorwärts gestoss
diesem Fall bekömmt also auch in der Expression

$$h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}$$

das andere Glied

$$\frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}}$$

das Zeichen $-$. Wenn dahero $b < h$, so bekömmt man den ga
stand, wenn man das obige Integrale

$$2\pi \int ypdx \left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}\right)$$

auf die ganze krumme Linie ADB ausdehnet.

Wenn aber die Geschwindigkeit des Körpers $\sqrt{b}$ grösser ist
folglich die Luft von hinten nicht gänzlich nachfolgen kann, so fi
hinten ein Theil BS, auf welchen die Luft gar nicht druckot. Un
zu finden, so darf man nur das Punkt S suchen, wo der Druck
lich aufhöret, welches geschiehet, wenn

$$\sqrt{h} + \frac{p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}} = 0;$$

das ist, wenn man in S die Perpendicular-Linie ST auf die krumme Linie ziehet, weil alsdenn ist

$$\frac{RT}{ST} = -\frac{-p}{\sqrt{(1+pp)}},$$

so muß das Punkt S gefunden werden, wo

$$\sqrt{h} = \frac{RT}{ST}\sqrt{b}, \quad \text{oder wo} \quad \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}} = \frac{RT}{ST}.$$

Hat man nun dieses Punkt S gefunden, so muß das obige Integrale nicht weiter, als bis dahin genommen werden. Hieraus erhellet, daß wenn die krumme Linie bey B dergestalt zugespitzt ist, daß bis in B der Bruch $\frac{RT}{ST}$ beständig grösser ist, als $\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}}$, alsdenn das Integrale auch durch die ganze krumme Linie genommen werden müsse. Weil nun der Wiederstand durch den Druck, so von hinten geschieht, vermindert wird, so sieht man leicht, daß je mehr der Körper von hinten zugespitzt ist, der Wiederstand um so viel kleiner werde, wenn nehmlich $\sqrt{b} > \sqrt{h}$. Verschiedene Autores wollen diesen Umstand würklich durch die Erfahrung wahrgenommen haben, und behaupten, daß der Wiederstand eines Schiffs nicht allein auf der Figur des Vordertheils beruhe, sondern daß die Figur des Hintertheils, wenn dasselbe wohl zugespitzt wird, sehr viel zur Verminderung der Resistenz beytrage. Ob nun gleich hierüber keine Experimente mit allem Fleiß angestellet worden, so würde doch diese neue Lehre von dem Wiederstande der flüßigen Materien dadurch nicht wenig bekräftiget werden, wenn dieser Umstand nur einiger massen richtig wäre.

Wir wollen inzwischen nach der obigen Regel den Wiederstand, welchen eine Kugel in der Luft antrift, ausrechnen. Es sey also der Diameter der Kugel $AB = 2a$, so wird

$$yy = 2ax - xx \quad \text{und} \quad Mm = \frac{ady}{\sqrt{(aa-yy)}}.$$

Weil nun $pdx = dy$, so ist

$$\frac{p}{\sqrt{(1+pp)}} = \frac{\sqrt{(aa-yy)}}{a},$$

und die Integral-Formul wird

$$\pi \int ydy\left(h + \frac{2\sqrt{bh}(aa-yy)}{a} + \frac{b(aa-yy)}{aa}\right),$$

wovon das Integrale gefunden wird:

$$\pi hyy - \frac{4\pi(aa-yy)\sqrt{bh(aa-yy)}}{3a} + \frac{4\pi aa\sqrt{bh}}{3} + \pi byy - \frac{\pi}{2}$$

Wenn nun $b < h$, so muß man dieses Integrale biß auf B ausdehn
lich setzen $y = 0$, wobey zu merken, daß wenn die Abscissa x
der Radius a genommen wird, die Expression $\sqrt{(aa-yy)}$ das Z
komme. Derohalben wenn man das Zeichen des andern Glieds
$y = 0$ setzt, so kömmt der Widerstand

$$= \frac{8}{3}\pi aa\sqrt{bh}.$$

Es ist aber πaa die Fläche eines grossen Zirkels dieser Kugel.
also diese Fläche durch cc andeutet, so wird der Wiederstand

$$= \frac{8}{3}cc\sqrt{bh}.$$

Wir haben aber oben gesehen, daß wenn sich ein Cylinder, desse
mit einer gleichen Geschwindigkeit in der Luft beweget, sein
seyn würde

$$= 4cc\sqrt{bh};$$

dahero sich der Wiederstand einer Kugel zum Wiederstand eines
Cylinders verhalten wird, wie 2 zu 3.

Dieses ist aber nur wahr, wenn $b < h$; wenn aber $b > h$
Integrale nicht bis zum Punkt B, sondern nur bis S genomme

$$\sqrt{h} = \frac{-p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}}$$

oder

$$\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}} = \frac{-\sqrt{(aa-yy)}}{a}.$$

Da aber dieses Punkt S hinter D fällt, so wird $\sqrt{(aa-yy)}$ ne
Integrale wird also ausgedrückt:

$$\pi hyy + \frac{4\pi(aa-yy)\sqrt{bh(aa-yy)}}{3a} + \frac{4\pi aa\sqrt{bh}}{3} + \pi byy -$$

ier setze man also

$$\sqrt{(aa-yy)} = \frac{a\sqrt{h}}{\sqrt{b}} \quad \text{und} \quad aa - yy = \frac{aah}{b},$$

lich

$$yy = \frac{aa(b-h)}{b} \quad \text{und} \quad y^4 = \frac{a^4(b-h)^2}{bb},$$

kommt der verlangte Wiederstand heraus

$$= \pi aa\left(\frac{1}{2}b + \frac{4}{3}\sqrt{bh} + h - \frac{hh}{6b}\right)$$

r

$$= \frac{8}{3}\pi aa\sqrt{bh} + \frac{\pi aa}{6b}(\sqrt{b} - \sqrt{h})^3(3\sqrt{b} + \sqrt{h}).$$

raus erhellet, daß, wenn $\sqrt{b} = \sqrt{h}$, der Wiederstand wie in dem vorigen gefunden werde

$$= \frac{8}{3}\pi aa\sqrt{bh}.$$

Es sey, um noch ein Exempel anzuführen, der runde Körper, welcher nach der Direction seiner Axe BAE mit der Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ in der beweget (Fig. 18), aus zween Kegeln zusammen gesetzt, dergleichen Figur

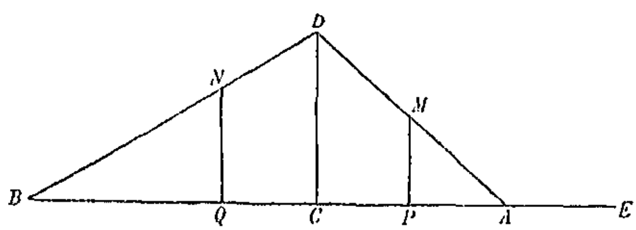


Fig. 18.

teht, wenn das Triangulum ADB um die Axe AB herum gedrehet wird. nenne die Höhe $DC = a$, die Seiten $AD = m$ und $BD = n$, so wird für Vordertheil ACD seyn

$$\frac{p}{\sqrt{(1+pp)}} = \frac{a}{m},$$

der Wiederstand des Vordertheils

$$= 2\pi\int y\,dy\left(h + \frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm}\right) = \pi aa\left(h + \frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm}\right).$$

Der Druck der Luft aber auf den Hintertheil, wenn $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{n}$, wir... vorwärts stossen mit einer Kraft

$$= \pi aa\left(h - \frac{2a\sqrt{bh}}{n} + \frac{aab}{nn}\right).$$

Diese Kraft von der vorigen abgezogen, läßt den würklichen Wieder... Körpers über, welcher seyn wird

$$= \pi a^2\left(\frac{2a(m+n)\sqrt{bh}}{mn} + \frac{aab(nn-mm)}{mmnn}\right) = \frac{\pi a^3(m+n)}{mn}\left(2\sqrt{bh} + \frac{ab}{\ldots}\right.$$

Wenn aber $\sqrt{h} < \frac{a\sqrt{b}}{n}$, so empfindet der Hintertheil gar keinen ... ist also der Wiederstand

$$= \pi aa\left(h + \frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm}\right).$$

Wenn $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{n}$, so ist die Resistenz um so viel kleiner, je länger ... theil ist, und wenn dasselbe unendlich lang wird, so wird die Re...

$$= \pi aa\left(\frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm}\right).$$

Wenn aber eben dieser Körper umgekehrt würde, und sich mit ... DBC in der Luft mit eben der Geschwindigkeit bewegte, so würde d... stand desselben seyn

$$= \frac{\pi a^3(m+n)}{mn}\left(2\sqrt{bh} + \frac{ab(m-n)}{mn}\right),$$

wenn nehmlich $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{m}$. Woraus erhellet, daß wenn die beyden ... gleich spitzig, der Wiederstand des Körpers am kleinsten seyn we... der spitzigere Theil voraus geht.

Es könten aus diesem Begrif von dem Wiederstand der flüßiger... noch viele andere schöne Folgen hergeleitet werden, welche wir aber b... gehen, da es noch sehr ungewiß ist, ob derselbe mit der Erfahrung ... einiger massen überein kömmt oder nicht. Inzwischen wird auch ... der Satz des Verfassers bestätiget, daß wenn sich eine Kugel mit einer ... Geschwindigkeit, als die Luft zu folgen vermögend ist, beweget, der... stand weit grösser werde, als man sonsten glaubt. Denn, wenn $\sqrt{b}$...

muß zu dem Wiederstand $\frac{8}{3}\pi aa\sqrt{bh}$, welcher herauskommt, wenn $\sqrt{b}$ nicht grösser ist als $\sqrt{h}$, noch diese Quantität $\frac{\pi aa}{6b}(\sqrt{b}-\sqrt{h})^3(3\sqrt{b}+\sqrt{h})$ hinzugethan werden.

Es mag aber für die Luft diese oder eine andere Erklärung des Wiederstands gelten, so kommt doch dabey noch ein anderer Umstand zu betrachten vor, wodurch der Wiederstand noch mehr vergrössert wird. Dieser beruhet darauf, daß sich die Luft so wohl in einen kleinern Raum einschränken, als in einen grössern ausdehnen läßt. Dadurch geschieht, daß wenn sich ein Körper in der Luft sehr schnell beweget, die Luft vor demselben mehr zusammen gedruckt, und folglich dichter, hinter demselben aber weniger zusammen gedruckt, und folglich dünner wird. Wegen des ersteren Umstands wird also die wiederstehende Kraft von vorne stärker, wegen des andern aber die forttreibende Kraft von hinten schwächer; dahero der Wiederstand der Luft auch aus diesem Grunde bey schnellen Bewegungen weit grösser wird, als bey langsamen.

ZWEYTER SATZ

Wie man den Wiederstand der Luft, welchen ein darinn bewegter Körper leidet, durch Versuche bestimmen soll?

Vermittelst der Maschine, welche oben in dem 8ten Satz beschrieben worden, bin ich immer im Stande, die Geschwindigkeit einer Kugel in einem jeglichen Punkt des Weges, durch welchen sich dieselbe beweget, zu bestimmen. Die ganze Sache kommt nur auf die Richtung des Laufs an, welche so beschaffen seyn muß, daß die Kugel an dem gegebenen Ort ihres Weges auf das Pendulum stosse. Ich nahm also einen Mußketen-Lauf, welcher eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter schoß, und ladete denselben ungefehr mit dem halben Gewicht Pulver, wobey ich die Vorsichtigkeit gebrauchte, daß ich das Pulver immer auf das genaueste abwog, und in allen Stücken also verfuhr, daß ich durch sehr viel vorher angestellte Proben versichert seyn konnte, daß die Geschwindigkeit der Kugel in allen Schüssen biß auf 20 Schuh in einer Secunde einerley war. Hierauf schoß ich diesen Lauf zu dreyen verschiedenen mahlen gegen das Pendulum loß, welches das erste mal 25 Schuh,

das andere mahl 75 Schuh, und das dritte mahl 125 Schuh v
Mündung des Laufs entfernet worden: und befand, daß die K
ersten Fall mit einer Geschwindigkeit von 1670 Schuhen in einer
das Pendulum gestossen, in dem zweyten Fall mit einer Geschw
1550 Schuhen, und in dem dritten mit einer Geschwindigkeit von
in einer Secunde. Also hatte diese Kugel, indem dieselbe 50 Sch
einer Secunde fortgegangen, an ihrer Geschwindigkeit ungefehr 120
in einer Secunde verlohren; und die Zeit, in welcher dieselbe
Raum von 50 Schuhen gefahren, war ungefehr $\frac{1}{32}$ oder $\frac{1}{30}$ e
Woraus folget, daß die mittlere Grösse des Wiederstands der L
Versuchen ungefehr 120 mahl grösser gewesen, als das Gewich
und es hat also der Wiederstand, da die Kugel bey nahe $\frac{1}{12}$ ℔
gefehr 10 ℔ Avoirdupoise betragen. Wenn wir nun hierüber
nach des Hrn. NEWTONS Methode für zusammengepreßte flüßige Ma
in der 38ten Propos. des 2ten Buchs ausgeführet ist, anstellen, u
nehmen, daß die Luft 850 mahl leichter ist, als Wasser, so word
daß der Wiederstand einer Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, wel
einer Geschwindigkeit von ungefehr 1600 Schuhen in einer Sec
nicht mehr als $4\frac{1}{6}$ ℔ Avoirdupoise austrage. Da wir nun wiss
Regeln, welche in der angeführten Proposition des Hrn. NEWTO
bey langsamen Bewegungen sehr genau eintreffen, so können wir
schließen, daß die wiederstehende Kraft der Luft in langsamen
kleiner sey, als in geschwinden, und dieses in der Verhältnis v
welche Verhältniß zwischen diesen 1 zu 2 und 1 zu 3 enthalte

verlohren. In diesen Versuchen war also der Wiederstand etwas grösser, als in den vorigen, und betrug hier zwischen 10 und 12 Pfund Avoirdupoise. Nach diesen Versuchen kommt also die Verhältniß der wiederstehenden Kraft der Luft für sehr schnelle Bewegungen zu sehr langsamen der Verhältniß 3 zu 1 näher, als in den vorigen.

Nachdem ich also auf diese Art den Wiederstand der Luft auf eine Geschwindigkeit bey nahe von 1700 Schuhen in 1″ erkannt hatte, welche groß genug ist, um hinter der Kugel einen Luft-leeren Raum zu lassen, so habe ich auch den Wiederstand für kleinere Grade der Geschwindigkeit untersuchet. Zu diesem Ende habe ich den vorigen Lauf zwar mit eben so grossen Kugeln als vorher, aber mit weniger Pulver geladen, und nachdem ich das Pendulum 25 Schuh weit von dem Lauf gesetzet, habe ich fünfmahl nach einander mit einerley Ladung gegen dasselbe geschossen, und die mittlere Geschwindigkeit der Kugel, mit welcher dieselbe auf das Pendulum gefahren, von 1180 Schuhen in 1″ befunden. Alsdenn habe ich das Pendulum auf eine Weite von 250 Schuhen von dem Lauf entfernet, und wiederum zu 5 mahlen nacheinander dagegen geschossen; so war, nachdem ich dazwischen ein Mittel genommen, die Geschwindigkeit der Kugel noch 950 Schuh in der Secunde. Indem also die Kugel in der Luft durch einen Weg von 225 fortgegangen, so hat dieselbe 230 Schuh in 1″ in ihrer Geschwindigkeit verlohren. Da nun dieselbe diesen Weg in ungefehr $\frac{3}{14}$ einer Secunde zurück gelegt, so mußte der Wiederstand der Luft auf einen mittlern Grad der Geschwindigkeit bey nahe $33\frac{1}{2}$ mahl grösser gewesen seyn, als das Gewicht der Kugel, und folglich 2 ℔ 10 Untzen Avoirdupoise betragen haben. Nun aber kommt nach den Regeln des Wiederstands für langsame Bewegungen, für diesen Fall nur $\frac{7}{11}$ des gefundenen Gewichts heraus: dahero die wiederstehende Kraft der Luft auf eine Geschwindigkeit von 1065 Schuhen in einer Secunde nicht mehr, als nach der Verhältniß wie 7 zu 11 vermehret wird, da wir doch bey den vorigen Versuchen gesehen, daß für einen höhern Grad der Geschwindigkeit diese Vermehrung der Verhältniß von 1 zu 3 sehr nahe gekommen.

Ferner habe ich drey Schüsse von der vorgemeldeten Grösse und Gewicht über ein stillstehendes Wasser dergestalt gethan, daß man den Ort, wo die Kugel das Wasser zu berühren anfieng, deutlich bemerken, und so wohl die Zeit, als den Weg, welchen die Kugel von dem Lauf an bis in das Wasser durchgelaufen, genau bestimmen könnte. Ein jeder Schuß geschahe mit einer Geschwindigkeit von 400 Schuhen in einer Secunde, und ich war durch viele

Versuche von eben dieser Ladung versichert, daß ich mich auf dies
digkeit bey 10 Schuhen in einer Secunde verlassen konnte. Der
reichte 313 Yards, ehe die Kugel das Wasser berührte, und solch
in $4\frac{1}{4}$ Secunde: also daß die Kugel 313 Yards in $4\frac{1}{4}$ Secunde du
Die zweyte gieng 319 Yards in 4 Secunden, und die dritte 373 Y
Nach der für langsame Bewegungen fest gesetzten Lehre des V
hätte der erste Schuß nur in 3'',2, der zweyte in 3'',28 und der
geschehen müssen. Woraus erhellet, daß in einem jeglichen di
die Bewegung merklich mehr durch den Wiederstand der Luft is
worden, als solches nach der Theorie hätte geschehen sollen. Folg
noch bey solchen ziemlich langsamen Bewegungen, als von 400 Sc
die wiederstehende Kraft der Luft um ein merkliches grösser, a
samen Bewegungen.

Aus allem diesen nun, was hier angeführet worden, erhellet
Lehre von dem Wiederstand der Luft, so wie derselbe von dem
für langsame Bewegungen fest gesetzet, und durch mancherley
stätiget worden, ganz und gar von der Wahrheit abweicht, wenn
auf sehr schnelle Bewegungen, dergleichen eine Mußketen-Kugel
will; dergestalt daß in diesem Fall die wiederstehende Kraft der L
dreymahl grösser wird, als dieselbe nach der gedachten Lehre
Gleichwohl aber nimmt diese Vermehrung der wiederstehenden K
um so vielmehr ab, je kleiner die Geschwindigkeit der Kugel w
lich, wenn diese Geschwindigkeit schon klein genug worden, d
Wiederstands mit der Theorie völlig überein kommt. Dahero
Wiederstand nicht nach den Quadraten der Geschwindigkeit, wie m
lich anzunehmen pflegt, sondern derselbe weichet von dieser Verh
vielmehr ab, je grösser die Geschwindigkeit der Kugel, nebst de
drückung der Luft vor derselben wird. Wir dürfen also in Erw
Umstände fest behaupten, daß, da man sich bißher von dem Wie
Luft solche unvollkommene und irrige Begriffe gemachet, der W
eine Kugel durch die Luft beschreibet, auch keineswegs mit G
bestimmet werden können, und daß folglich die Kunst der Artille
Stück bißher noch sehr unvollkommen geblieben ist. Inzwischen
genug, daß wir hier diese Vermehrung des Wiederstands der
schnellen Bewegungen, welche alles dasjenige, was man bisher da
maßet, weit übersteiget, dargethan, und außer Zweifel gesetzet ha

wenn wir in den Stand gesetzt werden sollen, die Bewegung der geschossenen Körper in der Luft zu bestimmen, so ist es nöthig, daß wir noch über dieses die wahre Verhältniß, nach welcher der Wiederstand für einen jeglichen Grad der Geschwindigkeit bestimmet wird, ergründen. Dieses wird uns also die Materie zum folgenden Satz geben.

ERSTE ANMERKUNG

Der Verfasser liefert uns hier einige sehr merkwürdige Versuche, wodurch der würkliche Wiederstand der Luft für schnelle Bewegungen erkannt werden kann. Ob man nun gleich wegen der oben angeführten Ursachen die Geschwindigkeit der Kugel, welche der Autor heraus gebracht, einiger maßen in Zweifel ziehen könnte, indem derselbe nicht auf alle nöthige Umstände gesehen zu haben scheint, und noch über dieses seine Rechnung nach einer unrichtigen Regel angestellet: so sind wir doch genöthiget, dieselben, weil der Fehler nicht sonderlich groß seyn kann, um so vielmehr als richtig anzunehmen, da aus Ermangelung einer vollständigen Beschreibung dieser Versuche mit dem Pendulo nicht möglich ist, den etwa im rechnen begangenen Fehler zu verbessern. Um nun vor allen Dingen zu sehen, wie viel die gemeine Lehre von dem Wiederstand der Luft in diesen von dem Verfasser angestellten Versuchen von der Wahrheit abweiche, so wollen wir nach derselben berechnen, wie viel die Kugel, welche mit einer gegebenen Geschwindigkeit sich zu bewegen anfängt, indem dieselbe durch einen gegebenen Weg fortgehet, von ihrer Geschwindigkeit verlieren müsse. Ob aber gleich dieser Weg, welchen die Kugel beschrieben, in der That eine Krümmung gehabt, so war doch dieselbe sehr geringe, und man siehet leicht, daß man dieselbe bey der gegenwärtigen Untersuchung gänzlich aus der Acht laßen könne. Wir wollen also setzen (Fig. 19),

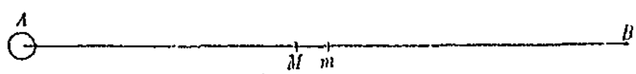


Fig. 19.

es bewege sich eine Kugel in der Luft nach der geraden Linie AB; und die Schwehre derselben verhalte sich zu der Schwehre der Luft, wie n zu 1. Wenn man nun annimmt, daß das Wasser 850 mahl schwehrer sey, als die Luft, so

bekömmt der Buchstabe n nach den verschiedenen Materien, wo
bestehen kann, nachfolgende Werthe:

Materie der Kugel	Schwehrer als Regen-Wasser	Der Werth des Buchstabens n
Gold fein	19,080	16218
Silber fein	10,480	8908
Bley	11,350	9647
Kupfer	8,840	7514
Eisen	7,820	6647
Meßing	8,412	7150
Helfenbein	1,826	1552
Marmel	2,710	2303

Es sey nun c der Diameter der Kugel, so wird die Kugel so v
ein gleich dicker Cylinder Luft, dessen Höhe $= \frac{2}{3} nc$. Die Gesch
Kugel in A sey ferner $= \sqrt{b}$, oder b soll die Höhe bedeuten, a
fallender Körper mit der Kugel einerley Geschwindigkeit erhält;
die Kugel durch den Weg $AM = x$ fortgelaufen, so soll $\sqrt{v}$ di
keit derselben in M anzeigen. Wenn nun die Kugel einen eb
Wiederstand litte, als ein gleich dicker Cylinder, so würde de
dem Gewicht einer Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe $= v$; da ab
stand einer Kugel nur halb so groß seyn soll nach der gewöh
so wird derselbe durch das Gewicht einer gleich dicken Luft-Säu
werden, deren Höhe $= \frac{1}{2} v$; folglich wird sich der Wiederstand
der Kugel verhalten, wie $\frac{1}{2} v$ zu $\frac{2}{3} nc$, oder wie $\frac{3v}{4nc}$ zu 1. I
Kugel durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortrücket
diese Aequation bekommen:

$$dv = \frac{-3vdx}{4nc},$$

oder wenn man integrirt, diese

$$\frac{3x}{4nc} = l\frac{b}{v},$$

wo $l\frac{b}{v}$ den hyperbolischen Logarithmum von $\frac{b}{v}$ andeutet. Od

$$\frac{3x}{4nc} = 2l\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{v}};$$

n aber e für die Zahl gesetzt wird, deren hyperbolischer Logarithmus so hat man

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{v}} = e^{3x:8nc} \quad \text{oder} \quad \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = e^{-3x:8nc}.$$

nun in den gegenwärtigen Exempeln $\frac{3x}{8nc}$ ein ziemlich kleiner Bruch ist, ird beynahe sein:

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = 1 - \frac{3x}{8nc} + \frac{9xx}{128nncc},$$

ich

$$\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{3x}{8nc} - \frac{9xx}{128nncc}.$$

diesen Formuln wollen wir also erstlich die ersten Exempel des Autoris chnen. Die Kugel war von Bley, und also $n = 9647$. Ferner war der neter der Kugel $c = \frac{3}{4}$ Zoll und die Geschwindigkeit derselben in A be- 1670 Schuh in einer Secunde, welche Zahl wir hier für $\sqrt{b}$ annehmen nen, da es nur auf die Verhältniß zwischen $\sqrt{b}$ und $\sqrt{v}$ ankommt. Ferner die Kugel in dem ersten Versuche durch 50 Schuh, und behielt eine Ge- vindigkeit von 1550 Schuhen in einer Secunde. Also war $x = 50$ Schuh, $\frac{x}{c} = 800$, folglich

$$\frac{3x}{8c} = 300 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = \frac{300}{9647} = 0{,}03109.$$

oro der Terminus

$$\frac{9xx}{128nncc} = 0{,}00048.$$

nun

$$\sqrt{b} = 1670 \quad \text{und} \quad \sqrt{v} = 1550,$$

vird

$$\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{120}{1670} = 0{,}07185,$$

che Zahl gleich seyn solte der vorigen 0,03061.[1]) Da aber jene mehr als ymal grösser ist, als diese, so folget daraus, daß der Wiederstand mehr zweymahl grösser gewesen, als angenommen worden, welches fast mit des

---

1) Nämlich $\frac{3x}{8nc} - \frac{9x^2}{128n^2c^2} = 0{,}03109 - 0{,}00048 = 0{,}03061.$ F. R. S.

Autoris Anmerkung gänzlich übereinkommt. Wir haben hi
der Wiederstand einer Kugel nur halb so groß sey, als e
Cylinders; der Autor aber will, daß beyde Körper einen gle
leiden. Wenn wir also den Wiederstand dieser Körper zwe
genommen hätten, so würden wir an statt der Zahl 0,03
gefunden haben, welche der andern 0,07185 weit näher kom
die gemeine Lehre nicht mehr so viel von der Wahrheit abg
dickerung der Luft vor der Kugel könnte hinreichend scheinen
des Wiederstands zu verursachen. Inzwischen scheinet aber
des Autoris, daß eine Kugel mit einem gleich dicken Cylind
stand leide, der Wahrheit nicht gemäß zu seyn, und wir wolle
dem Autore diese Vermehrung des Wiederstands einer andern
ben, als dieser. Wir werden aber hernach auch langsame
dieser Methode berechnen, um zu sehen, ob der Wiedersta
der gantzen Höhe x, oder nur aus der Helfte derselben, bestim

Das zweyte Experiment des Autoris geht auf die von
nachdem dieselbe 100 Schuh weit gelaufen, eine Geschw
Schuhen in einer Secunde behalten. Es war also nach
$\sqrt{b} = 1670$, $\sqrt{v} = 1425$, folglich

$$\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{245}{1670} = 0{,}14670.$$

Ferner war $\frac{3x}{8nc} = 0{,}06220$[2]), und müßte also seyn 0,14670
wiederum erhellet, daß der Wiederstand allzuklein angeno
diesen beyden Exempeln kommt fast einerley Verhältniß zw
Wiederstand, und dem angenommenen heraus; denn bey
der angenommene Wiederstand zu dem wahren verhalte,

Das dritte Exempel ist mit eben der vorigen Kuge
welche anfänglich in A eine Geschwindigkeit von 1690 S
und nachdem dieselbe durch einen Raum von 150 Schuhe
eine Geschwindigkeit von 1300 Schuhen in einer Secunde
also $\sqrt{b} = 1690$ und $\sqrt{v} = 1300$ folglich

$$\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{390}{1690} = 0{,}23077.$$

---

1) Im Original 0,06029. 2) Im Original 0,06218. 3) Das Verhältn
ist beim ersten Experiment 1 : 2,35 und beim zweiten 1 : 2,43. F. R

Ferner war $\frac{3x}{8nc} = 0{,}09329$[1], und müßte also seyn $0{,}23077 = 0{,}08907$[2]; woraus folgt, daß sich der angenommene Wiederstand zu dem wahren verhalten, wie 1 zu 2,59.[3] Dieses Experiment stimmet also mit den vorigen nicht recht überein, und da in diesem die Kugel weiter gelaufen, so hätte, nach des Autoris eigener Meynung, der Unterscheid kleiner seyn sollen, als vorher, indem je mehr die Geschwindigkeit der Kugel abnimmt, auch der Wiederstand mit der Theorie näher übereintreffen sollte.

Das vierte Experiment war mit einer gleichen Kugel angestellt; dieselbe hatte aber in A nur eine Geschwindigkeit von 1180 Schuhen in einer Secunde; nachdem nun dieselbe 225 Schuh weit gelaufen, so betrug ihre Geschwindigkeit noch 950 Schuh in 1″. Also war

$$\frac{x}{c} = 3600 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = 0{,}13994.$$[4]

Ferner war $\sqrt{b} = 1180$ und $\sqrt{v} = 950$, folglich müßte nach der Theorie seyn

$$0{,}13994 = l\frac{1180}{950} = l\frac{118}{95} = 0{,}21681.$$

In diesem Fall ist also auch der angenommene Wiederstand zu klein, und verhält sich zu dem wahren, wie 1 zu 1,493[5], welches mit des Autoris Verhältniß wie 7 zu 11 ziemlich genau übereintrift. Da nun der Unterscheid um so viel kleiner gefunden wird, je kleiner die Geschwindigkeit der Kugel wird, so erhellet hieraus, daß man nicht fehle, wenn man für sehr langsame Bewegungen den Wiederstand einer Kugel nur halb so groß annimmt, als eines gleich dicken Cylinders.

Die Untersuchung der folgenden Exempel erfordert eine andere Art der Rechnung; denn in denselben wird außer der Geschwindigkeit, so die Kugel im Anfange der Bewegung in A gehabt, die Zeit gegeben, innerhalb welcher dieselbe einen gegebenen Weg durchgelaufen. Wenn also wie vorher die Geschwindigkeit in $A = \sqrt{b}$, in $M = \sqrt{v}$ und der Weg $AM = x$ gesetzt wird, so haben wir diese Aequation gefunden

$$\sqrt{v} = e^{-3x:8nc}\sqrt{b}.$$

1) Im Original 0,09327. 2) Im Original 0,23077 = 0,08905. 3) Im Original 1 zu 2,92. 4) Im Original 0,13993. 5) Im Original 1,549. Berichtigt von F. R. S.

Man setze nun die Zeit, in welcher die Kugel von A biß M ge

so wird

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} = \frac{e^{3x:8nc}\,dx}{\sqrt{b}},$$

wovon das Integrale gefunden wird:

$$t = \frac{8nc(e^{3x:8nc}-1)}{3\sqrt{b}} = \frac{8nc}{3b}(e^{3x:8nc}-1)\sqrt{b}.$$

Welche Formul also zu gebrauchen ist: man drücke b in tause eines Rheinländischen Schuhes aus, und dividire alsdenn die h Zahl durch 250; so wird der Quotient die Anzahl der Secunde die Zeit t bestehet, anzeigen.[1] Wir haben aber oben[2] gesehen, $\sqrt{b}$, nachdem man b in tausendsten Theilen eines Rheinländ ausgedruckt hat, durch 4 dividirt, der Quotient anzeige, wie Kugel mit der Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ in einer Sekunde durchzulau ist. Wenn also die Kugel mit ihrer ersten Geschwindigkeit in dische Schuhe in 1″ hätte zurück legen können, so wird $\frac{\sqrt{b}}{4} =$ Rheinländische, oder $\frac{16mm}{970}$ Englische Schuh, und die gesuchte

$$t = \frac{8nc}{3b}(e^{3x:8nc}-1)\frac{m}{62{,}5}$$

Secunden. Wenn also die Zeit t in Secunden ausgedruckt wi

$$e^{3x:8nc} = 1 + \frac{1875bt}{80mnc}$$

oder

$$\frac{3x}{8nc} = l\left(1 + \frac{1875bt}{80mnc}\right).$$

Wenn demnach diese Aequation bey einem Experiment statt ein Zeichen, daß der Wiederstand recht angenommen worden;

---

1) Weil Euler $\frac{1}{1000}$ des rheinländischen Fußes als Längen- und $\frac{1}{250}$ Se wählt, erhält die Beschleunigung der Schwere die Maßzahl $\frac{31{,}25\cdot1000}{250^2} =$ geschwindigkeit für die Fallhöhe v die Maßzahl $\sqrt{v}$, jedoch bezogen auf rhe Sekunden die Maßzahl $\frac{\sqrt{v}}{1000}\cdot 250 = \frac{1}{4}\sqrt{v}$. F. R. S.

2) Siehe p. 78. F. R. S.

so wird man bald sehen, ob der angenommene Wiederstand zu groß oder zu klein, und dieses auch um wie viel. Wenn $\frac{3x}{8nc}$ eine sehr kleine Zahl ist, so läßt sich die erstere Aequation auf diese bringen:

$$t = \frac{mx}{62,5b}\left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16 \cdot 24 n^2c^2} + \text{etc.}\right),$$

oder da $b = \frac{16mm}{970}$ Englische Schuh, so wird

$$t = \frac{97x}{100m}\left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16 \cdot 24 n^2c^2} + \text{etc.}\right).$$

Oder wenn die erste Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ auch in englischen Schuhen gegeben wird, und dieselbe m solche Schuhe in einer Secunde beträgt, so kommt

$$t = \frac{x}{m}\left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16 \cdot 24 n^2c^2} + \text{etc.}\right)$$

Secunden, in welcher Formul es gleich viel ist, wenn nur die Grössen x, m und c nach einerley Maaß-Stab genommen worden, indem es nur auf die Verhältniß derselben ankömmt. Ferner ist hier zu merken, daß die absolute Größe des Wiederstands durch $\frac{3}{8n}$ angedeutet wird. Wenn also der angenommene Wiederstand zu klein gefunden wird, so darf man nur sehen, was für einen grössern Bruch man für $\frac{3}{8n}$ annehmen müsse, damit die Gleichheit erhalten würde, und alsdenn wird derselbe die wahre Größe des Wiederstands anzeigen.

In diesen letztern von dem Verfasser angeführten Versuchen war nun wie vorher $c = \frac{3}{4}$ Zoll, und $n = 9647$. Ferner war die anfängliche Geschwindigkeit 400 Schuh in einer Secunde: wenn wir also setzen $m = 400$, so müssen wir auch die übrigen Grössen nach diesem Maaß ausdrucken. Der erstere Schuß gieng 313 Yards in $4\frac{1}{4}''$; es hält aber ein Yard 3 englische Schuh, folglich wird $x = 939$ Schuh und $\frac{x}{m} = 2,3475$, ferner

$$\frac{x}{c} = 15024 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = 0,58401.$$

Wenn man nun diese Werthe in der obigen Vergleichung setzt, so kommt

$$4,25 = 3,18643\,^{1)},$$

1) Im Original 3,18839. Berichtigt von F. R. S.

woraus erhellet, daß die angenommene Resistenz zu klein is
findet für diesen Fall aus eben der Theorie 3,2", welche Zeit
gen sehr genau überein kommt. Um nun eine völlige Gleichhe
so müßte man den Wiederstand beynahe noch so groß setzen
aber, daß man sich auf dieses Experiment nicht allzuwohl ve
da in dem folgenden Experiment die Kugel um 6 Yards weite
zern Zeit, nehmlich in 4" gegangen, woraus folglich der Zuwac
stands kleiner heraus kommen muß. Wir wollen also dieses
nauer erwegen. Hier wird nun $x = 957$ Schuh, und folglich $\frac{x}{m}$

$$\frac{c}{c} = 15312 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = 0{,}59521.$$

Woraus man bekommt

$$4 = 3{,}2696.$$

Wenn also auch hier eine Gleichheit heraus kommen soll, so m
stand, und folglich der Terminus $\frac{3x}{8nc}$ grösser angenommen wer
$\frac{3x}{8nc} = z$, so muß seyn

$$\frac{4}{2{,}3925} = 1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{6} + \frac{z^3}{24} + \frac{z^4}{120} + \text{etc.} = 1{,}6719$$

oder

$$\frac{z}{2} + \frac{z^2}{2 \cdot 3} + \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{z^4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \text{etc.} = 0{,}6719.^{2})$$

Hieraus findet man

$$z = 0{,}9528^{3}),$$

und verhält sich also die angenommene Resistentz zu der wah
zu 0,9528[3]) das ist wie 1 zu 1,6008.[4]) Welcher Unterscheid de
groß scheint, weil oben in dem 4ten Experiment, da die Ges
Kugel im Anfang fast fünfmahl grösser, als hier gewesen, di
1 zu 1,493[5]) heraus gebracht worden. Es kömmt aber hierinne
genaue Bestimmung in allen Stücken an, da die gerings
einen sehr merklichen Unterscheid vorursachen kann. Dahe

1) Im Original 1,6718. 2) Im Original 0,6718. 3)
4) Im Original 1,6055. 5) Im Original 1,549. Berichtigt von F. R

Experimente nicht anders gebraucht werden, als nur überhaupt zu zeigen, daß der wahre Wiederstand, welchen eine schnell bewegte Kugel in der Luft leidet, viel grösser sey, als die hier gebrauchte Theorie anzeigt, und daß, je grösser die Geschwindigkeit der Kugel ist, diese Theorie um so viel mehr von der Wahrheit abweiche.

ZWEYTE ANMERKUNG

Um diese Abhandlung von dem Wiederstand der Körper in der Luft vollständig zu machen, so wollen wir auch langsamere Bewegungen untersuchen, dergleichen in fallenden Körpern beobachtet werden. In solchen Fällen läßt sich die Größe des Wiederstands bestimmen, wenn man die Zeit bemerkt, in welcher ein gegebener Körper durch eine gegebene Höhe herunter fällt. Denn da man weiß, in wie langer Zeit ein Körper in einem Luft-leeren Raum durch eine jegliche Höhe kraft seiner Schwehre fällt, so wird diese Zeit in der Luft grösser: und aus dem Unterscheid ist man im Stande, die Größe des Wiederstands herzuleiten. Die Luft hat aber hiebey eine doppelte Würkung; denn außer dem Wiederstand wird auch das Gewicht des Körpers um so viel vermindert, als eine mit demselben gleich grosse Masse Luft wiegt.

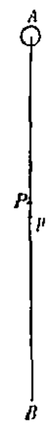


Fig. 20.

Es sey A (Fig. 20) eine Kugel, welche aus dem Punkt A nach der senkelrechten Linie AB herunter fällt; der Diameter derselben sey $= c$, und ihre Schwehre verhalte sich zu der Schwehre der Luft, wie n zu 1: folglich wird das Gewicht derselben um $\frac{1}{n}$ Theil vermindert. Wir wollen setzen, die Kugel sey schon biß in P herunter gefallen, die Höhe AP sey $= x$, und die Geschwindigkeit in P sey $= \sqrt{v}$. Hieraus wird nun in P die Kraft der Schwehre durch $1 - \frac{1}{n}$, die Kraft des Wiederstands aber durch $\frac{3v}{4nc}$ ausgedruckt werden: dahero die Acceleration in folgender Aequation enthalten seyn wird:

$$dv = \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{3v}{4nc}\right) dx.$$

Hieraus bekommt man:

$$\frac{3dx}{4nc} = \frac{3dv}{4nc - 4c - 3v},$$

wovon das Integrale ist

$$\frac{3x}{4nc} = l \frac{4(n-1)c}{4(n-1)c - 3v}.$$

Wenn nun e für die Zahl angenommen wird, deren hyperbolische
mus $= 1$, oder wenn $e = 2{,}718281828459$, so wird

$$e^{3x:4nc} = \frac{4(n-1)c}{4(n-1)c - 3v}$$

oder

$$1 - \frac{3v}{4(n-1)c} = e^{-3x:4nc},$$

und hieraus bekommt man

$$v = \frac{4(n-1)c}{3}(1 - e^{-3x:4nc}),$$

und folglich

$$\sqrt{v} = \sqrt{\frac{4(n-1)c}{3}(1 - e^{-3x:4nc})}.$$

Wenn ferner die Zeit, in welcher die Kugel aus A bis zu P
fallen, durch t angedeutet wird, dergestalt, daß t in Secunden
werden soll, so wird

$$dt = \frac{dx}{250\sqrt{\frac{4(n-1)c}{3}(1 - e^{-3x:4nc}}}$$

und

$$t = \frac{\sqrt{3}}{500\sqrt{(n-1)c}}\int \frac{dx}{\sqrt{(1 - e^{-3x:4nc})}}.$$

Die Integration aber giebt

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}}\, l\frac{1 + \sqrt{(1 - e^{-3x:4nc})}}{1 - \sqrt{(1 - e^{-3x:4nc})}}$$

oder

$$t = -\frac{2n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}}\, l(1 + \sqrt{(1 - e^{-3x:4nc})}) + \frac{x\sqrt{3}}{500\sqrt{(n-1)c}}$$

Wenn der Bruch $\frac{3x}{4nc}$ sehr klein ist, so setze man Kürze hal
und da wird

$$e^{-\frac{x}{m}} = 1 - \frac{x}{m} + \frac{x^2}{2m^2} - \frac{x^3}{6m^3} + \frac{x^4}{24m^4} - \text{etc.}$$

folglich

$$l\left(1 + \sqrt{\left(1 - e^{-\frac{x}{m}}\right)}\right) = l\left(1 + \sqrt{\left(\frac{x}{m} - \frac{x^2}{2m^2} + \frac{x^3}{6m^3} - \frac{x^4}{24m^4} +\right.}\right.$$

Wenn man nun diesen Logarithmum durch die Näherung ausdrücket[1]), und in obiger Aequation anbringt, so kommt

$$t = \frac{2n\sqrt{cx}}{125\sqrt{3}(n-1)m}\left(1+\frac{x}{12m}+\frac{xx}{480m^2}-\frac{x^3}{2688m^3}-\text{etc.}\right)$$

oder

$$t = \left(1+\frac{x}{12m}+\frac{xx}{480m^2}-\frac{x^3}{2688m^3}-\frac{x^4}{92160m^4}-\text{etc.}\right)\cdot\frac{1}{125}\sqrt{\frac{nx}{n-1}},$$

allwo in dem Glied $\sqrt{\frac{nx}{n-1}}$ die Höhe x in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhs ausgedrucket werden muß.

Um nun diese Formul durch ein Exempel zu erläutern, und zugleich zu sehen, wie genau dieselbe mit der Erfahrung überein stimmt, so wollen wir zu diesem Ende aus den *Princ. Phil. Nat.* des Hrn. NEWTONS eines nehmen, wo derselbe eine gläserne Kugel in der St. Paul-Kirche durch eine Höhe von 220 Englischen Schuhen hat herunterfallen lassen.[2]) Die Kugel hielt in ihrem Diameter 5 Zoll, und wog 483 Gran. Eine gleich grosse Kugel von Wasser würde gewogen haben 16600 Gran; wenn also die Luft 850 mahl leichter gesetzt wird, als Wasser, so müste eine gleich grosse Kugel von Luft gewogen haben $\frac{16600}{850}$, das ist 19,53 Gran. Also war $c = 5$ Zoll, und da diese Kugel in einem Luftleeren Raum würde 502,53 Gran gewogen haben, so wird $n = \frac{502,53}{19,53} = 25,73$ und $x = 220$ Schuh. Ferner wird $m = 171,5$ Zoll, und da $x = 2640$ Zoll, so wird

$$\frac{x}{m} = \frac{26400}{1715} = 15,3935.$$

Da nun hier $\frac{x}{m}$ keine so kleine Zahl ist, daß die obige Näherung Statt finden könnte, so müssen wir die erst gefundene Aequation gebrauchen:

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3}(n-1)}\, l\,\frac{1+\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}}{1-\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}},$$

wo c in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhes ausgedruckt

---

1) Man entwickle zunächst die Quadratwurzel nach steigenden Potenzen von $\sqrt{\frac{x}{m}}$ und setze dann das Resultat (es werde mit u bezeichnet) ein in $l(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3}\cdots$ F. R. S.

2) I. NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Editio tertia, Londini 1726, p. 351. F. R. S.

werden muß. Es wird also $c = 404,166$ und folglich

$$\frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}} = 0,48044.$$

Man setze Kürze halber

$$\frac{x}{m} = 15,3935 = \alpha,$$

so hat man

$$t = 0,48044\, l\,\frac{1+\sqrt{(1-e^{-\alpha})}}{1-\sqrt{(1-e^{-\alpha})}}$$

Secunden. Es sey $e^{-\alpha} = z$, so wird $lz = -\alpha le$; da nun $e = 2,7$
ist nach den gemeinen Logarithmis $le = 0,43429448$, und also

$$lz = -15,3935 \cdot 0,43429448 = -6,6853,$$

folglich

$$z = \frac{1}{4845100}.$$

Da nun $z = e^{-\alpha}$ eine so sehr kleine Zahl ist, so wird

$$\sqrt{(1-z)} = 1 - \frac{1}{9690200}$$

und

$$t = 0,48044\, l\, 19380400$$

Secunden. Der gemeine log. von 19380400 ist 7,287363, welcher
multiplicirt den hyperbolischen Logarithmum giebt: dieser w
$= 16,7797$, und da kommt heraus

$$t = 8,0616$$

Secunden. Newton hat aber diese Zeit auf das genaueste be
dieselbe befunden 8,2″. Die Kugel hat also etwas mehr Z
um aus der Höhe von 220 Schuhen herunter zu fallen,
Theorie gefunden wird, folglich hat dieselbe einen etwas grö
stand angetroffen, als nach der Theorie angenommen worde
ist der Unterscheid so geringe, daß, da in der Observation
kleiner Fehler könnte eingeschlichen seyn, die wahre Gröss
stands daraus nicht wohl bestimmt werden kann. Newton
noch mehr dergleichen Experimente auf eine andere Art au

dem er aus der gegebenen Zeit die Höhe gesuchet, durch welche der Körper nach der Theorie hätte herunter fallen müssen. Er findet aber diese Höhe *immer etwas grösser, als dieselbe in der That gewesen, woraus folglich* genugsam erhellet, daß der Wiederstand in der That etwas grösser gewesen seyn müsse, als solcher nach der Theorie gesetzt worden. Hierdurch wird also die Meynung des Verfassers noch um so viel mehr bekräftiget, daß bey schnellen Bewegungen die Theorie den Wiederstand zu klein angebe; denn auch in diesen Versuchen war gegen das Ende des Falls die Geschwindigkeit *nicht mehr klein, und betrug ungefehr* 29 Schuh *in einer* Secunde, *welche* Geschwindigkeit schon einen etwas grössern Wiederstand leiden muß.

Die Berechnung dieses und anderer dergleichen Exempel, wo $e^{-3x:4nc}$ eine so sehr kleine Zahl ist, kan folgender gestalt bequemer angestellt werden. Denn da ohne Fehler ist

$$\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})} = 1 - \frac{1}{2}e^{-3x:4nc},$$

so wird

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}}\, l\,\frac{2-\frac{1}{2}e^{-3x:4nc}}{\frac{1}{2}e^{-3x:4nc}} = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}}\, l\,4e^{3x:4nc}$$

oder

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}}\, l4 + \frac{x\sqrt{3}}{500\sqrt{(n-1)c}}.$$

Da nun $l4 = 1{,}38629436$, so wird

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{\sqrt{(n-1)}}\left(0{,}0064030 + 0{,}0034641\,\frac{x}{nc}\right)$$

Secunden. Will man aber in diesen Fällen aus der gegebenen Zeit t die Höhe x finden, so kommt

$$0{,}0034641\,\frac{x}{nc} = \frac{t\sqrt{(n-1)}}{n\sqrt{c}} - 0{,}0064030$$

und also

$$x = 288{,}675\,t\sqrt{c(n-1)} - 1{,}8484\,nc,$$

oder

$$\frac{x}{nc} = 288{,}675\cdot\frac{t\sqrt{(n-1)}}{n\sqrt{c}} - 1{,}8484,$$

wo in dem Glied $\frac{t\sqrt{(n-1)}}{n\sqrt{c}}$ die Zeit t in Secunden, und der Diameter c in tausendsten Theilen eines Rheinl. Schuhes ausgedruckt werden muß. Da nun

in dem vorher berechneten Exempel war $t = 8{,}2''$, $c = 404{,}166$ und n --
so wird $nc = 128{,}65$ Engl. Zoll, oder 10,72 Engl. Schuhe. Hieraus bekommt

$$\frac{x}{10{,}72} = 20{,}9086 \quad \text{oder} \quad x = 224{,}14$$

Engl. Schuhe, und ist dahero grösser als die Höhe 220 Schuhe, welche
Kugel in dieser Zeit in der That beschrieben. Der Unterscheid ist abe
4 Schuh, welche die Kugel in $\frac{1}{7}''$ durchlaufen könnte. Da nun ein so ger
Theil der Zeit nicht genau bemerket werden kann, so sieht man hieraus
die gewöhnliche Theorie des Herrn NEWTONS bey nicht allzu schnellen
wegungen sehr genau übereintreffe, bey schnellen Bewegungen aber den Wi
stand allzuklein anzeige.

gefügten Anmerkungen, angeführten Gründe alle Kraft fast gänzlich zu verlieren scheinen. Insonderheit fällt die letztere daselbst gegebene Art den Wiederstand zu bestimmen, wo derselbe der Geschwindigkeit selbst proportional gefunden worden, gänzlich weg: indem der Wiederstand nicht zugleich den Geschwindigkeiten des Körpers selbst, und auch ihren Quadraten, proportional seyn kann. Denn ungeachtet es bey einem jeden Körper einen solchen Grad der Geschwindigkeit giebt, für welchen nach beyden Proportionen einerley Wiederstand heraus kommt, so muß derselbe doch bey allen übrigen Graden der Geschwindigkeit verschieden seyn. Wenn sich nehmlich der Körper geschwinder bewegt, so geben die Quadrata der Geschwindigkeit einen grösseren Wiederstand, als die Geschwindigkeiten selber: und umgekehrt, wenn sich der Körper mit einem geringeren Grad der Geschwindigkeit beweget, so geben die Geschwindigkeiten selbst einen grössern Wiederstand, als ihre Quadrata. Aus dieser Betrachtung könnte man also einwenden, daß sich öfters diese beyden Unterscheide ersetzen, und also beyde Theorien der Wahrheit gemäß gefunden werden könnten. Insonderheit scheinet die letztere Meynung noch dadurch eine neue Kraft zu erhalten, daß in sehr langsamen Bewegungen der Wiederstand grösser befunden wird, als die Theorie anzeigt: ungeachtet man gemeiniglich diesen Umstand einer Zähigkeit der flüßigen Materie zuschreiben will.

Damit man aber hiervon desto gründlicher urtheilen könne, so wollen wir nach dieser Theorie einige Exempel[1]) berechnen. Es sey also c der Diameter der Kugel, und $\sqrt{b}$ ihre Geschwindigkeit, $\sqrt{h}$ aber die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft in einen leeren Raum hinein zu dringen vermögend ist; so wird der Wiederstand eines gleich dicken Cylinders dem Gewicht eines Cylinders von Luft gleich seyn, dessen Höhe $= 4\sqrt{bh}$. Der Wiederstand der Kugel wird aber dem Gewicht eines gleich dicken Cylinders Luft gleich seyn, dessen Höhe $= \frac{8}{3}\sqrt{bh}$, wenn nehmlich $b < h$. Wenn aber $b > h$, so muß die Höhe eines gleich schweren Cylinders genommen werden

$$= \frac{8}{3}\sqrt{bh} + \frac{1}{6b}(\sqrt{b} - \sqrt{h})^3(3\sqrt{b} + \sqrt{h}):$$

es ist aber $h = 29100$ Rheinl. Schuhe, und dieser letztere Fall findet statt, wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde mehr, als 1348 beträgt. Nach der gemeinen Lehre würde der Wiederstand dieser Kugel dem Gewicht einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{1}{2}b$. Um also zu sehen, wenn die Kugel

1) Siehe hierzu EULERS Vierte Anmerkung zum Ersten Satze dieses Capitels. F. R. S.

nach diesen beyden Theorien einerley Wiederstand leiden müßte
nur setzen $\frac{1}{2}b = \frac{8}{3}\sqrt{bh}$, und da kömmt $\sqrt{b} = \frac{16}{3}\sqrt{h}$; oder die
sich mit einer Geschwindigkeit von 7189 Schuhen in einer Sec
bey kleinern Geschwindigkeiten würde also $\frac{8}{3}\sqrt{bh}$ immer grö
$\frac{1}{2}b$, und das um $\frac{16\sqrt{h}}{3\sqrt{b}}$. Bey einer Geschwindigkeit also von
einer Secunde, würde der Wiederstand nach diesem neuen Be
grösser heraus kommen, als nach der gewöhnlichen Art. Da
der Wahrheit sehr genau überein kommt, so ist klar, daß d
gar entsetzlich von der Wahrheit abweichen müsse. Wenn ma
wolte, daß die Geschwindigkeit der Luft, womit dieselbe in eine
hinnein dringt, wegen anderer uns verborgenen Umstände nicht
als wir hier angenommen, so würde doch immer noch etwas se
heraus kommen. Denn wenn auch $\sqrt{h} = 100$ oder noch wenige
würde, so würde nicht nur bey sehr langsamen Bewegungen de
noch weit zu groß gefunden werden, sondern man würde auc
schwinden Bewegungen den Wiederstand immer viel kleiner fin
der üblichen Lehre, da doch nach dieser in solchen Fällen de
viel zu klein gefunden wird. Es würde derowegen unnöthig
letztern Begrif von dem Wiederstand durch mehr Exempel z
da die Unrichtigkeit desselben Sonnen-klar dargethan worden.
aus den Schluß ziehen, daß man bey dergleichen Untersuchunge
äusserste Behutsamkeit gebrauchen müße: da es nicht so leich
fält, wie in der daselbst gebrauchten Methode gefehlet worde
dienet aber dieses, die gebräuchliche Lehre von dem Wiederstan
Körper auf langsame Bewegungen um so viel mehr zu bekräftig
allen Zweifel zu setzen. Wie aber dieselbe für sehr schnelle Be
bessert, und zur Vollkommenheit gebracht werden müsse, so
folgenden dargethan werden.

DRITTER SATZ

Wie man die verschiedenen Vermehrungen der wiederstehenden Kraft der Luft nach den verschiedenen Geschwindigkeiten der darinn bewegten Körper bestimmen soll?

Da in der Praxi nicht bald solche Schüsse vorkommen, in welchen die Kugel eine grössere Geschwindigkeit, als von 1700 Schuhen erhält, so habe ich auch noch keine Versuche angestellt, um die wiederstehende Kraft der Luft zu bestimmen, wenn sich die Kugel mit einer grössern Geschwindigkeit bewegt. Es wird aber auch zu unserem gegenwärtigen Vorhaben genug seyn, wenn wir nur die Veränderungen des Wiederstands für alle geringere Grade der Geschwindigkeit anzeigen können.

Nach den Versuchen, welche ich über diese Materie angestellt, wird die wiederstehende Kraft der Luft für alle Geschwindigkeiten, welche kleiner sind, als von 1700 Schuhen in einer Secunde, vermittelst der folgenden Regel immer sehr genau bestimmt werden können.

Man nehme (Fig. 21) AB zu AC, wie sich verhält die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde, zu der vorgegebenen Geschwindigkeit, für

Fig. 21.

welche die wiederstehende Kraft der Luft gesuchet wird. Ferner verlängere man die Linie AB biß in D, dergestalt, daß sich verhalte BD zu AD, wie sich verhält die wiederstehende Kraft der Luft für sehr langsame Bewegungen, zu der wiederstehenden Kraft für die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in 1″. Wenn dieses geschehen, so wird sich CD zu AD verhalten, wie die wiederstehende Kraft der Luft für langsame Bewegungen zu der wiederstehenden Kraft für den vorgegebenen Grad der Geschwindigkeit, welche durch die Linie AC vorgestellet worden.

ERSTE ANMERKUNG

Nachdem also die gemeine Lehre von dem Wiederstand der Luft auf mittelmäßige Bewegungen fest gesetzt, und zugleich dargethan worden, daß für sehr schnelle Bewegungen nach derselben der Wiederstand zu klein heraus komme, so muß man in diesen Fällen den Wiederstand vermehren, um diese Lehre der Wahrheit völlig gemäß einzurichten. Wir haben auch oben schon die Ursache dieser Vermehrung deutlich genug eingesehen, welche auf diesen zweyen Gründen beruhet, daß erstlich bey sehr schnellen Bewegungen. die Luft nicht vermögend ist, der Kugel zu folgen, wodurch folglich der Wiederstand noch mit dem Druck der Luft von vorne vermehret wird. Hernach wird auch in diesen Fällen die Luft vor der Kugel viel dicker, wodurch so wohl der Gegendruck, als der Wiederstand vermehret wird. Wenn sich nun diese beyden Umstände aus der Natur der Luft genau bestimmen liessen, so wäre man im Stande, die Lehre von dem Wiederstand derselben zur Vollkommenheit zu bringen. Da aber unsere Erkenntniß hierzu keineswegs hinreichend ist, so muß man sich begnügen, aus der Erfahrung diese nöthige Verbesserung, so viel als möglich, genau und der Wahrheit gemäß herzuleiten. Diesen Weg hat auch der Verfasser erwehlet, um den Wiederstand der Luft auf sehr schnelle Bewegungen in diesem Satz zu bestimmen: und da seine Versuche auf keine grössere Geschwindigkeiten, als von 1700 Schuhen in 1″ gerichtet sind, so hat er sich begnüget, eine solche Regel zu geben, welche für alle geringere Grade der Geschwindigkeit den Wiederstand eben so, wie er solchen durch die Erfahrung befunden hatte, anzeigte.

Höhe $= \frac{3}{2} v$, ausgedruckt worden. Wir wollen also, um unsere Ausdrückung allgemein zu machen, setzen, daß der wahre Wiederstand einer Kugel dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= \theta v$: und da ist klar, daß θ eine solche veränderliche Grösse seyn müsse, daß dieselbe, wenn v nicht sehr groß ist, immer $= \frac{1}{2}$ sey: wenn aber v sehr groß wird, einen grössern Werth bekomme, und endlich gar $= \frac{3}{2}$ werde, wenn die Geschwindigkeit der Kugel auf 1700 Schuh in 1″ anwächst, das ist, wenn v ungefehr 46400[1]) Englische Schuh groß wird. Die ganze Sache kommt also darauf an, daß man für θ eine solche Ausdrückung finde, welche, wenn v nicht merklich groß ist, allezeit $\frac{1}{2}$, wenn aber $v = 46400$, als denn $\frac{3}{2}$ gebe. Dieser Buchstabe θ ist also dasjenige, was der Autor die wiederstehende Kraft der Luft nennet, und welche er in diesem Satz für einen jeglichen Fall bestimmet. Um nun aus seiner gegebenen Regel den Werth dieses Buchstabens θ heraus zu bringen, so sey f die Höhe, aus welcher die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde erlangt wird, oder es sey $\sqrt{f} = 1700$, und $\sqrt{v}$ die Geschwindigkeit, für welche die wiederstehende Kraft oder der Werth des θ gesucht wird. Es bedeute ferner α den Werth für θ, wenn $\sqrt{v} = \sqrt{f}$, dergestalt, daß in diesem Fall α ungefehr $\frac{3}{2}$ seyn muß; wenn aber $\sqrt{v}$ sehr klein, so muß seyn $\theta = \frac{1}{2}$. Man nenne nun die Linie $AB = a$, so macht der Verfasser erstlich diese Proportion

$$AB\,(a) : AC = \sqrt{f} : \sqrt{v},$$

hieraus wird

$$AC = \frac{a\sqrt{v}}{\sqrt{f}}.$$

Die zweyte Proportion des Autoris verhält sich also:

$$BD : AD = \frac{1}{2} : \alpha,$$

welche in diese verwandelt wird:

$$AB : AD = \alpha - \frac{1}{2} : \alpha;$$

hieraus wird

$$AD = \frac{2\alpha a}{2\alpha - 1}.$$

1) Euler ersetzt hier 17^2 durch 290 und nimmt die Beschleunigung der Schwere zu 31,25 englische Fuß an, was übrigens für die folgende numerische Rechnung belanglos ist. F. R. S

Da nun $AC = \frac{a\sqrt{v}}{\sqrt{f}}$, so wird

$$CD = \frac{2\alpha a\sqrt{f} - (2\alpha - 1) a\sqrt{v}}{(2\alpha - 1)\sqrt{f}}.$$

Endlich sagt er, werde seyn

$$CD : AD = \tfrac{1}{2} : \theta$$

und folglich

$$\theta = \frac{AD}{2CD}.$$

Hieraus wird

$$\theta = \frac{\alpha\sqrt{f}}{2\alpha\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\sqrt{v}};$$

und der Wiederstand einer Kugel, welche sich mit der Geschwi
in der Luft beweget, wird dem Gewicht einer gleich dicken Luft-S
seyn, deren Höhe

$$= \frac{\alpha\sqrt{f}}{2\alpha\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\sqrt{v}} r.$$

Dieser gefundene Werth für θ hat nun die erforderten Eigenscha
wenn die Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ sehr klein ist, so verschwindet de
$(2\alpha - 1)\sqrt{v}$ vor $2\alpha\sqrt{f}$, und wird also $\theta = \frac{1}{2}$; wenn aber die Gesc
$\sqrt{v}$, 1700 Schuhe in 1″ beträgt, oder dem $\sqrt{f}$ gleich wird, so kö
wie erfordert worden. Für kleinere Geschwindigkeiten bekommt
Werthe, wie aus beygefügter Tabelle, wo wir $\alpha = \frac{3}{2}$ angenom
erhellet.

Wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde so viel Englische Schuhe beträgt:	So ist die wiederstehende Kraft der Luft, oder der Werth des Buchstabens θ:
0	0,5000
100	0,5204
200	0,5425
300	0,5667
400	0,5930
500	0,6219
600	0,6538
700	0,6892
800	0,7286
900	0,7727
1000	0,8226
1100	0,8793
1200	0,9444
1300	1,0200
1400	1,1087
1500	1,2143
1600	1,3421
1700	1,5000

n sichet aber leicht, daß man diesen Werth des Buchstabens θ nicht für össere Geschwindigkeiten gebrauchen könne. Denn wenn $\sqrt{v} = \frac{2\alpha\sqrt{f}}{2\alpha-1}$, das , wenn die Geschwindigkeit 2550 Schuh in einer Secunde austragen solte würde θ unendlich groß, und müßte in diesem Fall der Wiederstand undlich groß seyn, welches ganz und gar ungereimt wäre. Ob nun gleich r Verfasser dieses wohl eingesehen, und seine Regel nur für kleinere Grade r Geschwindigkeit, als von 1700 Schuhen in 1″ ausdrücklich einschränket, sichet man doch, daß, da dieselbe von der Wahrheit bey grössern Geschwingkeiten so sehr abweicht, dieselbe auch bey etwas kleineren der Wahrheit cht völlig gemäß seyn könne. Und da man mit leichter Mühe unendlich el dergleichen Formuln für θ finden kann, welche eben diese zwey Eigenhaften besitzen, daß erstlich für ganz kleine Geschwindigkeiten $\theta = \frac{1}{2}$, und : die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in 1″ heraus komme $\theta = \frac{3}{2}$, so rd man der Wahrheit näher kommen, wenn man aus denselben eine solche

erwehlet, welche dieser Ungereimtheit nicht unterworfen ist. Es s vielmehr, daß man den wahren Wiederstand durch eine solche Fo

$$\frac{1}{2}v + pv^n$$

ausdrücken solte, wo p eine sehr kleine Zahl, und n grösser Denn auf diese Art kann man gleichfals die nöthigen Bedin halten, daß wenn v sehr klein ist, der terminus pv^n in An $\frac{1}{2}v$ verschwinde, und wenn v sehr groß, nehmlich 46400 Schuh, der terminus pv^n zwey mahl so groß werde, als der erste $\frac{1}{2}v$ ersten Bedingung ein Genügen zu leisten, wird unumgänglich erf die Zahl n grösser sey, als 1. Es kommt also nur darauf an, o dieselbe $\frac{3}{2}$ oder 2 annehmen wolle: im erstern Fall würde dieser den Cubis der Geschwindigkeit, im andern aber den Quadrato-qua portional seyn. Wolte man das erstere erwehlen, so findet sich di rigkeit, daß wenn der Cörper zurück gienge, und man folglich die digkeit $\sqrt{v}$ negativ annähme, der Wiederstand $= \frac{1}{2}v - pv\sqrt{v}$ hera würde, da derselbe doch eben sowohl, als im ersteren Fall = seyn müßte.

Diese Schwierigkeit fällt nun weg, wenn wir für n die Zahl 2 dergestalt, daß der Wiederstand durch

$$\frac{1}{2}v + pv^2$$

ausgedrückt wird. Denn hier ist es gleich viel, ob die Geschwindigkei affirmative oder negative angenommen wird; ferner kommt auch au die obige Schwierigkeit nicht zum Vorschein, daß für einen endlich Geschwindigkeit der Wiederstand unendlich groß wird. Diese Form daher keine geringe Bekräftigung, daß bey sehr langsamen Bewe Wiederstand etwas grösser, als $\frac{1}{2}v$ werde, welche Würkung der Zä Luft zugeschrieben wird. Es ist aber, wie der grosse Newton gewiese der Zähigkeit weder den Geschwindigkeiten, noch ihren Quadraten nal, sondern sie bleibt immer einerley.[1]) Wenn also diese Zähigk angedeutet wird, so kömmt nach der ordentlichen Lehre der gan

1) I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia, p. 274. F. R. S.

stand also ausgedrückt $\delta + \frac{1}{2} v$ heraus, wo δ eine so kleine Grösse ist, daß wenn v nicht über die massen klein ist, dieselbe in Ansehung des $\frac{1}{2} v$ gänzlich aus der Acht gelassen werden kann; als wenn zum Exempel δ nur den tausendsten Theil eines Schuhes bedeutete, so verschwindet dasselbe, so bald nur v etliche Zoll groß wird. Weil nun diese Expression $\delta + \frac{1}{2} v$ noch nicht den ganzen Wiederstand ausdrückt, wenn v sehr groß ist, und folglich zu derselben noch ein Terminus gesetzt werden muß, so kann derselbe, allem Vermuthen nach, nicht anders als von dieser Form pv^2 seyn. Da wir aber den ersten Terminum δ bey geschwinden Bewegungen, dergleichen wir hier betrachten, gänzlich weglassen können, so wird der Wiederstand also $\frac{1}{2} v + pv^2$ ausgedruckt werden müssen. Wenn wir dahero gewiß wüsten, daß für eine Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in 1″, oder wenn $v = 46400$ Schuh, der wahre Wiederstand dreymahl grösser wäre, als nach der gemeinen Regel, so würde sich hieraus der Buchstabe p bestimmen lassen. Denn da müste seyn

$$\frac{1}{2} \cdot 46400 + p \cdot 46400^2 = \frac{3}{2} \cdot 46400,$$

folglich

$$p = \frac{1}{46400}.$$

Wenn aber der Wiederstand erst für eine Geschwindigkeit von 1900 Schuhen 3 mahl so groß würde, so bekäme man $p = \frac{1}{58200}$, wobey zu merken, daß 58200 Schuh die doppelte Höhe h geben, welche oben zu Ausdrückung der Elasticität der Luft ist gebraucht worden.[1]) Weil uns aber dieser Werth für p noch nicht bekannt ist, so wollen wir für denselben $\frac{1}{2g}$ setzen, dergestalt, daß die wahre Grösse des Wiederstands seyn soll

$$= \frac{1}{2} v + \frac{1}{2g} v^2;$$

und wir wollen den wahren Werth von g aus den Experimenten selbst bestimmen. Wenn man im übrigen für $\frac{1}{2g}$ den obigen Bruch $\frac{1}{46400}$ annimmt, so kommt für alle niedrigere Grade der Geschwindigkeit fast eben der Wiederstand heraus, als aus des Autoris Regel. Denn wenn wir hier wiederum die

1) Dieser Wert von p entspricht auf rheinländisches Maß bezogen einer Geschwindigkeit von 1907 Schuh. F. R. S.

wiederstehende Kraft der Luft durch θ andeuten, so wird

$$\theta = \frac{1}{2} + \frac{v}{46400},$$

oder wenn die Kugel n Schuh in einer Secunde macht, so wird

$$\theta = \frac{1}{2} + \frac{nn}{2890000}.$$

Ist also $n = 100$, so wird $\theta = 0{,}5034$, welches kleiner ist, als nach
Regel; wird aber $n = 800$, so kommt $\theta = 0{,}7214$ fast wie bey
wenn aber $n > 800$ bis $n = 1700$, so sind die hieraus entstehen
des θ grösser, als nach dem Autore, welches der Wahrheit nicht
seyn scheinet.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir wollen also annehmen, der wahre Wiederstand, welchen
die sich mit einer Geschwindigkeit $\sqrt{v}$ in der Luft beweget, sey g
gleich dicken Cylinder Luft, dessen Höhe

$$= \frac{1}{2} c + \frac{1}{2g} v^2,$$

und wir wollen den Buchstaben g dergestalt bestimmen, daß die R
den Experimenten des Verfassers, so viel als möglich, übereinkom
dahero (Fig. 19) der Diameter der Kugel $= c$, welche sich nach der g
AB in der Luft dergestalt bewegen soll, daß ihre Geschwindigkeit
fang der Bewegung in A sey $= \sqrt{b}$; woraus man die Geschwindigke
in einem jeglichen Punkt M bestimmen solle, welche sey $= \sqrt{v}$.
den Weg $AM = x$, und die Kugel bestehe aus einer solchen Mat
n mahl schwerer sey, als die Luft, folglich wird die Schwehre der
gleich dicken Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{2}{3} nc$: und die S
Kugel wird sich also zu dem Wiederstand in M verhalten,
$\frac{1}{2} v + \frac{1}{2g} v^2$ oder

$$\text{wie 1 zu } \frac{3v}{4nc} + \frac{3v^2}{4ncg}.$$

Indem also die Kugel durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortgehet, so wird seyn:

$$dv = \frac{-3dx}{4nc}\left(v + \frac{vv}{g}\right)$$

oder

$$\frac{3dx}{4nc} = \frac{-gdv}{gv + vv} = \frac{-dv}{v} + \frac{dv}{g+v},$$

welches gehöriger massen integrirt gibt

$$\frac{3x}{4nc} = l\,\frac{b(g+v)}{v(g+b)},$$

oder wenn e für die Zahl angenommen wird, deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$, so wird

$$e^{3x:4nc} = \frac{b(g+v)}{v(g+b)}$$

oder

$$e^{3x:4nc}\,bv + e^{3x:4nc}\,gv = bg + bv,$$

woraus man erhält

$$g = \frac{(e^{3x:4nc} - 1)bv}{b - e^{3x:4nc}v},$$

wobey zu merken, daß wenn $\frac{3x}{4nc}$ ein sehr kleiner Bruch, alsdenn beynahe sey

$$e^{3x:4nc} = 1 + \frac{3x}{4nc} + \frac{9xx}{2 \cdot 16n^2c^2} + \text{etc.}$$

In den von dem Autore angeführten Exempeln war nun, weil die Kugel von Bley gewesen, $n = 9647$, und der Diameter der Kugel $c = \frac{3}{4}$ Zoll. Ferner hatte die Kugel anfänglich eine Geschwindigkeit von 1670 Engl. Schuhen in einer Secunde, dahero $b = 41990$ Rheinl. Schuhe oder 43237[1]) Engl. Schuhe. Wir wollen hierzu das zweyte Exempel des Autoris in Betrachtung ziehen, worinne die Kugel, nachdem dieselbe einen Weg von 100 Schuhen durchgelaufen, noch eine Geschwindigkeit von 1425 Schuhen in einer Secunde behalten. Also verhält sich $\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1670 : 1425$; und $b : v = 103 : 75$ bey nahe. Hernach da $x = 100$ Schuh, so wird

$$\frac{3x}{4nc} = 0{,}12439^{2)},$$

1) Im Original 42190. 2) Im Original 0,12436. Berichtigt von F. R. S.

folglich

$$e^{\frac{3x}{4nc}} = 1,13242$$

und dahero wird

$$g = \frac{0,13242 \cdot 75}{103 - 75 \cdot 1,13242}\, b = \frac{9,93150}{18,0685}\, b\,^{1)},$$

oder da $b = 41990$ Rheinl. Schuhe, so wird $g = 23080$[2]) Rheinl.

Im dritten Exempel war $\sqrt{b} = 1690$ Schuh, $x = 150$
$\sqrt{v} = 1300$ Schuh, dahero $\frac{3x}{4nc} = 0,18654$ und $e^{3x:4nc} = 1,20507$ un

$$g = \frac{0,20507\, v}{b - 1,20507\, v}\, b.$$

Da nun

$$\sqrt{b} : \sqrt{v} = 13 : 10 \quad \text{und} \quad b : v = 169 : 100,$$

so wird

$$g = \frac{20,507}{48,493}\, b.$$

Es ist aber $b = 42981$ Rheinl. Schuh, und wird also $g = 18176$

Wir wollen nun den Werth von g noch aus dem 4ten Exp
suchen, in welchem, wie in den vorhergehenden, war $c = \frac{3}{4}$ Zoll,
Die Geschwindigkeit der Kugel in A aber war $\sqrt{b} = 1180$ Schuh,
dieselbe den Raum $x = 225$ Schuh durchlauffen, war $\sqrt{v} = 950$ S
wird $\frac{3x}{4nc} = 0,27986$, und also $e^{3x:4nc} = 1,32294$, folglich

$$g = \frac{0,32294\, v}{b - 1,32294\, v}\, b.$$

Es ist aber $b : v = 13924 : 9025$ und dahero wird

$$g = \frac{2914,5335}{1984,4665}\, b.$$

Nun aber ist hier $b = 20958$ Rheinl. Schuh, derowegen wird g
Schuh.

Aus diesen drey Experimenten des Autoris haben wir
schiedene Werthe für die Buchstaben g bekommen, nehmlich

---

1) Im Original $\frac{9,93150}{18,86758}\, b$. 2) Im Original 22102. Berichtig

$$\left.\begin{array}{r} \text{I. } g = 23080\,^{1)} \\ \text{II. } g = 18176 \\ \text{III. } g = 30781 \end{array}\right\} \text{Rheinl. Schuh.}$$

Wenn man nun zwischen diesen ein Mittel nimmt, so kommt heraus $g = 24012.$[2]) Da aber in dem dritten die Kugel einen weit grösseren Weg, als in den beyden andern beschrieben, und auch der Unterscheid zwischen den Geschwindigkeiten in A und M grösser gewesen, so hat die Unrichtigkeit der Ausmessungen in dem letzten Experiment keinen so grossen Einfluß haben können, als in den andern, und dahero scheinet der letzt gefundene Werth des g der Wahrheit am meisten gemäß zu seyn. Weil man aber doch Ursache zu vermuthen hat, daß derselbe noch etwas zu groß ist, die Höhe einer natürlichen Luft-Säule aber, welche der elastischen Kraft der Luft gleich ist, etwas kleiner gefunden wird, so scheinet der Wahrheit gemäß zu seyn, daß dieser Buchstabe g dieser Höhe accurat gleich sey. Wir haben aber oben diese Höhe etwas zu groß angesetzt, weil wir daselbst die Luft 864 mahl leichter, als das Wasser genommen haben. Wenn wir also [für die Höhe] einer Quecksilber-Säule, deren Gewicht der Elasticität der Luft gleich ist, 30 Englische Zoll oder $2\frac{1}{2}$ Schuh annehmen, das Quecksilber aber 13,575 mahl schwehrer, als Wasser, und 11538 mahl schwehrer, als Luft setzen, so kommt die Höhe einer natürlichen Luft-Säule, deren Gewicht der Elasticität der Luft gleich ist, $= 28845$ Englische, oder 27979 Rheinl. Schuh, und also werden wir uns am allerwenigsten von der Wahrheit entfernen, wenn wir für g diese Höhe annehmen. Da wir nun bisher den Buchstaben h für diese Höhe gebraucht haben, welcher folglich diesen Werth haben wird

$$h = 28845$$

Engl. Schuh oder

$$h = 27979$$

Rheinl. Schuh, so wird $g = h$, und dahero ist der Wiederstand einer Kugel gleich dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$. Die wiederstehende Kraft der Luft, welche hier durch $\frac{1}{2} + \frac{v}{2h}$ ausgedrückt wird, ist also um so viel grösser, je geschwinder sich die Kugel bewegt, und das fast nach

---

1) Im Original 22102. 2) Im Original 23686. Berichtigt von F. R. S.

eben der Regel, welche der Autor g...
Geschwindigkeit der Kugel, deren Wiederstand dreymahl grösser
der gemeinen, 1870 Rheinl. oder 1926 Engl. Schuh. Der Autor s
der Meynung zu seyn, als wenn dieses schon bey einer Geschw
1700 Schuhen in 1″ geschähe; der Unterscheid ist aber bey so v
tigkeiten, welchen die Versuche unterworfen sind, nicht so groß,
in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Im übrigen bek
Uebereinstimmung der Buchstaben g und h die Wahrheit unserer
wenig, weil man vorher hätte sehen können, daß der gefundene
durch die Elasticität der Luft bestimmet werden müßte. Denn
mehrung des Wiederstands, theils von der Verdickerung der
Kugel, theils von der Verdünnerung hinter derselben herkommt,
Umstände aber auf der Elasticität der Luft beruhen, so kann
Vermehrung keiner andern Ursache, als der Elasticität der Luft,
werden. Man siehet auch ferner, daß je grösser die Elasticität
je geringer die entstehende Verdickerung vor der Kugel, und die
hinter derselben seyn müsse; indem alsdenn die Luft mehr Kr
mit der umliegenden ins Gleichgewicht zu setzen. Hieraus fol
je grösser die Elasticität der Luft ist, je kleiner der Zuwachs des
werden, und daß derselbe, wenn die Elasticität unendlich groß
verschwinden müsse. Eben dieses weiset auch die gefun
$\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$, in welcher der Zusatz $\frac{1}{2h}vv$ um so viel kleiner w
man die Höhe h, wodurch die Elasticität der Luft ausgemessen w
und wenn h gar unendlich groß gesetzt werden solte, so wü
$\frac{1}{2h}vv$ gänzlich verschwinden, wie solches die Natur der Sache
giebt. Eben diese Eigenschaften würden zwar auch Statt finde
für g an Statt h, entweder $2h$ oder $3h$, oder auch $\frac{1}{2}h$ setzen
ist aus den obigen Rechnungen leicht zu sehen, daß, um den
ein Genügen zu leisten, für g weder $\frac{1}{2}h$ noch $2h$, noch viel v
genommen werden könne. Dahero diese Simplicität, daß just di
Werth von g am nächsten gekommen, die Gewißheit unserer gefu
um so vielmehr bestärket, indem dergleichen Ausdrücke der Na
meisten gemäß befunden werden. Wenn also diese unsere
Wiederstand der Luft zu bestimmen, mit der Wahrheit gänzlich
ungeachtet dieselbe hier bloß aus der Erfahrung hergeleitet
doch kein Zweifel, daß man dieselbe nicht auch aus der Theo

heraus bringen können. Und da man von der Wahrheit derselben zum voraus versichert ist, so kann die Betrachtung derselben nicht wenig zu einer vollkommenern Erkenntniß der Natur und wahren Ursache des Wiederstands, als welche, wie aus dem obigen zur Gnüge erhellet, noch sehr unvollständig ist, beytragen.

VIERTER SATZ

Wie man die Geschwindigkeit, mit welcher Mußketen- und Canonen-Kugeln durch Hülfe der gewöhnlichen Ladung Pulver heraus geschossen werden, bestimmen soll?

Aus den in dem 7ten Satz des ersten Capitols angestellten, und durch die folgenden Versuche bekräftigten Rechnungen erhellet, daß eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter und $1\frac{1}{3}$ Unzen Avoirdupoise am Gewicht, wenn dieselbe mit dem halben Gewicht Pulver aus einem Lauf, der 45 Zoll lang ist, heraus geschossen wird, eine solche Geschwindigkeit erhalte, mit welcher dieselbe nach einer gleichförmigen Bewegung 1700 Schuh in einer Secunde zurück legen würde.

Wenn man, an statt einer bleyernen Kugel, eine eiserne von gleicher Grösse und unter gleichen Umständen in den Lauf laden, und mit der vorigen Ladung Pulver herausschiessen solte, so würde diese eiserne Kugel eine grössere Geschwindigkeit erhalten, als die bleyerne, und das nach der Verhältniß der Quadrat-Wurzeln aus der Schwehre des Bleys zur Schwehre des Eisens. Wenn wir nun diese Verhältniß setzen wie 3 zu 2, und nach den an dem angeführten Ort gegebenen Regeln die Rechnung anstellen, so wird man finden, daß eine eiserne Kugel, so 24 Pfund schwehr, wenn dieselbe aus einem Stück, dessen Seele 10 Schuh lang, mit 16 Pfund Pulver geschossen wird, dadurch eine solche Geschwindigkeit erhalten werde, womit dieselbe, nach einer gleichförmigen Bewegung, beynahe 1650 Schuh in einer Secunde durchlaufen könnte.

Dieses ist also die Geschwindigkeit, welche eine Canon-Kugel von 24 Pfund nach unserer Theorie erhalten muß, wenn dieselbe mit voller Ladung heraus geschossen wird. Wenn man aber an statt dieser Ladung Pulver, welche $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel austrägt, nur die Helfte des Gewichts der Kugel nehmlich 12 Pfund laden solte, so wird nach oben diesen Regeln die Geschwin-

digkeit der Kugel in einer Secunde nicht mehr, als 1450 Schuh au
diese Geschwindigkeit wird auch bey allen kleinern Kugeln Sta
ferne dieselben nur mit einer ähnlichen Ladung Pulver gesch
und die Länge des Laufs zum Diameter der Kugel beständig ein
niß behält. Ob man aber gleich in der Artillerie bey den kle
diese Verhältniß zwischen der Länge der Seele und dem Diame
nicht zu beobachten pflegt, so ist doch der Unterscheid nicht
die hier bestimmte Geschwindigkeit viel von der Wahrheit abw
welches vermittelst der Rechnung ein jeder leicht befinden wir

Wir setzen aber bey diesen Bestimmungen zum voraus,
raum nicht grösser sey, als eben nöthig ist, die Kugel in de
hinein zu bringen, ungeachtet es in der That entweder aus
oder Unwissenheit öfters zu geschehen pflegt, daß der Diameter
den Diameter der Kugel so sehr überschreitet, daß ein grosser
treibenden Gewalt des Pulvers an den Seiten heraus dringt:
Fall mag freylich die Geschwindigkeit der Kugel sehr merklicl
als wir hier bestimmet haben. Inzwischen ist es doch wahrs
ein guter Theil dieses Verlusts durch den Zuwachs der grösser
mit, wie oben in dem sechsten Satz angemerket worden, derg
Ladungen Pulver allem Ansehen nach begleitet sind, ersetzet w

ZUSATZ

Die Betrachtung dieser hier bestimmten erstaunlichen G
der Canonen-Schüsse kann dienen, um eine Schwierigkeit aufzu
verschiedene Autores, welche über die gemeine Lehre der Artille
haben, sind veranlasset worden, auf eine ganz ausserordentliche
Meynung zu verfallen. Diese Schwierigkeit, wovon ich rede, be
sogenannten Kernschuß, oder der Weite, durch welche die K
einer geraden Linie, wie man sich die Sache vorzustellen pflegt
Unser ANDERSON[1]) hatte durch viele Versuche befunden, daß
Kugeln und Bomben im ersten Anfang ihrer Bewegung nicht so
war, als dieselbe nach den Grundsätzen des GALILEI, wenn man
die Weite des Schusses in Vergleichung ziehet, hätte seyn so
diesen Umstand nach seiner Theorie zu erklären, so hat er ge

1) Siehe die Anmerkung 2 p. 36. F. R. S.

einem jeglichen Schusse die Kugel durch eine gewisse Weite von der Mündung des Stücks in einer geraden Linie fortgehe, und daß die Kraft der Schwehre auf dieselbe inzwischen keine Würkung habe. Durch dieses Mittel dachte er die Lehre von der parabolischen Bewegung zu retten, und stimmte zugleich der gemeinen Meynung, welche die practischen Scribenten überhaupt hierüber gegeben, bey. Wenn man aber auch gleich diese Beobachtung auf keine bessere Art erklären könnte, so würde doch verhoffentlich nicht nöthig seyn, eine so ungereimte Meynung, dergleichen die Aufhebung der Kraft der Schwehre ist, zu wiederlegen. In der That aber hat sich der ANDERSON darinn betrogen, daß er nicht gewußt, wie sehr die erste Geschwindigkeit der schwehrsten Canonen-Schüsse durch den Wiederstand der Luft während der Bewegung verändert wird. Hieraus ist es auch nicht schwehr, die gemeine Meynung der practischen Artilleristen zu erklären, wenn dieselben behaupten, daß eine jede Canonen-Kugel auf eine gewisse Weite von dem Stück in einer geraden Linie fortgehe, welche eingebildete Weite sie den Kern-Schuß zu nennen pflegen. Denn hierzu haben wir nicht mehr nöthig, als darzuthun, daß in dieser also bestimmten und benannten Weite die Abweichung der Bahn, worinn sich die Kugel bewegt, von einer geraden Linie so geringe ist, daß sie dieselbe nach ihrer Art nicht zu bemerken vermögend sind. Da nun eine Kugel von 24 ℔ welche mit einer Ladung von $\frac{2}{3}$ ihres Gewichts Pulver geschossen wird, in einer Weite von 1500 Schuhen von dem Stück nicht mehr von ihrer ersten Richtung, als um einen Winkel, so nur etwas wenig grösser ist, als ein halber Grad, abweicht, so werden diejenigen, denen die ungewissen Methoden bekannt sind[1]), nach welchen die Stücke öfters gerichtet zu werden pflegen, leicht erkennen daß eine so geringe Abweichung als diese ist, von dem gemeinen Haufen der Artilleristen nicht wohl bemerket werden könne, und daß dieselben folglich diesen Theil der Bahn, in welcher sich die Kugel bewegt, unfehlbar als eine gerade Linie ansehen müssen: insonderheit da noch öfters andere Fehler mit unterlaufen, welche vielmehr austragen, als die Krümmung dieser Linie, welche von der Kraft der allgemeinen Schwehre verursachet wird.

In diesem Satz ist also die Geschwindigkeit der Kugel, so wohl wenn die Ladung an Pulver zwey Drittel ihres Gewichts, als wenn dieselbe nur die Helfte austragt, bestimmet worden. Ich muß aber bey dieser Gelegenheit erinnern daß nach den Gründen unserer Theorie, welche in dieser Abhandlung fest ge-

1) Die Worte *bekannt sind* fehlen im deutschen, nicht aber die entsprechenden im englischen Original. F. R. S.

setzet worden, wenn die Ladung immer grösser angenommen ... schwindigkeit der Kugel dadurch nur biß auf einen gewissen G... werden könne; dergestalt, daß man für einen jeglichen Fall eine ... der Ladung anzeigen kann, durch welche die Kugel am geschw... getrieben wird: und wenn man noch mehr Pulver laden sollte ... die Geschwindigkeit der Kugel geringer seyn würde. Diese L... der Kugel die größte Geschwindigkeit mittheilet, und die Verh... Geschwindigkeit zu denjenigen, welche von grössern oder klei... herkommen, kann folgender Gestalt ausfündig gemacht werden.

Man stelle sich die Linie AB (Fig. 22) als die Axe des S... ziehe darauf die Perpendicular-Linie AC: zwischen diesen Linie... als den Asymtoten, ... eine Hyperbel LEF, ... Linie BF parallel mi... finde man das Punkt D... eck $ADGE$ gleich wi... bolischen Raum DE... wird die Linie AD ... Ladung anzeigen, we... die allergröste Geschw... theilet. Da sich nun ... Lehre von den Logar... ist, AD zu AB ver... 2,71828, so wird aus ...

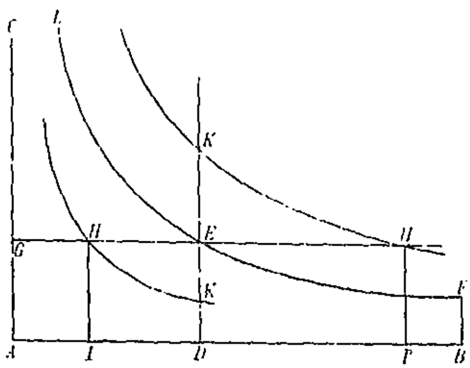


Fig. 22.

Linie AD, welche solchergestalt gefunden worden, und aus ... Mündung, die Menge des Pulvers, so zu dieser Ladung erforde... bestimmet werden können.

Wenn man aber an statt dieser Ladung eine andere anni... der Höhlung des Stücks den Raum AI einnimmt, so ziehe ma... parallel, und beschreibe durch das Punckt H zwischen den vor... AB und AC eine Hyperbel HK. Wenn dieses geschehen, s... gröste Geschwindigkeit zu der Geschwindigkeit, welche der Ku... Ladung AI eingedruckt wird, verhalten, wie die Quadrat-W... Viereck AE zu der Quadrat-Wurzel aus einem Raum, welcher ... man von dem Viereck AE die dreylinichte Figur HEK we... dieses folget leicht aus den Grundsätzen, welche in dem sieb... ersten Kapitels fest gesetzet worden.

ERSTE ANMERKUNG

Nachdem der Autor im ersten Kapitel nur die Geschwindigkeit von kleinen Mußketen-Kugeln ausgerechnet, und durch die Erfahrung vermittelst seines Penduli bestätiget hatte, so ziehet derselbe allhier die Canonen-Kugeln in Betrachtung; und da die Geschwindigkeit derselben nicht durch die vorher gebrauchte Maschine bestimmt werden kann, so begnügt er sich, dieselbe bloß allein aus seiner Theorie heraus zu bringen. Denn, weil bey kleinen Kugeln sich kein merklicher Unterscheid zwischen der Theorie und der Erfahrung geäußert, so konnte er mit dem grösten Grunde vermuthen, daß die Theorie auch bey grossen Kugeln mit der Erfahrung übereinstimmen würde. Und ob zwar gleich der Spielraum in Canonen nach Proportion weit grösser ist, als in Mußketen, und dadurch folglich vielmehr von der forttreibenden Gewalt des Pulvers verlohren geht, so ist hinwiederum bey Canonen-Schüssen die Erhitzung, welche durch die Entzündung des Pulvers verursachet wird, seiner Meynung nach grösser, als in kleinen Schießgewehren; und da hierdurch die forttreibende Kraft des Pulvers vermehret wird, so mag durch diesen Zuwachs der Gewalt der gedachte Abgang ungefehr ersetzet werden. Wir haben schon oben bemerket wie viel Umstände der Autor in Berechnung der Geschwindigkeit der Kugel aus der Acht gelaßen. Da aber dieselben hauptsächlich bey Untersuchung der Natur und der wahren Kraft des Pulvers in Betrachtung gezogen werden müssen so kann es zu dem gegenwärtigen Endzweck genug seyn, eine solche Formul wodurch die Geschwindigkeit der Kugel ausgedruckt wird, zu erwehlen, welche mit der Experientz bey kleinern Kugeln übereinstimmend befunden worden wenn in derselben auch gleich nicht auf alle Umstände gesehen wird. Denn es ist zu vermuthen, daß eine solche Regel, welche für kleine Kugeln der Wahrheit gemäß gefunden worden, auch für grosse Kugeln nicht so sehr von der Wahrheit abweichen werde; insonderheit da man in diesem Stück keine vollkommene Erkenntniß hoffen kann.

Wir wollen also hierzu die in der Anmerkung zu dem letzten Satz des vorigen Kapitels gegebene Formul gebrauchen, als welche keine weitläuftige Rechnung erfordert, und für kleine Kugeln fast eben diejenige Geschwindigkeit gibt, welche durch die Erfahrung befunden worden. Da sich aber in derselben zwey Buchstaben m und n befinden, welche auf der Güte des Pulvers beruhen so wollen wir dafür diejenigen Werthe ansetzen, welche das Gouvernements Pulver, so der Autor gebrauchet, denselben beyleget; es wird also ungefehr

$m = 244$ und $n = 850$. Dieses vorausgesetzt, so sey die Läng
Laufs $= a$, die Länge des Raums hinter der Kugel, welcher m
gefüllt wird, $= b$, und k die Höhe einer Luft-Säule, so dem Gew
gleich ist, und h die Höhe einer Luft-Säule, welche die Elasti
ausmißt, dergestalt, daß $h = 27980$ Rheinl. Schuh, wie wir befu
sei v die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eben diejenig
keit erlanget, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird, und
diese Vergleichung gefunden:

$$v = \frac{244\beta bh}{k + 425b}\, l\, \frac{800a - 396b}{404b}. ^{1)}$$

Es ist aber nach dem Autore $244\beta = 1000$ [2], und wenn wir
$\frac{800a - 396b}{404b}$ für die Zahlen 396 und 404 die runde Zahl 400 setzen
der Werth dieses Bruchs nicht merklich verändert wird, so be

$$v = \frac{1000\,bh}{k + 425\,b}\, l\, \frac{2a - b}{b}.$$

Setzt man nun hier für des Autoris erstes Experiment $a = 45$ Zol
$k = 4900$ Zoll, so kommen für die Geschwindigkeit der Kugel 1684
in einer Secunde, welches mit der Wahrheit ziemlich genau
Wenn nun c für den Diameter der Kugel [gesetzt wird], und die Ma
n mahl schwehrer ist, als die Luft, so wird $k = \frac{2}{3}nc$. Da nu
des Pulvers ist $= 850\,b$, so wird sich das Gewicht der Kugel
der Ladung verhalten, wie k zu $850b$. Es sey also das Gew
$= P$, das Gewicht der Ladung $= Q$, so wird seyn $k : 850b =$
$k : b = 850\,P : Q$. Derowegen da in den Schüssen die Verhältniß
Gewicht der Kugel und des Pulvers gegeben zu werden pflegt,
hieraus diese Aequation

$$v = \frac{1000\,Qh}{425(2\,P + Q)}\, l\, \frac{2a - b}{b},$$

oder da $h = 27980$ Rheinl. Schuh, so wird

$$v = \frac{65\,700\,Q}{2\,P + Q}\, l\, \frac{2a - b}{b}$$

Rheinl. Schuh.

---

1) Siehe p. 234. 2) Siehe p. 205. F. R. S.

Ferner da $k = \frac{2}{3} nc$, so wird

$$P : Q = \frac{2}{3} nc : 850\, b = nc : 1275\, b,$$

folglich

$$b = \frac{nQc}{1275\, P};$$

und wird also b durch den Diameter der Kugel c bestimmt. Es pflegt abe auch die Länge des Stücks a in solchen Diametern ausgedrückt zu werder wenn wir also setzen, daß $a = ic$, so wird

$$a : b = i : \frac{nQ}{1275\, P} = 1275\, iP : nQ$$

und also wird

$$v = \frac{65700\, Q}{2P + Q}\, l\, \frac{2550\, iP - nQ}{nQ}$$

Rheinl. Schuh. Wenn nun, wie für die Canonen zu seyn pflegt, die Kugel vo Eisen ist, so wird $n = 6647$ oder 6650, dahero für eiserne Kugeln seyn wi

$$v = \frac{65700\, Q}{2P + Q}\, l\, \frac{51\, iP - 133\, Q}{133\, Q}$$

Rheinl. Schuh. Wenn also die Ladung Q halb so schwer genommen wir als die Kugel P, so bekommen wir

$$v = 13140\, l\, \frac{102\, i - 133}{133}$$

Rheinl. Schuh. Beträgt aber die Ladung Q $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel so wird

$$v = 16425\, l\, \frac{153\, i - 266}{266}$$

Rheinl. Schuh, und diese zwey Fälle werden hier von dem Autore in B trachtung gezogen. Wir wollen aber noch über dieses setzen, daß die Ladu Q drey Viertel des Gewichts der Kugel ausmache, so wird

$$v = 17918\, l\, \frac{204\, i - 399}{399}$$

Rheinl. Schuh.

$m = 244$ und $n = 850$. Dieses vorausgesetzt, so sey die Länge d
Laufs $= a$, die Länge des Raums hinter der Kugel, welcher mit P
gefüllt wird, $= b$, und k die Höhe einer Luft-Säule, so dem Gewicht
gleich ist, und h die Höhe einer Luft-Säule, welche die Elasticitä
ausmißt, dergestalt, daß $h = 27980$ Rheinl. Schuh, wie wir befunde.
sei v die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eben diejenige G
keit erlanget, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird, und da
diese Vergleichung gefunden:

$$v = \frac{244\beta bh}{k + 425b}\, l\, \frac{800a - 396b}{404b}\ ^{1)}$$

Es ist aber nach dem Autore $244\beta = 1000$ [2]), und wenn wir in d
$\frac{800a - 396b}{404b}$ für die Zahlen 396 und 404 die runde Zahl 400 setzen, n
der Werth dieses Bruchs nicht merklich verändert wird, so bekom

$$v = \frac{1000bh}{k + 425b}\, l\, \frac{2a - b}{b}.$$

Setzt man nun hier für des Autoris erstes Experiment $a = 45$ Zoll, b
$k = 4900$ Zoll, so kommen für die Geschwindigkeit der Kugel 1684 Engl
in einer Secunde, welches mit der Wahrheit ziemlich genau übe
Wenn nun c für den Diameter der Kugel [gesetzt wird], und die Materi
n mahl schwehrer ist, als die Luft, so wird $k = \frac{2}{3}nc$. Da nun d
des Pulvers ist $= 850b$, so wird sich das Gewicht der Kugel zu
der Ladung verhalten, wie k zu $850b$. Es sey also das Gewicht
$= P$, das Gewicht der Ladung $= Q$, so wird seyn $k : 850b = P : Q$
$k : b = 850P : Q$. Derowegen da in den Schüssen die Verhältniß zw
Gewicht der Kugel und des Pulvers gegeben zu werden pflegt, so
hieraus diese Aequation

$$v = \frac{1000\,Qh}{425(2P + Q)}\, l\, \frac{2a - b}{b},$$

oder da $h = 27980$ Rheinl. Schuh, so wird

$$v = \frac{65\,700\,Q}{2P + Q}\, l\, \frac{2a - b}{b}$$

Rheinl. Schuh.

---

1) Siehe p. 234. 2) Siehe p. 205. F. R. S.

wird also b durch den Diameter der Kugel c bestimmt. Es pflegt aber die Länge des Stücks a in solchen Diametern ausgedrückt zu werden; wir also setzen, daß $a = ic$, so wird

$$a : b = i : \frac{nQ}{1275\,P} = 1275\,i\,P : n\,Q$$

also wird

$$v = \frac{65700\,Q}{2P + Q}\, l\, \frac{2550\,i\,P - n\,Q}{n\,Q}$$

l. Schuh. Wenn nun, wie für die Canonen zu seyn pflegt, die Kugel von ist, so wird $n = 6647$ oder 6650, dahero für eiserne Kugeln seyn wird

$$v = \frac{65700\,Q}{2P + Q}\, l\, \frac{51\,i\,P - 133\,Q}{133\,Q}$$

l. Schuh. Wenn also die Ladung Q halb so schwer genommen wird ie Kugel P, so bekommen wir

$$v = 13140\, l\, \frac{102\,i - 133}{133}$$

l. Schuh. Beträgt aber die Ladung Q $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel P, ird

$$v = 16425\, l\, \frac{153\,i - 266}{266}$$

l. Schuh, und diese zwey Fälle werden hier von dem Autore in Betung gezogen. Wir wollen aber noch über dieses setzen, daß die Ladung ey Viertel des Gewichts der Kugel ausmache, so wird

$$v = 17918\, l\, \frac{204\,i - 399}{399}$$

l. Schuh.

Und wenn endlich die Ladung Q an Pulver dem Gewicht der Kuge
gleich genommen wird, so bekommt man

$$v = 21900\, l^{\frac{51i - 133}{133}}.$$

Der Autor betrachtet ferner nur die Schüsse einer halben Cartha
dem er das Gewicht der Kugel 24 ℔ setzt; wir wollen aber hier au
Formuln die Geschwindigkeit der Kugeln für alle gebräuchliche A
Stücke ausrechnen. Hier kommen also erstlich vor die ganzen Car
aus welchen 48pfündige Kugeln geschossen werden; in denselben pfleg
zu seyn. Hernach folgen die drey Viertel-Carthaunen, welche Kug
36 ℔ schiessen; in diesen ist gemeiniglich $i = 20$. Drittens kommen di
Carthaunen, so 24pfündige Kugeln schiessen, und in welchen $i = 24$. In
Carthaunen von 12pfündigen Kugeln ist $i = 26$, in Achtel-Carthaun
6pfündigen Kugeln ist $i = 27$. In Regiments-Stücken ist aber selten
als 18. Außer diesen pflegen noch andere Arten Stücke gebraucht zu
als da sind die ganzen Feldschlangen, aus welchen 18pfündige Ku
schossen werden, in diesen ist $i = 30$; für halbe Feld-Schlangen ist i
Viertel- oder vielmehr Drittel-Feldschlangen, weil die Kugeln 6 Pfun
ist $i = 34$. In Quartier-Feldschlangen oder Falkonets ist $i = 36$; in
Falkonets ist $i = 38$, und in den Serpentineln ist $i = 40$. Aus alle
verschiedenen Arten von Stücken wird also die Kugel mit einer sol
schwindigkeit heraus geschossen, als die nachfolgende Tabelle ausweiset
aus 4 Columnen besteht. Die erste gilt, wenn das Gewicht der Ladu
so groß ist, als das Gewicht der Kugel, die andere, wenn die Ladun
Gewichts der Kugel austrägt; die dritte ist für die Ladung, welche $\frac{3}{4}$
wichts der Kugel ausmacht, und die vierte, wenn die Ladung der Kug
ist. Die Geschwindigkeit ist endlich in Rheinl. Schuhen ausgedruckt
die Kugel in einer Secunde durchlaufen würde.

	h. Lad.	$\frac{2}{3}$ Lad.	$\frac{3}{4}$ Lad.	g. Lad.	i
ganze Carth.	1447	1515	1535	1559	18
3viert. Carth.	1479	1554	1577	1612	20
halbe Carth.	1532	1618	1647	1697	24
viertel Carth.	1554	1645	1676	1733	26
achtel Carth.	1565	1657	1690	1749	27
Reg.-Stück	1447	1515	1535	1559	18
g. Feld-Schl.	1593	1692	1727	1794	30
h. Feld-Schl.	1610	1712	1749	1821	32
dr. Feld-Schl.	1626	1731	1769	1845	34
Falkonets	1642	1749	1788	1868	36
h. Falkonets	1656	1766	1806	1889	38
Serpentinel	1669	1781	1823	1909	40

Aus diesem Täflein sieht man also, daß, wenn die Ladung zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß hat, alsdenn die Geschwindigkeit der Kugel um so viel grösser heraus komme, je mehrmahl der Diameter der Kugel in der Länge des Stücks enthalten ist. Also treibet eine ganze Carthaune ihre Kugel mit einer geringeren Geschwindigkeit heraus, als eine halbe Carthaune, welches denen Artilleristen, welche von dem Wiederstand der Luft keinen rechten Begrif haben, unglaublich und ungereimt vorkommen wird. Denn da durch die Erfahrung bekannt ist, daß unter einerley Richtung der Schuß einer ganzen Carthaune weiter reicht als einer halben, so scheinet daraus zu folgen, daß auch die Kugel der ganzen Carthaune eine grössere Geschwindigkeit haben müsse, als einer halben. Dieser Schluß würde seine völlige Richtigkeit haben, wenn entweder der Wiederstand der Luft gar nicht vorhanden, oder doch nicht merklich wäre, wie man insgemein dafür zu halten pflegt; denn alsdenn müßte auch ohne Zweifel ein Schuß unter einerley Richtung des Stücks um so viel weiter reichen, je grösser die Geschwindigkeit wäre, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird. Weil aber der Wiederstand der Luft so erstaunlich groß ist, wie allbereit dargethan worden, und derselbe insonderheit von der Größe der Kugel abhängt, so ist es möglich, daß eine grössere Kugel weiter reicht, als eine kleinere, wenn auch jener anfänglich eine kleinere Geschwindigkeit eingedruckt worden, als dieser. Um dieses begreiflicher zu machen, so ist zu merken, daß die Würkung des Wiederstands nicht so wohl aus der Grösse

desselben selbst, als aus der Verhältniß desselben zum Gewicht der
urtheilet werden müße. Wenn wir uns also zwey Kugeln von gleich
vorstellen, wovon die erste dem Diameter nach zweymahl so groß
als die andere, so wird das Gewicht der ersten acht mahl grösser
der andern. Ob nun gleich der Wiederstand der ersten viermahl g
als der anderen, wenn ihre Geschwindigkeiten einander gleich sind,
Wiederstand sich nach den Oberflächen, oder nach den Quadraten
trorum richtet, so wird doch die Würkung des Wiederstands der er
sich zur andern verhalten, nicht wie 4 zu 1, sondern wie $\frac{4}{8}$ zu
wird die Würkung des Wiederstands in der ersten und grösten
halb so groß seyn, als in der andern. Hieraus erhellet nun, daß v
beyden Kugeln mit einerley Geschwindigkeit und Richtung geworfe
die erstere nothwendig viel weiter reichen würde, als die andere;
beyde gleich weit gehen sollten, so würde die grössere anfänglich
nern Grad der Geschwindigkeit gehabt haben, als die kleinere. Die
scheid ist auch, wie aus dem folgenden mit mehrerem erhellen wir
daß sich daraus gar leicht begreifen läßt, wie eine grössere Kugel unt
Richtung weiter getrieben werden könne, als eine kleinere, ungea
anfänglich keine so grosse Geschwindigkeit gehabt, als diese.

Der Autor betrachtet nur eine eiserne 24pfündige oder halbe C
Kugel, und gibt derselben, wenn die Ladung 16 ℔ ist, eine Gesch
von 1650 Schuhen in 1″, welches ziemlich genau mit unserer Bestimm
eintrift; denn die Tabelle weiset für diesen Fall 1618 Rheinl. Schu
1666 englische Schuh beträgt. Wenn aber die Ladung nur halb s
ist, als die Kugel, nehmlich von 12 ℔, so setzt der Autor die Gesch
nur von 1490 Engl. Schuhen in 1″, da wir für diesen Fall 1532 Rh
1577 Engl. Schuh gefunden. Es ist aber zu merken, daß der Aut
schwindigkeit nach einer solchen Regel gerechnet, in welcher alle nö
stände, welche sich bey Entzündung des Pulvers ereignen, aus der
lassen worden. Die Regel, deren sich derselbe bedient, ist in diese
enthalten

$$v = \frac{1000\,bh}{k}\, l\, \frac{a}{b}$$

oder, wenn die Gewichte der Ladung und der Kugel eingeführet w
dieser

$$v = \frac{32850\,Q}{P}\, l\, \frac{1275\,iP}{nQ}$$

Rheinl. Schuh, wo P, Q, n und i oben die Werthe haben, welche denselben in unserer Formul beygeleget worden. Wenn also die Kugel von Eisen ist, so ist nach des Autoris Regel

$$v = \frac{32850\,Q}{P}\, l\, \frac{51\,i\,P}{266\,Q},$$

und wenn die Ladung Q halb so groß ist, als das Gewicht der Kugel P, so wird

$$v = 16425\, l\, \frac{51\,i}{133}.$$

Wenn nun hier $i = 24$ gesetzt wird, wie in den halben Carthaunen zu seyn pflegt, so findet man die Geschwindigkeit der Kugel = 1509 Rheinl. oder 1554 Engl. Schuh in einer Secunde, welches von des Autoris Rechnung ziemlich unterschieden ist. Wenn nun kein Druckfehler in des Autoris Zahl eingeschlichen ist, so mag der Unterscheid außer den Buchstaben h und k, welche der Autor etwas anders bestimmet, insonderheit daher rühren, daß wir hier den Diameter der Kugel dem Diameter der Mündung des Stücks gänzlich gleich gesetzet haben, da sich doch dazwischen wegen des Spielraums ein kleiner Unterscheid befindet. Weil sich aber wegen so vieler andern Umstände hierinn nichts genaues bestimmen läßt, so haben wir nicht nöthig erachtet, diesen Umstand in Betrachtung zu ziehen, und dadurch die Rechnung beschwerlicher zu machen. Die Haupt-Ursache aber des Unterscheids zwischen des Autoris und unserer Formul steckt darinn, daß derselbe die gröbere Materie des Pulvers, welche theils mit in Bewegung gesetzt werden muß, theils den Raum der zusammen gepreßten Luft vermindert, gar nicht in Betrachtung gezogen hat. Der erstere Umstand, daß diese gröbere Materie mit in Bewegung gesetzt werden muß, vermindert die Geschwindigkeit der Kugel; der andere aber, insofern die zusammen gepreßte Luft dadurch in einen kleinern Raum eingeschränckt wird, macht die Geschwindigkeit der Kugel grösser. Wenn also diese beyden Würkungen beynahe gleich viel austragen, so stimmet des Autoris Regel mit der unsrigen überein, wie bey der 24pfündigen Kugel, welche mit 16 ℔ Pulver geschossen wird, geschehen; in andern Fällen aber hat man sich nicht zu verwundern, wenn dieselben sehr merklich von einander abgehen. Inzwischen haben wir doch Ursache zu glauben, daß die in obiger Tabelle gegebenen Zahlen zu groß seyn werden, indem wir darinn angenommen, daß sich alles Pulver auf einmahl entzünde, und auch den wegen des Spielraums entstehenden Verlust der forttreibenden Kraft nicht in Betrachtung gezogen haben. Unter-

dessen wird doch die Verhältniß derselben Zahlen unter sich ziemlich richtig seyn, dergestalt, daß wenn man wüßte, um wie viel eine der groß wäre, man auch die übrigen darnach verbessern könnte. Sollte halbe Carthaunen-Kugel durch 16 ℔ Pulver würklich eine Geschwindig 1650 Engl. oder 1601 Rheinl. Schuhen erhalten, so würden unsere Za ungefehr um 20 Schuh zu groß seyn, welcher Unterscheid vermittelst suche unmöglich wahrgenommen werden kann.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir haben in diesen Rechnungen angenommen, daß das Pulver schwehr, als Wasser, und folglich 850 mahl schwehrer sey, als Luft von der Wahrheit nicht merklich abweichen mag. Denn obgleich di Körner in dem Wasser zu Boden fallen, so trägt hinwiederum die den Körnern enthaltene Luft so viel aus, daß ein cubischer Schuh P nahe eben so viel wägen kann, als Wasser. Wenn wir des Auto um die Geschwindigkeit der Kugel zu finden, [anwenden] nehmlich

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b},$$

und die Schwehre des Pulvers dergestalt bestimmen, daß für eine 2 eiserne Kugel, welche mit 16 Pfund Pulver geschossen wird, eine Geschw von 1650 Engl. Schuhen in 1″ heraus kommt, so müßte das Pulver schwehrer, als die Luft angenommen werden. Hierbey ist aber der S nicht in Betrachtung gezogen worden, welcher in Canonen gemeini 15ten Theil der ganzen Mündung[1]) beträgt. Wenn wir also setzen Pulver in der That m mahl schwehrer sey, als Luft, so wird die der Ladung Q dem Gewicht eines Cylinders Luft gleich seyn, dess mit der Kugel einerley, die Höhe aber $= \frac{16}{15}mb$. Und also wird sich $P : Q = \frac{2}{3}nc : \frac{16}{15}mb$, oder wie k zu $\frac{16}{15}mb$; und muß folglich nach de Rechnung gesetzt werden $\frac{16}{15}m = 910$, woraus kommt $m = 853$, fast angenommen haben. Wenn wir aber den Spielraum mit in unsere ol

---

1) Das Wort *Mündung* bedeutet hier die Großkreisfläche des kugelförmigen Pro

F.

nung ziehen wollen, so müssen wir an statt der Zahl 850 in der Verhältniß P zu Q, die Zahl 910 gebrauchen, so kommt $P : Q = nc : 1365b$, und da $a = ic$, so wird $a : b = 1365 iP : nQ$, und $k : b = 910 P : Q$. Hieraus entspringt

$$v = \frac{1000\,Qh}{455\,(2P+Q)}\, l\, \frac{2730\,iP - nQ}{nQ}$$

oder

$$v = \frac{61494\,Q}{2P+Q}\, l\, \frac{65\,iP - 158\,Q}{158\,Q}$$

Rheinl. Schuh für eine eiserne Kugel. Und nach den oben angenommenen Verhältnissen zwischen P und Q, kommt heraus:

Wenn $Q = \frac{1}{2} P$,

$$v = 12298{,}8\, l\, \frac{65\,i - 79}{79},$$

wenn $Q = \frac{2}{3} P$,

$$v = 15373{,}5\, l\, \frac{195\,i - 316}{316},$$

wenn $Q = \frac{3}{4} P$,

$$v = 16771{,}1\, l\, \frac{130\,i - 237}{237},$$ [1]

wenn $Q = P$,

$$v = 20498{,}0\, l\, \frac{65\,i - 158}{158}.$$

Und hieraus kann nach Belieben die obige Tabelle verbessert, oder von neuem berechnet werden.

Wir wollen nun aus dieser Vergleichung, welche der Wahrheit näher kommen muß, als die vorhergehende, eine andere Tabelle ausrechnen; und damit man aus derselben mehr Nutzen ziehen könne, so wollen wir auch kleinere Ladungen betrachten. Zu diesem Ende wollen wir das Gewicht der Kugel, welche von Eisen angenommen wird, in 6 gleiche Theile theilen, und die Rechnung auf 6 verschiedene Ladungen richten. Erstlich soll die Ladung an Pulver dem sechsten Theil des Gewichts der Kugel gleich seyn, hernach zwey Sechsteln, drittens drey Sechsteln, viertens vier Sechsteln, fünftens fünf Sechsteln, und endlich sechstens sechs Sechsteln, oder dem ganzen Gewicht

1) Im Original $v = 16\,862{,}0\, l\, \frac{130\,i - 237}{237}$. Berichtigt von F. R. S.

der Kugel gleich seyn. Wenn also die ganze Länge des S
Diameter der Kugel verhält, wie i zu 1, und v die Höhe in
andeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall in einem L
eine gleiche Geschwindigkeit mit der Kugel erhält, so wird für
Ladungen der Werth von v also ausgedrückt werden. Es i
vorher P das Gewicht der Kugel, und Q das Gewicht der La

Wenn	so wird seyn
$Q = \frac{1}{6} P$	$v = 4730{,}31\, l\, \frac{780 i - 316}{316}$
$Q = \frac{2}{6} P$	$v = 8784{,}85\, l\, \frac{390 i - 316}{316}$
$Q = \frac{3}{6} P$	$v = 12298{,}8\, l\, \frac{260 i - 316}{316}$
$Q = \frac{4}{6} P$	$v = 15373{,}5\, l\, \frac{195 i - 316}{316}$
$Q = \frac{5}{6} P$	$v = 18086{,}5\, l\, \frac{156 i - 316}{316}$
$Q = \frac{6}{6} P$	$v = 20498{,}0\, l\, \frac{130 i - 316}{316}$

Weil hernach ferner die Geschwindigkeit der Kugel nicht s
Nahmen der Stücke, als auf der Grösse der Zahl i beruhet, s
vorher erstlich $i = 18$ setzen, und damit immer um zwey aufst
Solchergestalt werden hierunter alle mögliche Arten von S
werden. Denn wenn auch bißweilen i eine ungrade Zahl sey
es leicht seyn, aus den nächsten geraden Zahlen für diese Fäl
digkeit zu schliessen. Damit man aber auch für kürzere
schwindigkeit finden könne, so wollen wir mit $i = 10$ den
und wie oben die Geschwindigkeiten der Kugel, in Rheinl. S
Secunde gerechnet, ausdrücken.

Länge des Stücks Caliber	Ladung					
	1/6 Kug.	2/6 Kug.	3/6 Kug.	4/6 Kug.	5/6 Kug.	6/6 Kug.
10	967	1155	1233	1256	1245	1206
12	996	1201	1295	1336	1342	1325
14	1019	1238	1345	1398	1417	1414
16	1039	1269	1386	1448	1478	1484
18	1056	1295	1420	1491	1528	1543
20	1071	1318	1450	1527	1571	1592
22	1084	1338	1477	1559	1608	1635
24	1096	1357	1501	1588	1642	1672
26	1107	1374	1522	1614	1671	1706
28	1117	1389	1542	1637	1698	1736
30	1126	1403	1560	1658	1723	1764
32	1135	1416	1576	1678	1745	1789
34	1143	1428	1591	1696	1766	1813
36	1150	1439	1605	1713	1785	1834
38	1157	1449	1619	1729	1803	1854
40	1164	1459	1631	1744	1820	1873

n kann aus dieser Tabelle einen vielfältigen Nutzen ziehen, und mancherley nstände, welche in der Artillerie vorkommen, erklären. Erstlich sieht man raus, daß, wenn die Ladung nach dem Gewicht des Pulvers gegeben, die schwindigkeit der Kugel immer grösser werde, je länger das Stück ist. eses scheinet zwar mit der Erfahrung zu streiten, indem man insgemein · Meynung ist, als wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einem allzugen Stücke wiederum geschwächet würde, und aus diesem Grunde hat man vortheilhafteste Länge eines Stücks bestimmen wollen. Ungeachtet aber Kugel in dem Stücke den Wiederstand der Luft auf sich empfindet, so ist rselbe doch nicht nur nicht grösser, als in der freyen Luft, sondern wenn die schwindigkeit sehr groß ist, noch um ein merkliches kleiner, indem hinter · Kugel in dem Stück kein leerer Raum statt finden kann, wie in der ofen Luft zu geschehen pflegt. Ueber dieses bleibet die forttreibende Kraft Pulvers, so lange sich die Kugel in dem Stück befindet, noch sehr bechtlich, und also hinlänglich, die Geschwindigkeit derselben zu vermehren; d was die Friction anlanget, so ist schon oben dargethan worden, daß dieoe in Ansehung der grossen Gewalt des Pulvers nicht verdiene, in Betrachng gezogen zu werden. Da also die Kugel, so lange sie in dem Stück ist, ne Verminderung ihrer Bewegung leidet, welcher dieselbe in offener Luft

nicht in einem höheren Grad ausgesetzt wäre, und außer dem darin noch mehr fortgetrieben wird, so ist es unmöglich zu begreiffen allzu große Länge des Stücks die Geschwindigkeit der Kugel vermind Es könnte zwar geschehen, daß, wenn das Stück nicht nach einer gon gebohret worden, die Kugel darinnen einen so grossen Abgang an wegung litte, daß dieselbe, wenn das Stück kürzer gemacht, und de Theil davon abgeschnitten würde, die Kugel eine grössere Geschwin hielte; und dieser Umstand hat sich ohne Zweifel in denjenigen ereignet, worauf man diese Meynung zu gründen pflegt. Man berufft s lich auf einen Zufall, da von einer sehr langen Canone ein Stück lang ungefehr abgesprungen, wobey man wahrgenommen haben soll demselben Stück nach diesem Zufall die Kugeln mit einer grösseren digkeit geschossen worden, als vorher. Allein eben dieser Zufall sc beweisen, daß die Seele dieses Stücks vorher gekrümmet gewesen, un gemeldte Stücke daraus nicht so wohl von der Gewalt des Pulvers, als Anstossen der Kugel, abgesprungen. Hernach pflegt man sich auch, Meynung zu behaupten, auf die Veränderung, welche mit den alten [vorgenommen wurde], als welche viel länger waren, als heut zu Tag, zu Denn da man durch diese Verkürzung keinen geringen Vortheil erhalten glaubt, so will man daraus schliessen, daß eine nach der heutigen Art Canone die Kugel mit einer grösseren Geschwindigkeit heraus treibt, dieselbe länger wäre. Man beweiset aber dieses durch kein tüchtige ment, sondern führt nur an, wie man wahrgenommen, daß eine alt von 96 ℔ nicht so weit geschossen, als eine heutige gantze Carthaune ungeachtet jene länger gewesen, als diese. Wenn nun gleich in beyd die Ladung an Pulver zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß g ist doch zu merken, daß die Geschwindigkeit der Kugel nicht so woh Länge der Canone, als von der Anzahl der Caliber abhange. Also n eine solche 96pfündige Canone länger gewesen seyn, als eine heuti Carthaune, ungeachtet ihre Länge weniger Caliber in sich enthalten; eine 96pfündige Canone ihre Kugel mit eben der Geschwindigkeit als ei Carthaune hätte heraus treiben sollen, so hätte jene um den viert länger seyn müssen, als diese.

Die fürnehmste Ursache aber, weswegen man die alten langen und ren Canonen abgeschafft, war ohne Zweifel die grosse Beschwerlichk selben im Felde fortzuschleppen, welche weder durch die Grösse der noch durch die grössere Geschwindigkeit derselben ersetzt worden kan

wenn eine Breche geschossen werden soll, so thut eine zweymahl so schwehre Kugel keine zweymahl so starke Würkung, indem dieselbe kein zweymahl so grosses Loch in den Wall, welcher zerstört werden soll, macht; dahero zwey Schüsse mit einer halb so schwehren Kugel weit mehr ausrichten, und dabey nicht mehr kosten, als ein Schuß aus der doppelten Canone. Um dieser Ursache willen werden auch die ganzen 48pfündigen Carthaunen bey dem Breche-Schiessen nicht mehr gebrauchet, indem man durch halbe Carthaunen mit weniger Mühe und Unkosten den vorgesetzten Zweck erhalten kann. Hingegen aber werden die ganzen Carthaunen auf der See mit weit grösserem Vortheil gebraucht, als die halben. Denn wenn ein Schiff von einer ganzen Carthaune unter dem Wasser wohl getroffen wird, so läßt sich das Loch nicht nur nicht so leicht wiederum zustopffen, sondern die Kugel verursachet noch dazu so viel Splitter, daß die Umstehenden dadurch auf eine gute Entfernung beschädigt und ums Leben gebracht werden.

Hernach hat man auch auf die Vermehrung der Geschwindigkeit so sehr nicht nöthig zu sehen. Denn wenn die Kugel so geschwind heraus geschossen wird, daß dieselbe entweder zu Lande den Wall auf eine gewisse Tiefe, oder zu Wasser das Schiff durch zu bohren vermögend ist, so würde es unnöthig und in einigen Fällen so gar schädlich seyn, der Kugel eine grössere Geschwindigkeit einzudrücken. Wenn nun eine 24pfündige Kugel, welche aus einer halben Carthaune mit 12 *tt* Pulver geschossen wird, die erwünschte Würkung thut, so beträgt dieser erforderte Grad der Geschwindigkeit ungefehr 1500 Schuh in einer Secunde. Bey Batterie-Stücken kommt es also darauf an, daß man die Länge der Canone bestimme, damit dadurch einer 24pfündigen Kugel eine Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde eingedruckt werde. Soll nun dieses mit 12 *tt* Pulver bewerkstelliget werden, so muß die Canone 24 Caliber lang seyn, welches das ordentliche Maaß der halben Carthaune zu seyn pflegt. Wollte man aber eben diese Würkung mit weniger Pulver zu wege bringen, so müßte die Canone viel länger seyn; denn wenn man nur 8 *tt* Pulver brauchen wolte, so würden 40 Caliber noch lange nicht für die Länge des Stücks hinlänglich seyn. Wollte man aber mehr Pulver zu einem jeglichen Schuß anwenden, so könnte man an der Länge der Canone etwas gewinnen, als wenn man zu einem jeden Schuß 16 *tt* Pulver brauchen wolte, so dürfte die Länge der Canone nur ungefehr 19 Caliber betragen. Wolte man aber 20 biß 24 *tt* Pulver laden, so müßte doch die Canone nicht kürzer, als 17 Caliber seyn. Wenn man also die Unkosten des Pulvers mit den Beschwerde

der Länge und folglich des Gewichts der Canonen vergleichen kön
es leicht seyn, hieraus die vortheilhafteste Länge der Canonen
Zum wenigsten sieht man hieraus so viel, daß es vortheilhafter ist
zu gebrauchen, und die Canone 24 Caliber lang zu machen, als
4 ℔ zu erspahren, hingegen aber die Canone mehr als 40 Ca
machen. Was hernach die Ladung von 16 ℔ Pulver betrift, s
Vortheil von 5 Calibern, welche man an der Länge der Canone
grössern Unkosten in Ansehung des Pulvers nicht zu ersetzen
gebräuchliche Ladung von 12 ℔ Pulver und die Länge des Stüc
liber die bequemste zu seyn scheinet.

Weil ferner eine grössere Kugel in der Luft nicht so viel
schwindigkeit verliert, als eine kleinere, so ist auch nicht nöthig,
von dem Pulver eine so grosse Geschwindigkeit eingedruckt w
kleinern. Also kan eine 48pfündige Kugel eben so tief in eine
dringen, als eine 24pfündige, wenn gleich die erste Geschwindigkei
ist, als dieser. Wenn die ganzen Carthaunen zu diesem Endzwe
sind, so muß die nöthige Geschwindigkeit einer 48pfündigen Ku
in einer Secunde betragen. Wenn man nun diese Geschwindig
Pulver erhalten wolte, so müste die Canone 34 Caliber lang sey
Maschine zum Gebrauch gänzlich untüchtig seyn würde. Will
einem Schuß 24 Pfund Pulver gebrauchen, so ist eine Länge v
genug, welche die aller vortheilhafteste ist: indem, wenn ma
Pulver, als 32 ℔ zu einem Schuß anwenden wolte, man an de
Caliber gewinnen würde.

Solten aber kleine Kugeln eben so weit gehen, als eine 24pf
mit einer Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde her
wird, so müssen dieselben, wegen des grösseren Wiederstands
anfänglich eine grössere Geschwindigkeit haben. Alles beruhet
Endzweck, welchen man sich bey einer jeglichen Art von Sch
Denn daraus erkennet man die Geschwindigkeit, welche die Ku
aus dem Stück fähret, haben muß, und hieraus kan man ferne
hafteste Länge des Stückes, nebst der bequemsten Ladung finde
setzen, daß man ein Stück verlange, aus welchem eine 18pfünd
einer Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde gesc
Wenn man nun hierüber die gegebene Tabelle zu Rathe zieht,
leicht, daß dieses weder mit einer Ladung von 3 Pfund, noch
9 Pfund Pulver geschehen könne, dieweil auch in dem letzten

noch über 40 Caliber lang sein müste. Wolte man aber dazu 12 Pfund Pulver gebrauchen, so müßte die Canone 30 Caliber lang seyn; für 15 Pfund Pulver aber wird die Canone ungefehr 25 Caliber lang, und für 18 Pfund Pulver wird dieselbe ungefehr 23 Caliber lang. Bey den letzten Fällen sieht man wohl, daß man um 2 Caliber willen nicht 3 Pfund Pulver mehr laden werde, 5 Caliber aber möchten den Zuwachs der Ladung von 3 Pfund ungefehr ersetzen. Dahero wird die Canone am füglichsten 30 Caliber lang, und die Ladung 12 Pfund schwehr genommen werden. Dieser Umstand ereignet sich in der That bey den Feld-Schlangen, deren Endzweck in weit reichenden Schüssen bestehet.

DRITTE ANMERKUNG

Wenn wir nun diese Bestimmungen, welche durch die Erfahrung bestätiget worden, zum Grunde legen, so kann daraus nachfolgende Regel hergeleitet werden, vermittelst welcher man für eine jede Geschwindigkeit, welche der Kugel mitgeteilt werden soll, die vortheilhaftigste Länge der Canone, nebst der dazu gehörigen Ladung anzeigen kann.

Es sey n der Weg in Rheinländischen Schuhen, welchen die Kugel in einer Secunde beschreiben soll; die Länge der Canone halte i Caliber oder Diameter der Kugel, und die Ladung verhalte sich zum Gewicht der Kugel, wie m zu 1, das ist, es sey $Q = mP$. Da nun oben v die Höhe angedeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall mit der Kugel einerley Geschwindigkeit erhält, so ist

$$n = \frac{1}{4}\sqrt{1000v},$$

und folglich

$$v = \frac{16nn}{1000}.$$

Oben[1]) ist aber gefunden worden

$$v = \frac{61494\,Q}{2P+Q}\, l\, \frac{65\,iP - 158\,Q}{158\,Q}$$

oder

$$v = \frac{61494\,m}{2+m}\, l\, \frac{65\,i:m - 158}{158}$$

Rheinl. Schuh. In den obigen Bestimmungen aber der Canonen, welche durch die Erfahrung bestätiget worden, hält i zu m fast überall einerley Verhältniß, welches für halbe Carthaunen, so 24 Caliber lang gemacht worden, ist wie 48 zu 1. Bey

1) Siehe p. 325. F. R. S.

dieser Formul ist nun die nachfolgende Tabelle berechnet worden, welche eine jegliche Geschwindigkeit der Kugel die Länge der Canone in Calibern, die Ladung in tausendsten Theilen des Gewichts der Kugel anzeigt:

Geschwindigkeit der Kugel in Rh. Schuhen, auf 1 Secunde	Länge der Canone in Calibern und hundertsten Theilen	Pulver Ladung in tausendsten Theilen des Gewichts der Kugel
500	2,09	46
550	2,54	57
600	3,04	68
650	3,59	80
700	4,19	93
750	4,85	108
800	5,56	124
850	6,32	141
900	7,15	159
950	8,02	179
1000	9,00	200
1050	10,02	223
1100	11,12	248
1150	12,29	273
1200	13,55	308
1250	14,89	331
1300	16,33	363
1350	17,87	397
1400	19,51	434
1450	21,26	484
1500	23,14	514
1550	25,14	559
1600	27,29	606
1650	29,59	659
1700	32,06	712
1750	34,71	771
1800	37,56	835
1850	40,63	903
1900	43,95	977
1950	47,53	1056
2000	51,40	1142
2050	55,61	1236
2100	60,20	1338
2150	65,20	1449
2200	70,68	1571

Durch Hülfe dieser Tabelle ist es also leicht, für einen je
gebenen Fall, die bequemste Form der Canone, nebst der dazu
Ladung zu bestimmen, wenn man nur die Geschwindigkeit der
welche zu Erhaltung des vorgesetzten Endzwecks erfordert wir
ist es aber öfters am schwehrsten, diesen Grad der Geschwindigkei
indem man bißher nicht einmahl im Stand gewesen, die Grösse de
digkeit einer Canon-Kugel nur beyläufig auszumessen. Da man
der Länge der Canone und der Grösse der Ladung die Geschwin
Kugel ziemlich genau ausrechnen kann, so darf man nur aus
vorhandenen Canone mit verschiedenen Ladungen einige Schüsse
sehen, welcher noch vermögend ist, dem vorgesetzten Endzweck
zu leisten: und auf diese Art kann man sodann die dazu erforderl
digkeit durch die Rechnung bestimmen. Nur ist zu merken, daß
Prob-Schüsse mit einer eben so grossen Kugel, als bey der verlan
gebraucht werden soll, und in eben der Distantz, anstellen mu
Wiederstand der Luft sowohl auf Kugeln von ungleicher Grösse,
schiedene Distantzen eine ungleiche Würkung ausübet. Diese
soll aber im folgenden dergestalt ausgeführt werden, daß wenn au
mit grösseren oder kleineren Kugeln in verschiedenen Distantze
werden solte, man daraus gleichwohl die nöthige Geschwindigkei
könnte. Wenn also zum Breche-schiessen eine 24pfündige Kug
Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde aus der Ca
getrieben werden soll, so sieht man aus der gegebenen Tabe
zu diesem Ende tüchtigste Canone $23\frac{14}{100}$ Caliber lang seyn, und da
an Pulver $\frac{514}{1000}$ des Gewichts der Kugel oder $12\frac{1}{8}$ Pfund genom
müsse, welches mit der üblichen Einrichtung der halben Cart
genau übereinkömmt. Es giebt aber viel Gelegenheiten, in wel
nöthig ist, daß die Kugel eine so grosse Geschwindigkeit habe,
Vaubans Batterien à Ricochet, und wenn durch die Kugeln m
in keiner allzugrossen Entfernung getödtet werden sollen. W
diesem Ende eine Geschwindigkeit von 1000 Schuhen in 1″ hinl
so dürften dazu die tauglichsten Canonen nicht mehr als 9 Calib
und die Ladung an Pulver nicht mehr als den fünften Theil
der Kugel betragen. Wolte man aber zu diesem Endzweck kei
Canonen verfertigen, sondern sich anderer, welche eigentlich zu
sichten bestimmt, und viel länger sind, bedienen, so könnte

dem Pulver nicht wenig erspahren: indem, zum Exempel, nach der vorigen Tabelle[1]), wenn die Canone 20 Caliber lang wäre, nicht einmahl der sechste Theil des Gewichts der Kugel nöthig ist, wenn eine Geschwindigkeit von 1000 Schuhen in 1″ hervorgebracht werden soll. Wenn man aber auf eine sehr grosse Entfernung mit einer Canonen-Kugel noch gewiß schiessen wolte, und zu diesem Ende die Kugel eine Geschwindigkeit von 1900 Schuhen in einer Secunde haben müßte, so würde dieser Endzweck mit keiner nach Art der Carthaunen verfertigten Canone erreicht werden können, sondern die beste Canone müßte fast 44 Caliber lang seyn, und die Ladung an Pulver beynahe dem ganzen Gewicht der Kugel gleich genommen werden. Mit einer solchen Canone würde man also viel weiter schiessen können, wofern nur die Kugel nicht allzuklein angenommen wird, als mit einer Feldschlange, welche 30 Caliber lang, und mit $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel geladen wird. Man könnte auch nach dieser Tabelle solche Canonen verfertigen, welche der Kugel eine noch schnellere Bewegung eindrückten, wenn solches verlangt werden sollte.

VIERTE ANMERKUNG

Wenn man auf diese Art für eine gegebene Kugel sowohl die Länge der Canone, als die Grösse der Ladung gefunden hat, so ist es leicht, die dazu erforderte Stärke des Metalls an allen Orten zu bestimmen, und einen tüchtigen Riß von der ganzen Canone zu verfertigen. Die Länge der Canone wird zu diesem Ende am füglichsten in zwey Theile zertheilet, wovon der hintere Theil die Ladung oder das Pulver in sich enthält, der vordere Theil den Weg, wodurch die Kugel getrieben wird, vorstellt. Die Stärke des hintern Theils muß aus der Gewalt des Pulvers im ersten Augenblick der Entzündung bestimmet werden, welche am grösten ist, ehe die Kugel noch von ihrer Stelle fortgerücket wird. Wenn wir also mit dem Autore annehmen, daß die erste Gewalt des Pulvers 1000 mahl grösser ist, als der Druck der Atmosphäre, welcher durch eine Wasser-Säule von 32 Schuhen im Gleichgewicht erhalten wird, so muß das Boden-Stück einer Canone so stark seyn, daß dasselbe den Druck einer Wasser-Säule, welche 32000 Schuh hoch ist, aushalten könnte. Wenn man also die Stärke des Metalls, woraus die Canone gegossen wird,

1) Siehe p. 327 F. R. S.

der Kugel gleich seyn, und da die Gewalt auf das Boden-Stück allenthalben gleich groß ist, so ist auch unnöthig, daß die Canone zu hinterst bey A stärker gegossen werde, als bey F. Aus dieser Betrachtung könnte also bey Giessung der Canonen nicht wenig Metall erspahret und dieselben dadurch ohne Gefahr leichter gemacht werden. Denn wenn die Dicke bey E, welche schon etwas kleiner als der Diameter der Kugel gesetzt zu werden pflegt, stark genug ist, der Gewalt des Pulvers zu wiederstehen, so wird auch bey D keine grössere Stärke erfordert. Was aber das Mundstück FB anlangt, so ist leicht für ein jegliches Punkt desselben M die Gewalt des Pulvers zu bestimmen, welche darauf würket, wenn die Kugel bis dahin ist fortgestossen worden. Nach des Autoris Regel verhält sich diese Kraft zu der ersten Kraft des Pulvers, welche das Boden-Stück aussteht, wie AF zu AM, und folglich könnte die Dicke des Metalls bey M um so viel geringer seyn, als bey F, um so viel AF kleiner ist, als AM; solchergestalt würde die äußere Figur einer Canone nach einer Hyperbol gekrümmet seyn müssen. Nach unserer Bestimmung der Gewalt des Pulvers nimmt dieselbe, indem die Kugel durch das Mundstück FB fähret, nach einer größern Verhältniß ab, und dürfte also das Mundstück nicht so stark seyn, als nach des Autoris Regel. Allein da sich die beyden Regeln auf die plötzliche Entzündung des Pulvers gründen, in der That aber die Entzündung nach und nach geschieht, so wird die Gewalt, welche das Mundstück auszustehen hat, in Ansehung der Gewalt des Bodenstücks grösser seyn, als nach den angeführten Regeln, und folglich muß die Dicke desselben allenthalben etwas grösser seyn, als nach diesen Regeln gefunden wird.

Wenn man aber gleich die allmählige Entzündung des Pulvers in die Rechnung bringen könnte, so findet sich doch noch ein anderer Umstand, welcher die Bestimmung der Stärke des Mundstücks viel schwehrer und fast unmöglich macht. Derselbe bestehet darinne, daß das Mundstück nicht allein der Gewalt des Pulvers ausgesetzt ist, sondern auch von der Kugel, indem dieselbe dadurch fähret, öfters keine geringere Kraft auszustehen hat. Wenn zwar die Seele einer Canone vollkommen nach einer geraden Linie gebohret wäre, und die Kugel beständig nach eben dieser geraden Linie fortgetrieben würde, so würde dieselbe auf die Seele der Canone nicht die geringste Gewalt ausüben und dadurch gleichsam, ohne die Canone zu berühren, heraus fahren, indem das Gewicht der Kugel, wovon die untere Seite derselben gedruckt wird, für nichts zu achten ist. Wenn aber die Seele der Canone nur etwas wenigs gekrümmet wäre, und folglich die Kugel genöthiget würde, von ihrer einge-

auf die Canone nach der Kraft, welche Vis centrifuga genenne
würken müsse. Diese Kraft kan nun sehr beträchtlich werde
wir setzen, daß das Mundstück irgendwo nach einem Zirkulbog
dius $= r$, gekrümmet sey, und daß die Geschwindigkeit der
durch die Höhe v bestimmet werde, so wird sich der Druck
die innere Wand der Canone zu ihrer Schwehre verhalten,
Wenn also diese Krümmung der Seele der Canone nach einem Zi
dessen Radius $r = 100$ Schuh, dergleichen Krümmung in einer g
kaum zu merken ist, und wenn die Kugel daselbst eine Geschw
1500 Schuhen in einer Secunde hätte, so würde $v = 36000$ Schul
none würde an diesem Ort von einer Kraft gedrücket werden, wel
grösser wäre, als das Gewicht der Kugel, wovon die Würkung
grösser seyn würde, da diese ganze Kraft nur auf einen sehr ge
in welchem die Kugel das Metal berühret, [würket,] als diejenige, w
Ausdehnungskraft des Pulvers herrührt. Eben dieser Umstand k
auch ereignen, wenn gleich die Seele der Canone vollkommen ger
worden: denn wenn die Kugel durch die Gewalt des Pulvers
nach der Direction der Seele fort getrieben wird, so ist es eben
wenn die Seele in Ansehung der Bewegung der Kugel eine kleine
hätte, und ist folglich die Canone in diesem Fall eben der Gewalt
als in dem vorigen. Es kan aber aus vielerley Ursachen die Direc
der Kugel von dem Pulver eingedruckt wird, etwas weniges von d
der Seele abweichen: wohin insonderheit der Spielraum zu rechne
die Direction der forttreibenden Kraft nicht durch das Mittelpunkt d
der Kugel durch gehet. Dieses sind nun Umstände, welche bißw
bißweilen weniger austragen können: und in denselben scheinet di
sache verborgen zu seyn, warum bißweilen eine Canone von einen
zustarken Schuß zerspringet, nachdem dieselbe doch vorher eine gr
stärkerer Schüsse ausgehalten. Um dieser Ursache willen ist
nöthig, daß man das Mundstück einer Canone weit stärker mache
irgend einer oben angeführten Regel erfordert wird, damit dieselbe
gewissen Kräften meistentheils zu wiederstehen hinreichend sey.
walt der Kugel sind aber die längern Canonen mehr unterworfen
kürzern; denn je länger die Canone ist, desto eher und leichter ka
Umstand ereignen, daß die Direction der Kugel etwas von der Axe d
abweicht. Hernach erhält auch die Kugel in längern Canonen ein

Geschwindigkeit, wodurch die Vis centrifuga sehr merklich vermehret wird als welche nach den Quadraten der Geschwindigkeit wächst.

Endlich kan auch mit Stillschweigen nicht übergangen werden, daß di Bewegung der Kugel selbst durch diesen Druck gegen die Canone keinen ge ringen Abbruch leidet. Denn dadurch wird die Friction, welche sonsten, wi oben gewiesen worden, nicht merkwürdig war, gar sehr vermehret, als welch um so viel grösser wird, je starker ein Körper gegen den andern gedruck wird. Da also dieser Druck auf sehr gewissen Umständen beruhet, so kan es leicht geschehen, daß bey gleichen Kugeln, welche mit gleicher Ladung au einer Canone geschossen werden, ein ziemlicher Unterscheid in ihrer Geschwin digkeit wahrgenommen werden kan. Inzwischen scheinet es doch, daß ma durch einen grossen Fleiß diese Unrichtigkeit meistentheils sollte heben können wenn man nehmlich erstlich die Canone vollkommen gerade bohren, hernacl die Kugeln vollkommen rund machen, und drittens bey der Ladung alle Sorg falt anwenden wolte, damit der Mittelpunkt der Kugel auf das genauste i die Axe der Seele zu liegen käme, und in währender Bewegung daraus nich weichen könte. Auf diese Art würde die Canone nicht nur keine so gross Gewalt auszustehen haben; sondern man würde sich auch auf die Schüsse selbs viel sicherer verlassen können, wie in folgendem ausführlich dargethan wer den wird.

FÜNFTE ANMERKUNG

Was der Autor ferner in diesem Satz gegen die ungereimte Meynun derjenigen, welche behaupten, daß eine Canonen-Kugel anfänglich auf eine ge wisse Weite in einer völlig geraden Linie fortgehe, anführet, ist an sich kla und deutlich; indem die erste Geschwindigkeit einer solchen Kugel so gro ist, daß die Krümmung ihrer Bahn, welche von der Schwehre verursacht wir in einer ziemlichen Weite noch nicht bemerkt werden kann. Denn wenn di Geschwindigkeit durch die Höhe v angedeutet, und die Kugel nach eine Horizontal-Direction geschossen wird, so muß der Radius eines gleich krumme Zirkels, als die Bahne der Kugel ist, einer Länge von $2v$ gleich seyn. D nun, wenn die Geschwindigkeit der Kugel 1500 Schuh in einer Sekunde be trägt, wird $v = 36000$ Schuh, so wird die Bahn dieser Kugel keine grösser Krümmung haben, als ein Zirkul, dessen Radius 72000 Schuh hält. Dies Krümmung ist aber so geringe, daß dieselbe erst in einer Weite von 125

Schuhen einen Grad austrägt. Ob nun gleich wegen des Wiede diese Weite etwas verringert wird, so bleibt dieselbe doch groß in der Praxi einen sehr langen Theil der Bahn, als eine ge Fehler ansehen kann, welche von den Artilleristen die Weite genennet zu werden pflegt. Weil aber hiervon im folgenden handelt werden soll, so wollen wir uns dabey nicht länger au noch dasjenige, was der Autor in diesem Satz von der stärkst Canone anführt, erwegen, ungeachtet wir schon oben in der fün zum 11. Satz diese Materie ziemlich weitläuftig abgehandelt, und Ladung daselbst eine Tabelle[1]) gegeben haben. Inzwischen liegt daß es für eine jede Canone eine bestimmte Ladung gibt, wo die gröste Bewegung mitgetheilet wird, in der bey unserer kung zu diesem Satz gegebenen Tabelle[2]) deutlich vor Augen derselben sehen, daß aus einer Canone, welche 10 Caliber lan einer Ladung von $\frac{2}{8}$ des Gewichts der Kugel schneller heraus als mit einer grössern Ladung. Eben diese stärkste Ladun noch in eben derselben Tabelle bey 12 und 14 Caliber lang aus welchen die Kugel mit einer ihrem ganzen Gewichte glei Pulver nicht so geschwind heraus getrieben wird, als mit klei

Der Autor bestimmet die Grösse dieser stärkesten Ladung wodurch er die Geschwindigkeit der Kugel angiebt, und wel Form enthalten ist

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b}.$$

Da nun in dieser Form sehr viel Umstände aus der Acht welche doch keine geringe Veränderung verursachen, so ist k seine Bestimmung der stärksten Ladung mit der unsrigen nicht Aus dieser Formul findet der Autor, daß für die stärkste La b des Raums, welchen das Pulver anfüllet, zur ganzen Läng allzeit einerley Verhältniß haben müsse, nehmlich wie 1 zu d deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$; nach unserer Regel Verhältniß nicht immer einerley, sondern beruhet sowohl auf Caliber, welche in der Länge des Stückes a enthalten sind, als der Kugel, wie aus der oben gegebenen Tabelle erhellet: inzw

1) Siehe p. 192. F. R. S.
2) Siehe p. 327. F. R. S.

doch eine ziemliche Uebereinstimmung zwischen dieser Tabelle und des Autoris Verhältniß wahrnehmen. Wie aber diese Verhältnis aus des Autoris Formu folge, ist aus der Lehre von dem grösten und kleinsten an sich klar. Denn weil k und h unveränderliche Grössen sind, so kommt die Sache nur darau an, daß man den Werth von b bestimme, damit $bl\frac{a}{b}$ am aller grösten werde Zu diesem Ende muß man diese Quantität $bl\frac{a}{b}$ dergestalt differentiren, daß man nur b als veränderlich annehme: da denn kommt

$$dbl\frac{a}{b} - db.$$

Dieses Differentiale muß man ferner nach der bekanten Regel gleich nichts setzen, so hat man

$$l\frac{a}{b} - 1 = 0 \quad \text{oder} \quad l\frac{a}{b} = 1.$$

Weil nun hier von hyperbolischen Logarithmis die Rede ist, so muß $\frac{a}{b}$ derjenigen schon öfters gebrauchten Zahl 2,7182818 etc. gleich seyn, deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$: folglich wird

$$\frac{a}{b} = 2{,}7182818 \quad \text{oder} \quad b:a = 1:2{,}7182818,$$

wie der Autor gefunden. Da nun $l\frac{a}{b} = 1$, so wird diese gröste Geschwindigkeit nach dem Autore aus der Höhe v entspringen, dergestalt daß

$$v = \frac{1000\,bh}{k}.$$

Um aber mit dieser Geschwindigkeit andere kleinere Geschwindigkeiten der Kugel zu vergleichen, wie der Autor gethan, so hat man nur in der Hyperbol (Fig. 22, p. 316) LEF zu betrachten, daß, da $AD = b$ und $AB = a$, erstlich das Viereck $ADEG$ allenthalben eine beständige Grösse habe, und daß sich ferner dieses Viereck zum Inhalt der Figur $EDBF$ verhalte, wie 1 zum hyperbolischen Logarithmo von $\frac{AB}{AD}$. Da nun dieser Logarithmus gleich 1 ist, so muß die Figur $DEFB$ dem Viereck $AGED$ gleich seyn. Wir wollen die Linie $DE = f$ setzen, so wird die Figur $DEFB$ durch $bfl\frac{a}{b}$, das ist durch bf ausgedrückt werden. Man betrachte jetzt eine andere Ladung, welche den

Lauf von A bis I anfülle, und nenne $AI = \beta$, so wird sic
grösten Geschwindigkeit zum Quadrat der aus dieser Ladung
Geschwindigkeit verhalten, wie bf zu $\beta f l \frac{a}{\beta}$. Es ist aber

$$l\frac{a}{\beta} = l\frac{a}{b} + l\frac{b}{\beta} = 1 + l\frac{b}{\beta}\,,$$

weil $l\frac{a}{b} = 1$, also wird jene Verhältniß wie bf zu $\beta f + \beta f$
her angeführten Natur der Hyperbel aber drücket $\beta f l\frac{b}{\beta}$ de
$IHKD$ aus, und βf ist das Viereck $AGHI$, gleich wie bf de
gleich ist; dahero ist

$$\beta f + \beta f l\frac{b}{\beta} = AGHI + IHKD = AGED \quad I$$

Folglich wird sich das Quadrat der grösten Geschwindigkeit
aus der Ladung AI entspringenden Geschwindigkeit verha
zu $AGED - HEK$, wie der Autor findet. Wir haben
trachtet, da die Ladung AI kleiner ist, als die stärkste A
grösser ist, als AD, und $\beta > b$: so ist der Beweis mit den
wenn man nur erweget, daß in diesem Fall der Inhalt der
durch $\beta f l\frac{b}{\beta}$, sondern durch $\beta f l\frac{\beta}{b}$, oder durch $-\beta f l\frac{b}{\beta}$ a

Ungeachtet wir nun die stärkste Ladung aus einer
näher kommenden Formul schon oben bestimmet haben, so
der Buchstabe a nicht die ganze Länge des Laufs, sonder
desselben angedeutet, so daß in derselben Tabelle immer
als daselbst bemerket wird, verstanden werden muß. Um
zu ersetzen, so wollen wir aus derjenigen Formul, welche
stimmung der Geschwindigkeit gebraucht haben, auch di
herleiten, weil dieselbe auf diese Art der Wahrheit weit nä
Unsere Aequation ist nun, wenn der Spiel-Raum mit in Be
wird, diese[1]):

$$v = \frac{1000bk}{k + 455b}\, l\frac{2a - b}{b}\,.$$

Diese wird am grösten, wenn $\frac{b}{k + 455b}\, l\frac{2a-b}{b}$ den grösten W
diesen zu finden, so differenzire man diese Formul, inde

---

1) Siebe p. 318 und 325. F. R. S.

nderlich ansieht, und setze das Differentiale gleich nichts, so wird man en

$$\frac{k\,db}{(k+455b)^2}\,l\,\frac{2a-b}{b}-\frac{2a\,db}{(k+455b)(2a-b)}=0$$

.

$$l\frac{2a-b}{b}=\frac{2a(k+455b)}{(2a-b)k}.$$

setze

$$\frac{2a-b}{b}=u.$$

vird $b=\frac{2a}{1+u}$ und

$$lu=1+\frac{1}{u}+\frac{910a}{ku}.$$

n wir nun setzen, daß das Stück i Caliber lang, und die Materie der el n mahl schwehrer sey, als Luft, so wird

$$k:a=910:\frac{1365\,i}{n},$$

lich bekommt man

$$lu=1+\frac{1}{u}+\frac{1365\,i}{nu}.$$

n ferner die Kugel von Eisen angenommen wird, so ist $n=6650$ und $=\frac{1}{5}$ so nahe, daß der Unterscheid nicht zu achten. Dahero hat man

$$lu=1+\frac{i+5}{5u}.$$

dieser Aequation kan zwar überhaupt der Werth von u nicht angezeigt len; in einem jeglichen Fall aber ist es leicht, denselben durch die Nähe- heraus zu bringen. Um ein Exempel hiervon zu geben, so wollen wir en $i=30$; so wird

$$lu=1+\frac{7}{u}.$$

n man nun eine Tabelle von hyperbolischen Logarithmis bey der Hand so wird man bald sehen, daß u zwischen 7 und 8 enthalten sey. Man also dem u diese beyden Werthe, und bemerke bey jedem den Unter- id folgender Gestalt

$$u = 7 \qquad u = 8$$

$$lu = 1{,}945909 \qquad 2{,}079441$$

$$1 + \frac{7}{u} = 2{,}000000 \qquad 1{,}875000$$

$$\text{Unterscheid } -{,}054091 \qquad +{,}204441$$

Weil diese beyden Unterscheide verschiedene Zeichen haben, dieselben zusammen, und sage nach der Regul falsi, wie si verhält zu 1, nehmlich dem Unterscheid zwischen den beyden Werthen von u, also verhält sich ,054091 zum Überschuß des von u über 7. welcher gefunden wird $= 0{,}21$, also ist u $a = 30c$, so wird $b = \frac{60c}{8{,}21} = 7{,}31c$. Hieraus kan man auch wicht dieser stärksten Ladung in Ansehung des Gewichts der K Denn, wenn das Gewicht der Kugel $= P$, das Gewicht der L man setzt $Q = mP$; so wird beynahe $m = \frac{b}{6c}$. Aus diesem die folgende Tabelle ausgerechnet worden:

Tabelle für die stärkste Ladung[1])

Länge des ganzen Laufs in Calibern	Länge des Pulver-Raums in Calibern	Gewicht des P in 100sten Thei Gewichts der
2	0,82	16
4	1,54	31
6	2,18	43
8	2,78	56
10	3,35	67
12	3,86	77
14	4,30	86
16	4,77	95
18	5,20	104
20	5,59	112
22	5,96	119
24	6,32	126
26	6,66	133

1) Zufolge der Interpolation zwischen zu weiten Grenzen ist in der Spalte dieser Tabelle je die letzte Stelle ungenau. F. R. S.

Länge des ganzen Laufs in Calibern	Länge des Pulver-Raums in Calibern	Gewicht des Pulvers in 100sten Theilen des Gewichts der Kugel
28	6,99	140
30	7,31	146
32	7,61	152
34	7,90	158
36	8,18	163
38	8,44	169
40	8,69	174
42	8,93	179
44	9,18	184
46	9,42	188
48	9,66	193
50	9,89	198
52	10,11	202
54	10,31	206
56	10,51	210
58	10,71	214
60	10,90	218

Da diese Tabelle aus derjenigen Formul entsprungen, welche wir zuletzt gefunden, und in welcher alle Umstände ausser der allmähligen Entzündung des Pulvers in Betrachtung gezogen worden, so ist kein Zweifel, daß die in dieser Tabelle gegebenen stärksten Ladungen mit der Wahrheit näher überein stimmen werden, als diejenigen, welche entweder nach des Autoris Regel gefunden worden, oder in der oben gegebenen Tabelle enthalten sind. Erstlich sieht man, daß alle in dieser Tabelle befindlichen stärksten Ladungen kleiner sind, als in der obigen; und wenn man ferner dieselbe mit des Autoris Regel vergleicht, so findet man, daß, wenn die Länge des Laufs kleiner ist, als 6 Caliber, die hier gegebene stärkste Ladung grösser sey, als nach dem Autore. Bey 6 Calibern stimmen dieselben völlig mit einander überein, und wenn der Lauf länger ist, als 6 Caliber, so weichen unsere Ladungen je länger je mehr ab von des Autoris Regel. Denn wenn der Lauf 60 Caliber lang ist, so kommt nach des Autoris Regel die Länge des Pulver-Raums ungefehr von 22 Caliber heraus, da unsere nicht einmahl die Helfte austrägt. Und wenn es möglich wäre, einen Lauf so 10000 Caliber lang zu machen, so würde die zum stärksten Schuß erforderte Ladung nicht mehr als einen Raum von $49\frac{3}{4}$ Calibern ein-

nehmen, und diese Ladung würde bey nahe 10 mahl schwehre
Gewicht der Kugel. Wolte man aber die allmählige Entzündu
noch in Betrachtung ziehen, so würden, allem Ansehen nach, di
dungen noch kleiner heraus kommen, daher man um so viel weni
Ursache hat, daß die Regel des Autoris diese Ladung weit zu

FÜNFTER SATZ

*Wenn eine Canonen-Kugel von 24 Pfund mit voller Ladung gesc
ist der Wiederstand der Luft, indem dieselbe aus der Canone he
als zwanzig mahl grösser, als das Gewicht derselben*

Wir haben in dem zweyten Satz dieses Capitels gezeiget, d
stand der Luft auf eine Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, welche
Geschwindigkeit von 1670 Schuhen in einer Secunde beweget,
von 10 Pfunden gleich sey. In dem vorhergehenden Satz aber
worden, daß eine eiserne Kugel von 24 Pfunden, wenn dieselbe
Pulver geschossen wird, welche Ladung gemeiniglich für die
Breche zu schiessen gehalten wird, eine Geschwindigkeit von
Schuhen in einer Secunde erhalte, welche von der vorigen
unterschieden ist. Da nun der Umfang[1]) dieser letztern Kugel me
grösser ist, als der Umfang der vorigen, so $\frac{3}{4}$ Zoll im Diame
ihre Geschwindigkeiten beynahe einerley waren, so folget, daß de
welchen die grössere Kugel empfunden, mehr als 540 Pfund au
beynahe 23 mahl mehr ist, als das Gewicht der Kugel.

ZUSATZ.

Wir haben schon oben in der Einleitung angemerket,
welche sich die Artillerie gründlich abzuhandeln bemühet hat
voraus gesetzt, daß die Bahn einer Stück-Kugel oder Bombe derje
Linie, welche Parabel genennt wird, sehr nahe komme. Unsere

1) Das Wort *Umfang* wird hier zur Bezeichnung der Oberfläche verwend

ren Sätze zielen nun insonderheit dahin ab, um diese Meynung zu wiederlegen.

Die Ursache aber, warum die gedachten Autores diese Meynung behauptet haben, gründete sich fürnehmlich darauf, daß sie glaubten, der Wiederstand der Luft könne keine merkliche Würkung haben. Weil nun unstreitig war dargethan worden, daß die Bahn aller geworfenen Körper, wenn kein Wiederstand vorhanden wäre, eine Parabel seyn müßte, so haben sie aus Uebereilung so gleich geschlossen, daß dergleichen schwehre Körper als Bomben und Stück-Kugeln von einer solchen subtilen Materie, als die Luft ist, keinen merklichen Wiederstand leiden könnten, und daß folglich ihre parabolische Bahn dadurch nicht merklich verändert würde.

Dieses Vorurtheil wird nun durch den erstaunlichen Wiederstand der Luft auf eine 24 pfündige Kugel, dessen Grösse wir hier bestimmet haben, hinlänglich bestritten. Denn, wie irrig muß nicht eine solche Meynung seyn, in welcher eine Kraft, so mehr als zwanzig mahl grösser ist, als das Gewicht des Körpers, für nichts geachtet wird? Unterdessen wollen wir uns nicht allein begnügen, die Würklichkeit und die Größe des Wiederstands der Luft erwiesen zu haben; sondern wir wollen auch noch die wahre Bahn der Körper in dieser flüßigen Materie umständlicher in Erwegung ziehen. Wir wollen nehmlich durch vielerley Versuche deutlich zeigen, wie sehr die Bahn, welche ein jeglicher geworfener Körper in der Luft beschreibet, nach allen Umständen von derjenigen, welche aus den insgemein angenommenen Gründen fliesset, abweiche. Zu diesem Ende ist aber nöthig, einige wenige Sätze voraus zu setzen, wovon der Beweis bey den meisten Autoren, welche die gemeine Lehre von den fallenden Körpern abgehandelt haben, gefunden wird.

1. Lehr-Satz. Wenn der Wiederstand der Luft so klein ist, daß die Bewegung eines geworfenen Körpers in einer Parabel geschicht, so steht die Axe dieser Parabel immer senkelrecht auf dem Horizont, und folglich ist der Theil dieser krummen Linie, in welchem der Körper hinauf steiget, demjenigen gleich und ähnlich, in welchem der Körper wiederum herunter fällt.

2. Lehr-Satz. Wenn die Parabel, in welcher sich der Körper beweget, auf einer Horizontal-Fläche aufsteht, so ist der oberste Punkt derselben von beyden Enden gleich weit entfernet.

3. Lehr-Satz. Der Körper wird in diesem Fall auch unter eben demselben Winkel, und mit eben der Geschwindigkeit auf die Erde fallen, als derselbe anfänglich ist herauf geworfen worden.

4. Lehr-Satz. Wenn der Körper mit einerley Geschwindigk verschiedenen Winkeln, geworfen wird, so wird derjenige Wurf reichen, welcher unter einem Winkel von 45 Graden mit dem than worden.

5. Lehr-Satz. Wenn die Geschwindigkeit, mit welcher (fänglich geworfen wird, bekannt ist, so kann die gröste Weite de also gefunden werden. Man berechne nach der bekannten l Fall der Körper die Höhe, aus welcher ein Körper durch den jenige Geschwindigkeit erhält, mit welcher der Körper geworfen wird diese Höhe zweymahl genommen, die gröste Weite geben, Körper, wenn derselbe unter einem Winkel von 45 Graden mit geworfen wird, gelangen kann.

6. Lehr-Satz. Die Horizontal-Würfe eines Körpers, wen einerley Geschwindigkeit unter verschiedenen Winkeln mit der worfen wird, verhalten sich untereinander, wie der Sinus der do unter welchen die Würfe geschehen.

7. Lehr-Satz. Wenn der Körper unter einerley Winkel mit aber mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortgeworfen wird, die Würfe auf einer Horizontal-Fläche verhalten, wie die Quadrat digkeiten.

In diesen Lehr-Sätzen sind nun alle diejenigen Gründe entha chen die Bewegung der geworfenen Körper von den heutigen Artillerie berechnet zu werden pflegt. Wenn also einige von dies bey der Bewegung der geworfenen Körper nicht Stich halten, s unstreitig, daß der Körper in seiner Bewegung von der Paraboli weiche. Dahero wird die gemeine Lehre von der Bewegung d Körper völlig umgestossen, wenn wir werden darthun können, kein einiger von diesen Sätzen mit der wahren Bewegung der einstimme.

ERSTE ANMERKUNG

In diesem Satz untersuchet der Autor die Grösse des Wiederstands der Luft, welchen eine halbe Carthaunen-Kugel, so sich darinn mit einer Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde beweget, auszustehen hat, und weiset, daß die Kraft des Wiederstands über 20 mahl grösser sey, als das Gewicht der Kugel. Um dieses zu erweisen, so legt er den vorher bestimmten Wiederstand, welchen eine Kugel, so nur $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hat, und sich mit einer Geschwindigkeit von 1670 Schuhen in 1″ beweget, leidet, zum Grunde. Denn da diese beyden Geschwindigkeiten nicht merklich von einander unterschieden sind, so muß sich der Wiederstand der grössern zum Wiederstand der kleinern verhalten, wie das Quadrat des Diameters der grössern zum Quadrat des Diameters der kleinern: weil sich die Oberflächen zweyer Kugeln unter sich, wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten. Nun aber sagt der Autor, daß die Oberfläche der 24pfündigen Kugel mehr als 54 mahl grösser gewesen, als der kleinern Kugel, deren Diameter nur $\frac{3}{4}$ Zoll war, folglich muß der Diameter der großen Kugel gewesen sein $= \frac{3}{4}\sqrt{54}$ Zoll, das ist beynahe $5\frac{1}{2}$ Zoll. Dahero wiegt eine eiserne Kugel, deren Diameter $5\frac{1}{2}$ Zoll groß ist, 24 Pfund; und hieraus läßt sich der Diameter einer jeglichen eisernen Kugel, deren Gewicht bekannt ist, bestimmen. Wir können aber aus der oben gefundenen Formul, wodurch der Wiederstand einer Kugel ausgedruckt wird, in einem jeglichen Fall die Verhältniß des Wiederstands der Luft zu dem Gewicht der Kugel leicht anzeigen. Denn es sey der Diameter der Kugel $= c$, und v die Höhe, aus welcher die Geschwindigkeit der Kugel erzeugt werden kann, so ist, wie wir gefunden haben[1]), der Wiederstand dem Gewicht einer mit der Kugel gleich dicken Luft-Säule gleich, deren Höhe

$$\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv,$$

wo h eine Höhe von 28845 Englischen oder 27979 Rheinl. Schuhen anzeigt. Ferner ist die Kugel selbst einem gleich dicken Cylinder gleich, dessen Höhe $= \frac{2}{3}c$. Wenn also die Materie der Kugel n mahl schwehrer, als die Luft gesetzt wird, so ist das Gewicht der Kugel dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleich, deren

1) Siehe p. 311. F. R. S.

Höhe $= \frac{2}{3} nc$, folglich wird sich der Wiederstand der Kugel z
Schwehre verhalten, wie $\frac{1}{2} c + \frac{1}{2h} vv$ zu $\frac{2}{3} nc$, das ist, wie
Wenn also die Kugel von Eisen ist, so wird $n = 6647$, und d
der Kugel verhält sich zu ihrer Schwehre, wie $\frac{c(h+v)}{8863 ch}$ zu 1. Laßt
die Geschwindigkeit der Kugel betrage 1650 Englische oder 160
in einer Secunde, so wird die Höhe $v = 40960$ Rheinl. oder 422
und $h + v = 71071$ Engl. Schuh. Folglich wird sich der W
Schwehre der Kugel verhalten, wie 11,7386 Schuh zum Diame
Weil nun nach des Autoris Rechnung der Diameter der 24p
$5\frac{1}{2}$ Zoll. oder $\frac{11}{24}$ Schuh beträgt, so muß sich der Wiederstan
ihrem eigenen Gewicht von 24 ℔ verhalten, wie 11,7386 z
25,6115[1]) zu 1, und ist also der Wiederstand über $25\frac{1}{2}$ mahl g
Gewicht der Kugel. Es ist nicht nöthig, die Ursache zu unter
der Autor diesen Wiederstand nur 23 mahl grösser findet, als d
Kugel. Denn man siehet aus seinem Vortrag sogleich, daß sei
dahin gegangen, um zu zeigen, daß der Wiederstand der Kugel
Fall gewiß über 20 mahl grösser sey, als das Gewicht derselben;
mag derselbe mit Fleiß alle Bestimmungen etwas zu klein ange
damit man um so viel weniger an der Richtigkeit seines Satz
Ursache hätte.

Da nun der Wiederstand der Luft so erstaunlich groß ist
der gemeinen Meynung, daß sich die Kugeln in Parabeln beweg
weniger länger beypflichten, da dieselbe schon hinlänglich w
würde, wenn auch der Wiederstand der Luft nur dem Gewicht d
gleich wäre. Inzwischen ist die Unrichtigkeit dieser gemeinen M
längst gründlich genug dargethan worden, obgleich der geme
Artilleristen sich wenig daran gekehret zu haben scheinet. Da
seine Ausdrückungen, als wenn er zu allererst diesen Fehler
etwas mäßigen sollte. Wir haben schon in unsern Anmerkung
rede des Verfassers gewiesen, daß dieser Fehler bereits vor gerau
nur bemerket, sondern auch verbessert worden; indem man
welche von einem Körper würklich in der Luft beschrieben wird,
vermögend gewesen. Unterdessen aber hat man doch die größt
Autori verpflichtet zu seyn, daß er diesen merklichen Zuwachs de

1) Im Original: 25,6615. Berichtigt von F. R. S.

der Luft, wenn die Bewegung sehr schnell ist, wahr genommen; als wodurch er nicht nur den gemeinen Haufen von einem groben Irrthum befreyet, sondern auch den Gelehrten die Unrichtigkeit der durchgehends angenommenen Lehre von dem Wiederstand der Luft deutlich vor Augen geleget hat.

ZWEYTE ANMERKUNG

Weil der Autor im folgenden Satz willens ist, den grossen Unterscheid durch Versuche zu zeigen, welcher sich zwischen der wahren Bahn, so ein geworfener Körper in der Luft beschreibet, und einer Parabel befindet, so zieht er hier die fürnehmsten Eigenschaften der parabolischen Bewegung in Betrachtung. Denn da es nicht so leicht ist, die wahre Bahn, welche ein Körper beschreibet, durch die Erfahrung zu bestimmen, so würde es sehr schwehr seyn, unmittelbar den Unterscheid zwischen dieser Bahn und einer Parabel zu beobachten. Derowegen betrachtet hier der Verfasser einige Eigenschaften, mit welchen die Bewegung in einer Parabel nothwendig verknüpfet ist, um nachgehends untersuchen zu können, ob sich diese Eigenschaften bey der Bewegung eines Körpers in der Luft befinden, oder nicht. Denn wenn nur einige von diesen Eigenschaften in der Luft nicht statt finden, so folget daraus unstreitig, daß die Bahn, welche ein solcher Körper in der Luft beschreibet, keine Parabel seyn könne. Ob sich nun gleich diese Eigenschaften in unzehlich viel Büchern gründlich erwiesen befinden, so wollen wir doch dieselben allhier aus den ersten Grund-Sätzen der Bewegung herleiten, theils damit man die Wahrheit derselben desto deutlicher einsehe, theils aber fürnehmlich, damit wir hernach auf gleiche Weise die wahre Bewegung eines Körpers in der Luft desto leichter bestimmen können.

Galileus hat schon gefunden, daß ein schwehrer Körper in einem Luftleeren Raum, oder wenn derselbe gar keinen Wiederstand antrifft, sich in einer Parabel bewege; und aus eben diesem Grunde haben die meisten Autores, welche von der Artillerie geschrieben haben, die Bahn einer Bombe oder einer Stück-Kugel in der Luft für eine Parabel gehalten; nicht als wenn dieselben gar keinen Begrif von dem Wiederstand gehabt hätten, sondern weil sie diesen Wiederstand so klein zu seyn geglaubet haben, daß derselbe in der Bewegung dieser Körper keine merkliche Veränderung verursachen könnte. Wir wollen also setzen, daß der Körper gar keinen Wiederstand leide, und aus den Grund-

sätzen der Bewegung diejenige Linie bestimmen, nach welcher
Bewegung fortsetzen muß, nachdem derselbe mit einer gegebene
keit unter einem gegebenen Winkel mit dem Horizont geworf

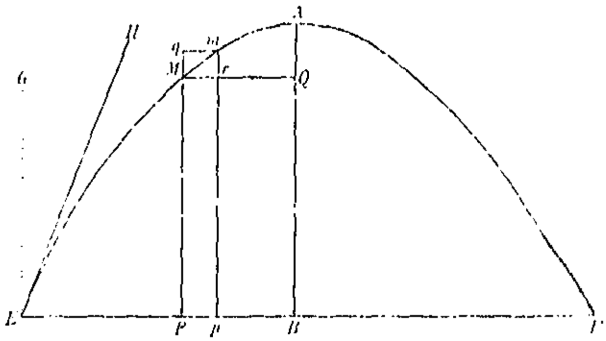


Fig. 23.

Es sey demnach EF (Fig. 23) eine Horizontal-Linie, auf welc
aus dem Punkt E nach der Direction EH mit einer Geschwindig
den Fall aus einer Höhe $= b$ erlangt wird, geworfen worden, un
Linie $EMAF$ soll den Weg vorstellen, nach welchem sich der K
biß derselbe wiederum auf die Horizontal-Linie in F herunt
nenne den Winkel $HEF = \zeta$, welchen die Direction des Körpers
lich mit der Horizontal-Linie EF macht. Da nun die Geschw
Körpers in E durch $\sqrt{b}$ ausgedruckt wird, wenn man diese Bew
Gedanken in zwey andere zertheilet, deren eine nach der Verti
die andere aber nach der Horizontal-Linie EF gerichtet ist, so
schwindigkeit der erstern $= \sqrt{b} \cdot \sin. \zeta$, und die Geschwindigkei
$= \sqrt{b} \cdot \cos. \zeta$. Wenn man nehmlich den Sinum von $90^0 = 1$ an
wollen wir setzen, der Körper sey schon biß in M gekommen
die Perpendicular-Linie MP herunter lassen, alsdenn $EP = x$
nennen; die Zeit aber, in welcher der Körper in M gekommen,
einer unendlich kleinen Zeit dt wird der Körper durch Mm f
wenn der Weg durch die Zeit dividirt für die Geschwindigkeit
wird, so wird die Geschwindigkeit des Körpers in M seyn $= \frac{M}{d}$
wegung zertheile man auch in zwey andere nach den Directionen
deren jene auf den Horizont perpendicular, diese aber dem Hor
ist; und weil, nachdem man die Linie mp mit MP parallel g
wird

$$Mq = mr = dy \quad \text{und} \quad Mr = dx,$$

d die Geschwindigkeit nach der Direction $Mq = \frac{dy}{dt}$ und nach der on $Mr = \frac{dx}{dt}$. Da nun die Bewegung des Cörpers nur allein von seiner re verändert wird, deren Direction nach MP abwärts gerichtet ist, so nan wohl, daß die Geschwindigkeit nach der Direction Mr davon keine erung leide, und dahero allenthalben gleich groß, das ist der ersten indigkeit nach der Horizontal-Direction, welche war $= \sqrt{b} \cdot \cos. \zeta$, be- gleich bleibe. Dahero ist

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{b} \cdot \cos. \zeta, \quad \text{oder} \quad dx = dt \sqrt{b} \cdot \cos. \zeta,$$

Vergleichung integrirt giebt

$$x = t \cos. \zeta \cdot \sqrt{b},$$

erhellet, daß der Körper nach der Horizontal-Direction immer gleich ind fortgehe. Hergegen würket aber die ganze Schwehre nach der Vertical-Direction Mq. Da nun die Geschwindigkeit nach dieser on ist $= \frac{dy}{dt}$, so wird die Höhe, aus welcher diese Geschwindigkeit t wird, $= \frac{dy^2}{dt^2}$, wovon das Differentiale, wenn dt unveränderlich mmen, seyn wird

$$= \frac{2dyddy}{dt^2}.$$

Differentiale muß sich zu dem Raum dy, welchen der Körper nach Bewegung in der Zeit dt beschreibet, verhalten, wie die Kraft, welche er Direction Mq auf den Körper würket, zu seinem Gewicht. Nun aber se Kraft dem Gewicht des Körpers selbst gleich; nur ist zu merken, durch die Geschwindigkeit nicht vermehret, sondern vermindert werde. erhalten wir diese Proportion:

$$\frac{2dyddy}{dt^2} : dy = -1 : 1,$$

diese Aequation entspringt:

$$2ddy = -dt^2.$$

n ist das Integrale

$$\frac{2dy}{dt} = C - t,$$

allwo $\frac{dy}{dt}$ die Vertical-Geschwindigkeit des Körpers nach Verflie
anzeiget. Da nun im Anfange, da $t = 0$, die Vertical-Gesch
$= \sqrt{b} \cdot \sin.\zeta$, so wird für diesen Ort $2\sqrt{b} \cdot \sin.\zeta = C$, wodurch
Buchstabens C, welcher durch die Integration hinein gekomm
wird. Also wird seyn

$$\frac{2dy}{dt} = 2\sqrt{b} \cdot \sin.\zeta - t,$$

oder

$$2dy = 2dt \sin.\zeta \cdot \sqrt{b} - tdt,$$

wovon das Integrale giebt

$$2y = 2t \sin.\zeta \cdot \sqrt{b} - \tfrac{1}{2}tt.$$

Aus der Differential-Aequation

$$\frac{2dy}{dt} = 2\sqrt{b} \cdot \sin.\zeta - t$$

erhellet erstlich, weil $\frac{dy}{dt}$ die Vertical-Bewegung anzeigt, daß wenn
die Vertical-Geschwindigkeit des Körpers verschwindet, und
Horizontal-Bewegung allein behalte. Wenn wir also setzen,
Punct A geschehe, so wird die Tangens der krummen Linie i
seyn. Wenn aber t grösser wird, als $2\sqrt{b} \cdot \sin.\zeta$, so bekömm
Geschwindigkeit $\frac{dy}{dt}$ einen negativen Werth, welcher anzeiget,
alsdenn im Herunterfallen begriffen sey. Also wird EA derje
Bahn EMF seyn, durch welchen der Körper hinauf steigt, und
durch welchen der Körper wiederum herab fällt.

Um aber die Natur dieser krummen Linie näher zu erke
merken, daß

$$t = \frac{x}{\cos.\zeta \cdot \sqrt{b}}.$$

Man setze also diesen Werth für t in der Integral-Aequation

$$2y = 2t \sin.\zeta \cdot \sqrt{b} - \tfrac{1}{2}tt,$$

so wird

$$2y = 2x \operatorname{tang.}\zeta - \frac{xx}{2b \cos.\zeta^2},$$

oder

$$xx - 4bx \sin.\zeta \cos.\zeta = -4by \cos.\zeta^2.$$

Hieraus kommt

$$-x + 2b \sin.\zeta \cos.\zeta = 2 \cos.\zeta \cdot \sqrt{(bb \sin.\zeta^2 - by)}.$$

Aus dieser Aequation sieht man nun leicht, daß die gesuchte krumme Linie EMF eine Parabel sey. Denn man nehme

$$EB = 2b \sin.\zeta \cos.\zeta,$$

so wird

$$BP = 2b \sin.\zeta \cos.\zeta - x.$$

Hernach richte man in B die Perpendicular-Linie auf $BA = b \sin.\zeta^2$, und ziehe MQ mit EF parallel, so wird

$$AQ = b \sin.\zeta^2 - y, \quad MQ = BP.$$

Nun nenne man $AQ = p$ und $QM = q$, so wird $q = 2 \cos.\zeta \cdot \sqrt{bp}$ oder

$$qq = 4bp \cos.\zeta^2,$$

welche Aequation klar zeiget, daß die gesuchte krumme Linie eine Parabel sey, deren Axe die Vertical-Linie AB. Und hieraus erhellet die Wahrheit des ersten, andern und dritten Lehrsatzes: nehmlich erstlich, daß die Axe der Parabel AB auf die Horizontal-Linie EF perpendicular, und daß folglich die beyden Theile AE und AF einander gleich und ähnlich seyn. Hernach ist auch klar, daß die äussersten Puncte auf der Horizontal-Linie E und F gleich weit von dem höchsten Punct A entfernet seyen. Drittens folgt aus dieser Gleichheit der Theile AE und AF, daß die Winkel, welche die krumme Linie in E und F mit der Horizontal-Linie EF macht, einander gleich seyen. Weil ferner $EF = 2EB = 4b \sin.\zeta \cos.\zeta$, so wird die Vertical-Geschwindigkeit des Körpers in F seyn

$$= \sqrt{b} \cdot \sin.\zeta - \frac{x}{2\sqrt{b} \cdot \cos.\zeta},$$

wenn man für x den Werth $4b \sin.\zeta \cos.\zeta$ setzt. Es wird also diese Geschwindigkeit

$$= -\sqrt{b} \cdot \sin.\zeta,$$

welche von der ersten in E nur darinne unterschieden ist, daß jene aufwärts, diese aber abwärts gerichtet ist. Weil nun die Horizontal-Bewegung immer

einerley bleibt, so folgt hieraus, daß der Körper in F eben
schwindigkeit habe, mit welcher er in E fortgeworfen worden.
$EB = 2b \sin.\zeta \cos.\zeta$, so ist $EB = b \sin. 2\zeta$, und die Weite des
Horizontal-Linie, nehmlich EF,

$$= 2b \sin. 2\zeta.$$

Woraus erstlich folgt, daß, wenn die Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ i
einerley bleibt, die Weite des Wurfs dem Sinus des dopp
HEF proportional sey; wenn aber der Winkel FEH ei
und die Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ verändert wird, so ist die Wei
EF dem b, das ist dem Quadrat der Geschwindigkeit propor
dienet zum Beweisthum des 6ten und 7ten Lehr-Satzes.
die gröste Weite des Wurfes anlanget, weil die Weite $EF =$
funden worden, so sieht man sogleich, daß dieselbe am grösten
der Winkel 2ζ neunzig Grad hält; denn da wird sein Sinus dem
alle übrigen Sinus aber sind, wie bekannt, kleiner als der Radi
der Wurf auf der Horizontal-Linie am weitesten reichen soll
Winkel HEB, unter welchem der Körper anfänglich geworfen
ten; und hierinne besteht der vierdte Lehr-Satz. Nimmt man n
HEB von 45^0, so wird $\sin. 2\zeta = 1$ und folglich die Weite des V
das ist, der doppelten Höhe b, aus welcher die erste Gesch
Körpers durch den Fall erzeuget werden kann. Hieraus erhält
Lehr-Satz seine Richtigkeit. In allen Fällen aber kann die W
durch diese Regel De-tri gefunden werden. Man sage nehmlich,
hält der Sinus von 90^0 zum Sinus des doppelten Winkels HE
Direction des Körpers im Anfange mit dem Horizont machet
sich die doppelte Höhe b, woraus die Geschwindigkeit des K
wird, zur Weite des Wurfs EF, welche solcher Gestalt gefunde
man noch ferner die gröste Höhe AB bestimmen, zu welcher
seinem Heraufsteigen gelangt, so ist dieselbe $AB = b \sin.\zeta^2$,
lich auch leicht durch die Regel De-tri gefunden.

Wenn also der Wiederstand der Luft auf die Canonen
Würkung hätte, so würde die Bahn derselben beständig eine Pa
die Bewegung der Kugel würde sich auch nach den hier gefun
richten, und folglich leicht bestimmt werden können, wie fast
leitungen der Artillerie, welche auf diese Gründe gebauet wor
erhellet. Wir hätten auch leicht unsere Bestimmung allgem

können, wenn wir die Linie EF nicht horizontal, sondern auf den Horizont nach Belieben inclinirt, angenommen hätten. Die Rechnung würde fast gar nicht weitläuftiger worden seyn, und aus derselben würde man gesehen haben, daß, wenn der Wurf auf einer solchen schiefen Fläche am weitesten reichen soll, alsdenn die erste Direction des Körpers EH den Winkel GEF, welchen die Vertical-Linie GE, als nach welcher die Schwehre würket, mit der schiefen Linie EF macht, gleichfalls in zwey gleiche Theile zerschneiden müsse. Weil aber diese Betrachtungen in der Artillerie gar keinen Nutzen haben können, so wollen wir uns dabey nicht länger aufhalten, sondern zum folgenden Satz des Autoris fortschreiten.

SECHSTER SATZ

Die Bahn, nach welcher sich eine Bombe oder Stück-Kugel in der Luft beweget, ist weder eine Parabel, noch bey nahe eine Parabel, wenn die Geschwindigkeit, womit dieselben geschossen worden, nicht sehr geringe ist.

Wir haben in dem vierdten Satz dieses Capitels gewiesen, daß eine Mußketen-Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, wenn dieselbe mit der Helfte ihres Gewichts Pulver aus einem Lauf, der 45 Zoll lang, geschossen wird, eine Geschwindigkeit von ungefehr 1700 Schuhen in 1″ erlange. Wenn sich nun diese Kugel in einer Parabel bewegte, so müßte der weiteste Schuß, welcher unter einem Winkel von 45° mit dem Horizont geschieht, kraft des fünften Lehr-Satzes sich ungefehr auf 17 Englische Meilen erstrecken. Nun aber versichern uns alle practische Autores, daß dieser Schuß nicht einmahl auf eine halbe Meile reiche. Diego Ufano[1]) bestimmet für ein Schieß-Gewehr, welches 4 Schuh lang ist, und eine bleyerne Kugel von anderthalb Untzen schießt, welches bey nahe mit unserem Exempel überein kommt, den weitesten Schuß auf 797 gemeine Schritt, wenn dasselbe nehmlich unter einem Winkel zwischen 40 und 50 Graden mit dem Horizont gerichtet, und mit so viel von dem feinsten Pulver, als das ganze Gewicht der Kugel beträgt, geladen wird. Mersennus[2]) berichtet uns,

---

1) Siehe die Anmerkung 1 p. 34. F. R. S.

2) P. M. Mersenne (1588–1648), p. 84 der Abhandlung *Ballistica et Acontismologia* in seinem Sammelwerk *Cogitata physico-mathematica*, Paris 1644. F. R. S.

daß er die Horizontal-Schußweite eines Feuer-Rohrs, welches unter e von 45° gerichtet gewesen, kleiner als 400 Faden oder 800 Yar Da nun alle diese Schüsse sich nicht einmahl auf eine Englisc strecken, so folget, daß ein Mußketen-Schuß, welcher mit einer Ladung Pulver gethan wird, unter einer Richtung von 45° nicht 34sten Theil der Weite beträgt, zu welcher derselbe gelangen müß die Kugel in einer Parabel bewegte.

Ueber diese große Verminderung der Horizontal-Schuß-Weite um so viel weniger zu verwundern Ursache, wenn man betrach Wiederstand dieser Kugel, indem dieselbe aus dem Lauf herausfäh 120 mahl größer ist, als ihre eigene Schwehre: als welches in Satz dieses Capitels durch unstreitige Versuche ist bewiesen wo

Wollte man aber dagegen einwenden, wie diese Abweichu einer Mußketen-Kugel von einer Parabel noch nicht genugsam bew weit schwehrere Kugeln, als welche in Ansehung ihres Gewicht kleineren Wiederstand leiden, von der gemeinen Meynung merkli so wollen wir zu diesem Ende eine eiserne Kugel von 24 ℔, de meiniglich zu Lande die schwersten zu seyn pflegen, als ein Exem Wenn eine solche Kugel aus einer dazu gebräuchlichen Canon Ladung geschossen wird, so wird derselben, wie in dem vierdte Capitels gezeiget worden, eine Geschwindigkeit von 1650 Schu Secunde eingedrücket. Wenn man nun hieraus nach dem fünf die gröste Schußweite für den Winkel von 45 Graden nach de rechnet, so findet man dafür ungefehr 16 Meilen, welche zwisc sechs mahl grösser ist, als dieselbe würklich befunden wird; den stimmen darinnen überein, daß sich dieser Schuß nicht gar auf strecke. St. Remy[1]) giebt uns auch Nachricht von einigen Vers von dem Mr. du Metz[2]) angestellet worden. Nach denselben betr weite unter einem Winkel von 45° von einem Stück, welches 1 und eine 24pfündige Kugel führete, und mit 16 ℔ Pulver geladen nicht, als 2250 französische Faden, welche Weite um 222 Fade als drey Meilen. Wenn also eine 24pfündige eiserne Kugel mit Ladung Pulver unter einem Winkel von 45° geschossen wird, so

1) P. S. de Saint-Remy (1650—1716), *Memoires d'Artillerie*, Paris 1697.

2) P. C. B. du Metz (1638—1690), französischer Artillerie-General.

einmahl den fünften Theil so weit, als sie gehen müßte, wenn ihre Be-
g nach einer Parabel geschähe.

s geschieht aber nicht allein in diesem Fall, wenn die Kugel mit einer grossen Geschwindigkeit geschossen wird, daß ihre Bahn so merklich von Parabel unterschieden ist; eine gleiche Abweichung findet auch öfters in Bewegungen statt, welche so langsam sind, daß man den Flug derselben ugen sehen und erkennen kann. Denn da finden sich sehr wenig Be-gen, so auf diese Art untersuchet werden können, welche nicht merklich m ersten, zweyten und dritten Lehrsatz abweichen sollten: indem diese immer nach einer solchen krummen Linie wiederum herab kommen, kürzer ist, und mit dem Horizont einen größern Winkel macht als die-nach welcher die Körper herauf gestiegen. Ferner ist auch der höchste ihrer Bahn dem Ort, wo der Körper herunter fällt, immer viel näher, njenigen, von welchem derselbe hinauf gefahren. Um hiervon völlig uget zu werden, daß auch nicht der geringste Zweifel überbleibe, so darf ur aus einem dazu bequemen Ort auf den Flug der Steine, Pfeile oder n, welche auf eine ziemliche Weite geworfen werden, wohl Achtung

h habe auch so gar durch die Erfahrung befunden, daß der fünfte, sechste bente Lehrsatz sehr weit von der Wahrheit abweichen, wenn man nach en die Bewegung solcher Kugeln, welche nur einen kleinen Grad der indigkeit haben, beurtheilet. Ich habe zum Exempel eine bleyerne Kugel Zoll im Diameter mit einer Geschwindigkeit von 400 Schuh in 1″ unter Winkel von 19°, 5′ mit dem Horizont abgeschossen, und befunden, daß auf einem ebenen Grunde nicht weiter als 448 Yards gegangen, da ie gröste Horizontal-Schußweite nach dem fünften Lehrsatz zum wenig-00 Yards, und hieraus ferner nach dem sechsten Lehr-Satz die Schuß-für den Winkel von 19°, 5′ von 1050 Yards gefunden wird. Dahero in Versuche die Schußweite nicht gar $\frac{3}{7}$ derjenigen ausgetragen, zu wel-e Kugel hätte gelangen müssen, wenn die gemeine Meynung wahr wäre.

rner ist diese Kugel mit eben der Geschwindigkeit als im vorigen Ver-aber nur unter einem Winkel von 9°, 45′ abgeschossen, und die Weite usses auf einer Horizontal-Fläche bey 330 Yards befunden worden.

ese Weite hätte nun nach dem fünften und sechsten Lehr-Satz in An-der ersten Geschwindigkeit 566 Yards seyn sollen. Wenn man aber e aus dem vorhergehenden Versuche vermittelst des sechsten Lehr-Satzes

berechnet, so findet man nicht mehr als 241 Yards, und sind also
Zahlen sehr weit von 330 Yards unterschieden.

Weiter wurde eine Kugel unter einem Winkel von 8° mit
aber mit einer Geschwindigkeit von 700 Schuhen in 1″ abgesch
Schußweite von 690 Yards befunden.

Wenn man aber diese Weite aus der ersten Geschwindigk
nach dem 5ten und 6ten Lehr-Satz berechnet, so findet man,
Lehre, auf welche sich diese Lehr-Sätze gründen, der Wahrheit
die Kugel in dem gegenwärtigen Exempel auf eine Weite vo
hätte gelangen müssen. Woraus erhellet, daß die Kugel nicht
gegangen, als sie hätte gehen sollen, wenn ihre Bewegung nach
geschehen wäre.

Wiederum ist eine Kugel mit eben derselben Geschwindigke
letzten Experiment, aber nur unter einem Winkel von 4° gesch
Weite des Schusses 600 Yards befunden worden.

Diese Weite hätte nun nach dem vorhergehenden Versuc
6ten Lehr-Satzes, nicht mehr als 350 Yards austragen sollen, w
richtigkeit dieses Satzes, und folglich auch der gemeinen parab
worauf derselbe gegründet ist, klärlich erhellet.

Da nun solcher gestalt bewiesen worden, daß die Bahn, w
den schwehrsten Kugeln in der Luft beschrieben wird, weder ein
noch derselben nahe komme, ausgenommen diejenigen Fälle, i
Kugel mit einer sehr geringen Geschwindigkeit beweget wird,
die weitere Erklärung der Natur dieser krummen Linien, nach
die Kugeln würklich in der Luft bewegen, auf einen andern Th
Inzwischen will ich noch hier, um einen Begriff von den gros
keiten, womit diese Untersuchung verknüpfet ist, zu geben, ei
von einem ganz außerordentlichen Umstand, welcher öfters v
theilen.

Weil die Schwehre nach einer senkelrechten Direction auf
würket, so ist klar, daß, wenn außer der Schwehre keine ande
geworfenen Körper von seinem geradlinichten Lauf ablenkete, s
beständig in einer Perpendicular-Fläche auf den Horizont ges
welche durch die Linie, nach welcher der Körper anfänglich ge
durch gieng. Wir haben aber befunden, daß die Körper in il
öfters von dieser Fläche, bald zur Rechten, bald auch zur Link

und dieses nach einer gebogenen Linie, welche die erhabene Krümmung gegen die gemeldete Fläche zukehret. Solcher gestalt geschicht die Bewegung einer Kugel öfters in einer Linie, welche eine doppelte Krümmung hat, indem dieselbe erstlich durch die Kraft der Schwehre abwärts, und hernach aus der Vertical-Fläche ihrer ursprünglichen Bewegung entweder zur Rechten oder zur Linken durch eine andere Kraft gezogen wird. In diesem Fall liegt also kein Theil der Bahn, in welcher sich die Kugel bewegt, in einer Fläche, sondern dieser Weg wird sich gleichsam in der Oberfläche einer Art von Cylinder befinden, dessen Axe auf dem Horizont senkelrecht aufsteht. Die Wahrheit dieses Umstandes soll nun in dem folgenden Satz durch unwiedersprechliche Versuche dargethan werden.

ERSTE ANMERKUNG

Der Verfasser hat uns hier zu einem zweyten Theil, in welchem die wahre Bahn einer Canonen-Kugel bestimmt werden sollte, Hoffnung gemacht; so viel uns aber hiervon bekannt, so ist darüber noch nichts zum Vorschein gekommen, obgleich seit der Zeit schon etliche Jahre verflossen. Diese Untersuchung ist aber auch so schwehr, daß der Autor mit Recht eine weit grössere Zeit zu Vollendung derselben fordern kann. Wir wollen inzwischen aus demjenigen Begrif von dem Wiederstand der Luft, welchen wir aus der Erfahrung hergeleitet, uns bemühen, die wahre Bewegung einer Kugel in der Luft zu bestimmen, in der Hoffnung, daß unsere Arbeit nicht viel von derjenigen, welche uns der Autor darüber versprochen hat, unterschieden seyn werde. Hierbey wird aber unumgänglich nöthig seyn, den Umstand, dessen der Autor zu Ende dieses Satzes Meldung thut, nach welchem eine Kugel von der Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, bald zur Rechten, bald zur Linken getrieben wird, völlig aus den Augen zu setzen, indem dieser Umstand, wie im folgenden gezeigt werden soll, meistentheils von der irregulairen Figur der Kugel herkommt. Wir setzen also zum voraus, daß die Kugel, welche geschossen wird, nicht nur vollkommen rund sey, sondern, daß auch ihr Mittelpunct der Schwehre mit dem Mittelpunct ihrer Ründung auf das genauste übereinkomme; ingleichen auch, daß die Kugel keine sonderbahre Bewegung um ihr Centrum bekomme. Denn wenn man solche Zufälle mit in Betrachtung ziehen wollte, so würde die Untersuchung nicht nur höchst schwehr, und viel-

wovon das Integrale ist

$$x = \frac{4nc}{3} \, l \, \frac{b(h+v)}{v(b+h)}$$

Setzt man nun Kürze halber $\frac{3x}{4nc} = z$, und e für die Zahl, deren hy
Logarithmus $= 1$, so wird

$$e^z = \frac{b(h+v)}{v(b+h)} \quad \text{und} \quad v = \frac{bh}{e^z(b+h)-b}.$$

Die andere Aequation

$$dt = \frac{-4nchdv}{3v(h+v)\sqrt{v}},$$

giebt

$$dt = \frac{-4nc}{3} \cdot \frac{hdv}{(h+v)v\sqrt{v}}$$

Man setze, um die Irrationalität zu heben, $h = aa$, und $v = uu$,

$$dt = \frac{-4nc}{3} \cdot \frac{2aadu}{uu(aa+uu)} = \frac{8nc}{3}\left(\frac{du}{aa+uu} - \frac{du}{uu}\right),$$

wovon das Integrale zum Theil auf der Quadratur des Zirkuls b
es ist

$$\int \frac{adu}{aa+uu} = \text{A. tang.}\, \frac{u}{a},$$

das ist einem Zirkul-Bogen, dessen tangens $= \frac{u}{a}$, wenn der Rad
nommen wird. Also bekommt man

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{1}{a}\,\text{A. tang.}\,\frac{u}{a} + \frac{1}{u} - C\right).$$

Man setze nun wiederum $a = \sqrt{h}$, und $u = \sqrt{v}$, und bestimme
dergestalt, daß $v = b$ wird, wenn $t = 0$, so wird man finden

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{A. tang.}\,\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{A. tang.}\,\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{h}} + \frac{1}{\sqrt{v}} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right)$$

oder

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{bv}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{A. tang.}\,\frac{(\sqrt{b}-\sqrt{v})\sqrt{h}}{h+\sqrt{bv}}\right).$$

n vorher v aus der Weite x bestimmet worden, so kann auch t durch gedrückt werden, und folglich bekömmt man $y = \frac{u}{4}$ durch x ausgedrückt, s man den Winkel PEM, nachdem man die Linie EM gezogen, erhält.

Veil wir aber setzen, daß die Abweichung von der Horizontal-Linie EF merklich ist, so kann man sich mit grösserem Vortheil einer bequemen ng bedienen. Denn in diesem Fall muß der Bruch $\frac{3x}{4nc} = z$ sehr klein und da wird beynahe

$$e^z = 1 + z = 1 + \frac{3x}{4nc},$$

n

$$v = b - \frac{b(b+h)z}{h}$$

$$\sqrt{v} = \sqrt{b} - \frac{(b+h)z\sqrt{b}}{2h},$$

so

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{(b+h)z}{2h\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{A. tang.}\,\frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}}\right)$$

n z sehr klein, so ist

$$\text{A. tang.}\,\frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}} = \frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}},$$

so

$$t = \frac{4ncz}{3\sqrt{b}} = \frac{x}{\sqrt{b}},$$

r Ausdruck für eine gänzlich gleichförmige Bewegung gilt. Weil aber ie Bewegung nicht als gleichförmig angesehen werden kann, so müssen e Näherung genauer nehmen. Es sey also

$$e^z = 1 + z + \tfrac{1}{2}zz,$$

d

$$v = b - \frac{b(b+h)}{h}\left(z - \frac{1}{2}zz - \frac{bzz}{h}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{v}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{(b+h)z}{2h\sqrt{b}} + \frac{(b+h)(h-b)zz}{8hh\sqrt{b}}.$$

Da nun

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} \quad \text{und} \quad z = \frac{3x}{4nc},$$

so wird

$$t = \frac{x}{\sqrt{b}} + \frac{3(b+h)xx}{16nch\sqrt{b}} + \frac{3(hh-bb)x^3}{128nncchh\sqrt{b}},$$

woraus die Zeit, in welcher die Kugel durch die Weite $EP = x$ ge
wird. Hieraus findet man aber ferner die Abweichung $PM = \frac{u}{4}$,
wird:

$$PM = \frac{xx}{4b} + \frac{3(b+h)x^3}{32ncbh}.$$

und folglich bekommt man den Winkel PEM, dessen Tangens

$$= \frac{x}{4b} + \frac{3(b+h)xx}{32ncbh}$$

Die Geschwindigkeit der Kugel in P aber wird aus dieser A
kannt werden

$$v = b - \frac{3b(b+h)x}{4nch} + \frac{9b(b+h)(2b+h)xx}{32n^2c^2hh},$$

oder es verhält sich $\sqrt{b}$ zu $\sqrt{v}$, wie

$$1 + \frac{3(b+h)x}{8nch} + \frac{9(hh-bb)xx}{128n^2c^2h^2} \quad \text{zu } 1.$$

Da des Winkels PEM Tangens bey nahe ist $= \frac{x}{4b}$, so läßt sich
Weite EF bestimmen, wo der Abweichungs-Winkel FEG eine geg
bekömmt. Es sey nun dieser Winkel FEG ein halber Grad, so

$$\frac{x}{4b} = 0{,}0087269, \quad \text{und also} \quad EF = \frac{8b}{229} \quad \text{ungefehr.}$$

Weil aber der Winkel FEG doch noch etwas grösser als $\frac{1}{2}$ Grad
so muß EF etwas kleiner als $\frac{8b}{229}$ angenommen werden; und dami
FEG für eine 24pfündige eiserne Kugel, welche mit einer Ges
von 1500 Schuhen in einer Secunde geschossen wird, einen hall
trage, so muß seyn $EF = \frac{b}{40}$, oder $= 900$ Schuh. Wenn also d
welches von der Canone 900 Schuh weit entfernet ist, getroffen

so muß die Axe der Canone nach dem Punct F oder um einen halben Grad höher gerichtet werden. Man kann aber aus diesen Formuln für einen jeglichen Fall, wenn die Geschwindigkeit der Kugel in E, nebst ihrem Diameter c und ihrer Schwehre n in Ansehung der Luft gegeben ist, das Punct G in einer gegebenen Weite $EF = a$, bestimmen, wohin die Kugel treffen wird, und auch ausser dem Winkel FEG noch die Geschwindigkeit, welche die Kugel in G haben wird, anzeigen; wenn nehmlich nur die Weite EF nicht allzugroß ist, als daß man die Krümmung für nichts achten kann.

Laßt uns setzen, der Diameter der Kugel sey $5\frac{1}{2}$ Zoll, oder $\frac{11}{24}$ Engl. Schuh, ferner sey die Kugel von Eisen, und also $n = 6647$, und die erste Geschwindigkeit derselben betrage 1650 Engl. Schuh, oder 1600 Rheinl. Schuh; so wird die Höhe $b = 40960$ Rheinl. Schuh. Da nun $c = \frac{11}{24}$ Engl. $= 0{,}44458$ Rheinl. Schuh, so wird $\frac{4nc}{8} = 3940$, und es ist $h = 27\,979$ Rheinl. Schuh.

Nun sey die Weite $EF(a) = 1000$ Rheinl. Schuh, so wird $x = 1000$ und $z = \frac{3x}{4nc} = \frac{100}{894}$. Hieraus erhellet, daß z so klein ist, daß die obigen Näherungen genau genug sind. Weil also, wenn die Geschwindigkeit in G durch $\sqrt{v}$ angedeutet, sich verhält

$$\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1 + \frac{(b+h)z}{2h} + \frac{(b+h)(h-b)zz}{8hh} : 1,$$

so ist $\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1{,}30348 : 1$, folglich beträgt die Geschwindigkeit der Kugel in G noch 1227 Rheinl. Schuh in einer Secunde. Hernach ist die Tangens des Winkels FEG

$$= \frac{x}{4b} + \frac{(b+h)xz}{8bh} = \frac{x}{4b}\left(1 + \frac{(b+h)z}{2h}\right),$$

welche in Zahlen gefunden wird

$$= 1{,}31268 \cdot \frac{x}{4b} = 0{,}008012,$$

und dieses ist die Tangens von 27′, 32″. Also ist in diesem Exempel der Abweichungs-Winkel FEG nicht grösser als 27′, 32″, ungeachtet die Weite EF 1000 Rheinl. Schuh groß, und die Geschwindigkeit der Kugel in G schon sehr merklich abgenommen. Wenn also in einer Distanz von 1000 Schuhen mit dieser Kugel ein gegebenes G getroffen werden soll, so muß man mit dem Stücke nach einem höheren Punct F zielen, dergestalt, daß der Winkel FEG 27′, 32″ betrage, zu welchem Ende man sich auf dem Stück solche Marquen, um darnach zu zielen,

machen könnte, daß die Visier-Linie mit der Axe des Stücks einen 27', 32" machte. Wäre die Distanz noch so groß, so müßte dieser W ungefehr noch so groß genommen werden. Für kleinere Distanze 1000 Schuh, wird man nicht merklich fehlen, wenn man diesen W eben derjenigen Verhältniß vermindert. Also wird für eine Wei Schuhen der Abweichungs-Winkel = 13', 46", für 250 Schuh aber 6', haupt aber sieht man hieraus, daß, wenn die gegebene Weite nicht als 1000 Schuh gesetzt wird, der Winkel FEG nicht einmahl auf e Grad steige. Da man nun in der gewöhnlichen Art die Canonen auf solche kleine Winkel nicht sieht, so liegt die Ursache klar warum man insgemein geglaubet, daß eine Stück-Kugel auf ein Weite nach einer vollkommen geraden Linie fortgehe. So geringe Krümmung der Bahn einer Stück-Kugel, wenn das Stück horizont worden; dieselbe wird aber noch kleiner, wenn das Stück mit de einen Winkel macht. Denn alsdenn würket nur ein Theil der Sc die Krümmung der Bahn, da in den Horizontal-Schüssen die ganz dahin gerichtet war. Diese Verminderung geschicht ungefehr nach des Winkels, welchen das Stück mit dem Horizont macht; und Stück völlig aufrecht gestellet wird, so fährt die Kugel nach ei Linie in die Höhe, und leidet gar keine Krümmung, welches der ist, den wir uns zu erläutern vorgenommen haben.

ZWEYTE ANMERKUNG

Es sey demnach wie vorher der Diameter der Kugel $= c$, di der Kugel n mahl grösser, als die Schwehre der Luft, und die erst digkeit der Kugel $= \sqrt{b}$, mit welcher dieselbe gerade aufwärts na tical-Direction EA (Fig. 25) geschossen wird. Wir wollen setzen, sey nach Verfließung der Zeit t biß in P gestiegen, wo wir die keit derselben $= \sqrt{v}$, und die Höhe $EP = x$ nennen wollen. We unendlich kleine Element $Pp = dx$ gesetzt wird, so wird $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}}$ [1] die Kugel durch Pp hinauf steiget, so wird ihre Bewegung beyde

---

[1] Im Original: $dt = \frac{-dx}{\sqrt{v}}$. Berichtigt von F. R. S.

nre und durch den Wiederstand der Luft vermindert. Die natür-Schwehre der Kugel muß aber um $\frac{1}{n}$ vermindert werden, weil glicher Körper in der Luft so viel von seiner Schwehre ver-als eine gleich große Maße Luft wiegt. Dahero wird die ng der Schwehre auf die Kugel durch $1 - \frac{1}{n}$ ausgedrückt, wofür wir Kürze halber g setzen wollen. Hernach ist, wie oen[1]) gesehen, die Würkung des Wiederstands

$$= \frac{3v(h+v)}{4nch},$$

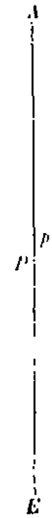


Fig. 25.

s wir diese Vergleichung erhalten

$$dv = -g\,dx - \frac{3v(h+v)\,dx}{4nch}$$

$$dx = \frac{-4nch\,dv}{4ngch + 3hv + 3vv}$$

die Integration entweder von der Quadratur des Zirkuls, oder von den thmis abhängt, oder auch algebraisch bewerkstelliget werden kann. wenn $h < \frac{16}{3}ngc$, oder wenn $h < \frac{16}{3}(n-1)c$, so erfordert die Integration adratur des Zirkuls; wenn aber $h > \frac{16}{3}(n-1)c$, so kommt man auf Lo-nos, und wenn $h = \frac{16}{3}(n-1)c$, so kann die Integration algebraisch ver-werden. Da nun $h = 27979$ Rheinl. Schuh, so geht die Integration für serne Kugel, da $n = 6647$, algebraisch von statten, wenn der Diameter ugel $c = \frac{176}{223}$ Rheinl. Schuh, oder wenn der Diameter der Kugel $9\frac{3}{4}$ engl. ilt. Wenn also der Diameter einer eisernen Kugel grösser ist, als $9\frac{3}{4}$ o erfordert die Integration die Quadratur des Zirkuls; hingegen wenn ameter der Kugel kleiner ist, als $9\frac{3}{4}$ Zoll, so kommt man auf Loga-s, und dieses ist der Fall, welcher am öftesten vorkommt.

Vir wollen inzwischen für das erste den Fall betrachten, wenn $h = \frac{16}{3}ngc$, venn

$$4ngch = \frac{3}{4}hh \quad \text{und} \quad 4nch = \frac{3hh}{4g}.$$

[1]) Siehe p. 363. F. R. S.

Hier wird also

$$dx = \frac{-hh}{4g} \cdot \frac{dv}{(\frac{1}{2}h+v)^2}$$

oder

$$x = \frac{hh}{2g(h+2v)} - \frac{hh}{2g(2b+h)}, \text{ [1]}$$

woraus die ganze Höhe EA, auf welche die Kugel steigen wird, he
wenn man setzt $v=0$: indem die Kugel so lang steiget, biß ih
digkeit völlig zernichtet wird. Dahero wird in diesem Fall

$$EA = \frac{h}{2g} - \frac{hh}{2g(2b+h)} = \frac{bh}{g(2b+h)}. \text{ [2]}$$

Wenn aber der Diameter der Kugel kleiner ist, als in diese
$4ngch < \frac{3}{4}hh$, so laßt uns setzen

$$4ngch = \frac{3}{4}hh - 3kk;$$

so wird

$$dx = \frac{-(hh-4kk)dv}{4g((\frac{1}{2}h+v)^2-kk)}$$

oder

$$\frac{4g\,dx}{hh-4kk} = \frac{dv}{2k(v+\frac{1}{2}h+k)} - \frac{dv}{2k(v+\frac{1}{2}h-k)}.$$

Wovon das Integrale gefunden wird

$$x = \frac{hh-4kk}{8gk}\, l\, \frac{(2v+h+2k)(2b+h-2k)}{(2v+h-2k)(2b+h+2k)}.$$

Wenn man nun hier setzt $v=0$, so wird

$$EA = \frac{hh-4kk}{8gk}\, l\, \frac{(h+2k)(2b+h-2k)}{(h-2k)(2b+h+2k)}.$$

und da $g = 1 - \frac{1}{n}$, so ist

$$k = \sqrt{\left(\frac{1}{4}hh - \frac{4}{3}(n-1)ch\right)}.$$

---

1) Im Original $x = \frac{hh}{2g(h+v)} - \frac{hh}{2g(b+h)}$. Berichtigt von F. R. S.

2) Im Original $EA = \frac{h}{2g} - \frac{hh}{2g(b+h)} = \frac{bh}{2g(b+h)}$. Berichtigt von F. R.

us wollen wir nun die Höhe bestimmen, zu welcher eine eiserne Ca-Kugel, deren Diameter $= 5\frac{1}{2}$ Zoll, und welche mit einer Geschwindigkeit 650 Engl. Schuhen gerade aufwärts geschossen wird, gelangen kann.

Es ist also $b = 40960$ Rheinl. Schuh, $\frac{4nc}{3} = 3940$ Rheinl. Schuh, und

$$\frac{4}{3}(n-1)ch = 110226100^{1)} = \frac{hh-4kk}{4}.$$

r wird gefunden $\frac{1}{4}hh = 195706110^{2)}$ und ist also $k = \sqrt{85480010} = 9245{,}54^{3)}$; ch

$$\frac{hh-4kk}{8gk} = 5962,^{4)}$$

o wird

$$EA = 5962\,l\frac{46470\cdot 91408}{9488\cdot 128390} = 7447.^{5)}$$

wird diese Kugel nicht höher, als auf 7447[6]) Rheinl. Schuh steigen, da he doch in einem Luft-leeren Raum auf eine Höhe von 40960 Rheinl. hen gestiegen seyn würde. Weil aber die Luft je höher je dünner wird, also der Wiederstand derselben abnimmt, so muß diese Kugel in der That etwas höher kommen, welches aber, da die Kugel in der untern Gegend grösten Wiederstand leidet, nicht viel austragen kann.

Da nun solcher Gestalt die Höhe EA, zu welcher die Kugel gelanget, den wird, so können wir dieselbe an statt der Geschwindigkeit in E als nt annehmen, um auf diese Art das Herunterfallen der Kugel, nebst der erforderten Zeit, desto bequemer bestimmen zu können. Es sey also ganze Höhe $AE = a$, die Geschwindigkeit der aufsteigenden Kugel in $\sqrt{v}$, und die Geschwindigkeit der herunterfallenden Kugel gleichfalls in P $= \sqrt{u}$: die Höhe AP aber werde $= z$ gesetzet. Da nun $z = a - x$ und $-dx$, so wird man für das Heraufsteigen diese Differential-Vergleichung haben

$$4nchdv = 4ngchdz + 3hvdz + 3vvdz.$$

Herunterfallen ist aber nur der Wiederstand der Luft der Bewegung ent-

1) Im Original 110237500. 2) Im Original 195705800.

3) Im Original $\sqrt{85468300} = 9245$. 4) Im Original 5963.

5) Im Original $EA = 5963\,l\frac{46469\cdot 91409}{9489\cdot 128889} = 9376$. 6) Im Original 9376.

Berichtigt von F. R. S.

gegen, indem die Schwehre die Kugel abwärts zieht, und die Bewegun
mehret. In diesem Fall wird man also diese Aequation bekommen

$$4nchdv = 4ngchdz - 3hvdz - 3vvdz.$$

Diese Aequation entsteht aus jener, wenn man $-c$ für c schreibt:
wenn das Integrale für die erste Aequation wird gefunden worden seyn, s
daraus durch diese Veränderung das Integrale der andern leicht herg
werden können. Es wird aber zu unserem Vorhaben dienlicher seyn,
Integrationen durch eine bequeme Näherung zu verrichten. Weil nun,
z und folglich v noch sehr klein ist, diese Aequation

$$4nchdv = 4ngchdz \quad \text{oder} \quad dv = gdz$$

statt findet, so wollen wir für den wahren Werth von v diese Serie
nehmen

$$v = gz + \alpha z^2 + \beta z^3 + \gamma z^4 + \delta z^5 + \text{etc.}$$

und die Buchstaben α, β, γ, δ etc. aus der erstern Aequation best
Um aber dieses desto leichter zu bewerkstelligen, so wollen wir
setzen, indem $\frac{1}{n}$ ein so geringer Bruch ist, welcher nicht in Betra
kommt. Hernach laßt uns setzen $4nc = 3mh$, oder $m = \frac{4nc}{3h}$; so wird d
Aequation in diese verwandelt

$$mhhdv = mhhdz + hvdz + vvdz,$$

und wenn man hierzu annimmt

$$v = z + \alpha z^2 + \beta z^3 + \gamma z^4 + \delta z^5 + \text{etc.},$$

so wird gefunden

$$\alpha = \frac{1}{2mh}, \qquad \beta = \frac{1}{6m^2h^2}(2m+1),$$

$$\gamma = \frac{1}{24m^3h^3}(8m+1), \qquad \delta = \frac{1}{120m^4h^4}(16m^2+22m+1).$$

Und also hat man

$$v = z + \frac{z^2}{2mh} + \frac{(1+2m)z^3}{6m^2h^2} + \frac{(1+8m)z^4}{24m^3h^3} + \frac{(1+22m+16m^2)z^5}{120m^4h^4} + \text{et}$$

welche Ausdrückung für das Aufsteigen gilt. Für das Herunterfallen aber bekommt man

$$u = z - \frac{z^2}{2mh} + \frac{(1-2m)z^3}{6m^2h^2} - \frac{(1-8m)z^4}{24m^3h^3} + \frac{(1-22m+16m^2)z^5}{120m^4h^4} - \text{etc.}$$

Um nun hieraus so wohl die Zeit des Aufsteigens als des Herunterfallens zu bestimmen, so suche man die Werthe von $\frac{1}{\sqrt{v}}$ und von $\frac{1}{\sqrt{u}}$. Man wird aber finden

$$\frac{1}{\sqrt{v}} = \frac{1}{\sqrt{z}}\left(1 - \frac{z}{4mh} + \frac{(1-16m)z^2}{96m^2h^2} + \frac{(1-16m)z^3}{384m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)z^4}{10240m^4h^4} - \text{etc.}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}} = \frac{1}{\sqrt{z}}\left(1 + \frac{z}{4mh} + \frac{(1+16m)z^2}{96m^2h^2} - \frac{(1+16m)z^3}{384m^3h^3} - \frac{(1-32m+256m^2)z^4}{10240m^4h^4} + \text{etc.}\right)$$

Man multiplicire diese Formuln mit dz, und integrire dieselben, hernach aber setze man $z = a$, so wird man für die Zeit des Heraufsteigens finden

$$2\sqrt{a} - \frac{a\sqrt{a}}{6mh} + \frac{(1-16m)a^2\sqrt{a}}{240m^2h^2} + \frac{(1-16m)a^3\sqrt{a}}{1344m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)a^4\sqrt{a}}{46080m^4h^4} - \text{etc.}$$

Für die Zeit des Herunterfallens aber findet man

$$2\sqrt{a} + \frac{a\sqrt{a}}{6mh} + \frac{(1+16m)a^2\sqrt{a}}{240m^2h^2} - \frac{(1+16m)a^3\sqrt{a}}{1344m^3h^3} - \frac{(1-32m+256m^2)a^4\sqrt{a}}{46080m^4h^4} + \text{etc.}$$

Diese beyden Ausdrückungen zusammen genommen geben die ganze Zeit, in welcher die Kugel in der Luft schwebet, biß dieselbe wiederum herunter fällt. Diese Zeit ist also

$$4\sqrt{a} + \frac{a^2\sqrt{a}}{120m^2h^2} - \frac{a^3\sqrt{a}}{42m^3h^3} - \frac{(1+256m^2)a^4\sqrt{a}}{23040m^4h^4} + \text{etc.}$$

Wenn man nehmlich a in tausendsten Theilen eines Rheinl. Schuhes ausdrückt, und diese Formul durch 250 dividirt, so kommt die Zeit in Secunden ausgedrückt heraus. Wenn also umgekehrt die Zeit, welche von dem Schuß biß zum Fall der Kugel verflossen, gegeben wird, so kann man daraus die Höhe $EA = a$ finden, zu welcher die Kugel gekommen. Es sey also diese Zeit $= \mu$ Secunden, und man setze $t = 250\mu$, so findet man

$$\sqrt{a} = \frac{t}{4} - \frac{t^5}{2^{16}\cdot 3\cdot 5m^2h^2} + \frac{t^7}{2^{17}\cdot 3\cdot 7m^3h^3} + \frac{t^9}{2^{20}\cdot 3\cdot 5m^4h^4} + \frac{t^9}{2^{21}\cdot 5\cdot 9m^3h^4} - \text{etc.}$$

und auf diese Art wird a in 1000sten Theilen eines Rheinl. Schuhs au
Diese Series nimmt so stark ab, daß die hier angeführten Termini h
sind, die Höhe $EA = a$ zu bestimmen, wenn nur t keine allzugrosse

Um diese Rechnung zu erläutern, so wollen wir ein Exempel
jenigen, welche der Herr BERNOULLI in dem zweyten Tomo der Pe
schen Comment.[1] angeführet, untersuchen. Dieselben sind mit e
pfündigen eisernen Kugel gemacht worden, deren Diameter 0,2375
Schuh hielt. Nachdem diese Kugel aus einer Canone, so 32 Caliber
mit einer Ladung Pulver von 2 Untz oder $\frac{1}{8}$ ℔ gerade aufwärts in
geschossen worden, so fiel dieselbe nach 34″ wiederum zu Boden.

Hier ist also $n = 6647$, $c = 0{,}2304$ Rheinl. Schuh. Folglich ist
und $\frac{4}{3} nc = 2041 = mh$, also $mh = 2041000$ tausendstel Rheinl. S
$m = 0{,}07295$. Nun multiplicire man die 34″ mit 250; so wird $t =$
hieraus findet man

$$\frac{t}{4} = 2125$$

$$\frac{t^5}{2^{15} \cdot 15 m^2 h^2} = \quad 21{,}670$$

$$\frac{t^7}{2^{17} \cdot 21 m^2 h^3} = \quad 9{,}993$$

$$\frac{t^9}{2^{20} \cdot 15 m^4 h^4} = \quad 1{,}657$$

$$\frac{t^9}{2^{21} \cdot 45 m^2 h^4} = \quad 1{,}193.$$

Also

$$\sqrt{a} = 2115{,}973$$

und

$$a = 4478$$

Rheinl. Schuh.[2])

Nach dieser Rechnung müßte also die Kugel auf eine Höh
Rheinl. Schuh gestiegen seyn: aus welcher jetzt die erste Geschwin
Kugel, oder die Höhe b, aus welcher diese Geschwindigkeit durc
in einem Luft-leeren Raum erzeuget wird, gefunden werden kann

1) Siehe die Anmerkung 1, p. 41. F. R. S.

2) Aus den für die fünf Glieder von $\sqrt{a}$ angegebenen Werten erhält man $\sqrt{}$
Da aber das letzte Glied nicht gleich 1,193 ist, sondern den Wert 0,753
$\sqrt{a} = 2115{,}733$, woraus sich 4476,3 rheinländische Schuh für a ergeben; eine St
der im Text angeführten unwesentlich abweicht. F. R. S.

$EA = a = 4478$ Rheinl. Schuh, welche Höhe von derjenigen, so der Hr. BERNOULLI gefunden, nicht viel unterschieden ist[1]), wenn man nimmt

$$k = \sqrt{\left(\frac{1}{4}hh - \frac{4}{3}nch\right)},$$

so wird $k = 11773$ Rheinl. Schuh, und man bekommt

$$a = \frac{hh - 4kk}{8gk} l \frac{(h + 2k)(2b + h - 2k)}{(h - 2k)(2b + h + 2k)}.$$

Um nun hieraus b zu finden, weil $g = 1$ und $\frac{1}{4}hh - kk = 2041h$, so wird

$$\frac{8ak}{hh - 4kk} = 1{,}8464;$$

und wenn e für die Zahl, deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$, genommen wird, so wird

$$e^{1{,}8464} = 6{,}3373,$$

und die gesuchte Höhe b wird also ausgedrückt

$$b = \frac{5{,}3373(hh - 4kk)}{2h + 4k - 6{,}3373(2h - 4k)}.$$

Woraus gefunden wird $b = 26014$ Rheinl. Schuh, und dahero müßte die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1275 Schuhen in 1″ aus der Canone geschossen worden seyn. Diese Geschwindigkeit ist nun weit grösser, als diejenige, welche der Hr. Prof. BERNOULLI aus seiner Theorie gefunden.[2]) Man hat sich aber hierüber nicht zu verwundern; denn da wir hier den Wiederstand mit dem Autore grösser annehmen, als der Hr. BERNOULLI gethan, so muß auch die Kugel anfänglich eine weit grössere Geschwindigkeit gehabt haben, um auf eben diejenige Höhe zu gelangen. Hierdurch wird aber eine weit grössere Schwierigkeit verursachet, indem man aus der oben festgesetzten Würkung des Pulvers unmöglich erklären kann, wie eine drey-pfündige Kugel von einer Ladung von $\frac{1}{8}$ ℔ eine so große Geschwindigkeit erhalten könne. Denn wenn man nach unserer obigen Regel setzt, das Gewicht der Kugel $P = 3$, das Gewicht der Ladung $= \frac{1}{8}$ und die Länge der Canone in Calibern $i = 32$, so

1) BERNOULLI hatte 4550 englische Fuß = 4419 rheinländische Schuh erhalten. F. R. S.

2) BERNOULLI hatte 13694 englische Fuß für b gefunden, woraus sich eine Geschwindigkeit von 912 rheinländischen Schuhen ergibt. F. R. S.

findet man $b = 6855$ Rheinl. Schuh, und die Kugel würde also l Geschwindigkeit als von 654 Schuhen in 1″ gehabt haben.[1]) Diese zwischen 654 Schuh. und 1275 Schuh ist so groß, daß derselbe v ringen Abweichung der Theorie von der Wahrheit entspringen also bey diesem Experiment kein merklicher Fehler eingeschlich entweder die Gewalt des Pulvers fast 4 mahl grösser seyn, als hauptet. welche Folge auch der Herr BERNOULLI aus eben diese ten ziehet. oder die gebrauchte Näherung zu Bestimmung der l unrichtig seyn. Denn ungeachtet die 5 ersten Termini, wodurc drückt worden, ziemlich stark abnehmen, so könnte es doch g die folgenden Termini wiederum grösser würden, und also der von a in der That weit kleiner wäre. Um nun dieses zu un wollen wir die Frage umkehren, und aus der ersten Geschw Kugel, welche 1275 Schuh in 1″ seyn soll, die Zeit bestimmen, zum Aufsteigen der Kugel, als zum Herabfallen erfordert wird, sehen, ob diese Zeit 34″ betrage, wie in dem Experiment bef

Es sey demnach $b = 26014$ Rheinl. Schuh, und $m = \frac{4ne}{8h} =$ $mh = 2041$ Rheinl. Schuh. Weil nun oben für das Heraufsteig gefunden worden

$$mhhdv = mhhdz + hvdz + vvdz,$$

so wird

$$dz = \frac{mhhdv}{mhh + hv + vv}.$$

Man setze ferner

$$mhh = \frac{1}{4}hh - kk,$$

so wird $k = 11773$ Rheinl. Schuh, und wird also

$$dz = \frac{mhhdv}{(v + \frac{1}{2}h + k)(v + \frac{1}{2}h - k)}.$$

Wenn nun die Zeit $= t$ gesetzt wird, so bekömmt man

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{v}} = \frac{mhhdv}{(v + \frac{1}{2}h + k)(v + \frac{1}{2}h - k)\sqrt{v}}.$$

1) Aus der zweiten Gleichung p. 325 erhält man 7219 für b und für 671,7 rheinländische Schuh pro Sekunde. F. R. S.

ey $\sqrt{v} = s$, so wird

$$dt = \frac{2mhhds}{(ss+\frac{1}{2}h+k)(ss+\frac{1}{2}h-k)}$$

$$dt = \frac{mhh}{k}\left(\frac{ds}{ss+\frac{1}{2}h-k} - \frac{ds}{ss+\frac{1}{2}h+k}\right).$$

t aber

$$\frac{1}{2}h - k = 2216{,}5 \quad \text{und} \quad \frac{1}{2}h + k = 25762{,}5,$$

ch beruht die Integration beyder Glieder auf der Quadratur des Zirkuls. ey Kürze halber

$$\frac{1}{2}h - k = 2216{,}5 = \beta\beta,$$

$$\frac{1}{2}h + k = 25762{,}5 = \gamma\gamma.$$

ird

$$t = \frac{mhh}{\beta k}\,\text{A. tang.}\,\frac{s}{\beta} - \frac{mhh}{\gamma k}\,\text{A. tang.}\,\frac{s}{\gamma}.$$

n man hier die Grössen in tausendsten Theilen eines Rheinländischen hes ausdrückt, und durch 250 dividirt, so bekömmt man die Zeit in Seen. Und die ganze Zeit des Heraufsteigens kömmt also heraus, wenn $v = b$ und $s = \sqrt{b} = 161{,}29$ setzt. Auf diese Art wird

$$\beta = 47{,}08 \quad \text{und} \quad \gamma = 160{,}50 \quad \text{und} \quad \frac{mh}{k} = 0{,}17336.$$

r

$$\frac{\sqrt{h}}{\beta} = 3{,}55298 \quad \text{und} \quad \frac{\sqrt{h}}{\gamma} = 1{,}04218.$$

wegen wird seyn

$$t = 3{,}66797\left(3{,}55298\ \text{A. tang.}\,\frac{16129}{4708} - 1{,}04218\ \text{A. tang.}\,\frac{16129}{16050}\right)$$

nden, und hieraus findet sich die Zeit des Heraufsteigens $= 13\frac{3}{4}''$.[1]

1) Genauer 13,758 Sekunden. F. R. S.

Wenn wir die Zeit des Herunterfallens genau bestimmen wo müssen wir zuerst die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel herun suchen. Dieses geschicht aus der Aequation

$$dz = \frac{mhhdu}{mhh - hu - uu}.$$

Man setze

$$mhh = ff - \frac{1}{4}hh,$$

so wird

$$f = h\sqrt{\left(m + \frac{1}{4}\right)} = 15900$$

und

$$dz = \frac{mhhdu}{(f - \frac{1}{2}h - u)(f + \frac{1}{2}h + u)},$$

folglich

$$dz = \frac{mhh}{2f}\left(\frac{du}{f + \frac{1}{2}h + u} + \frac{du}{f - \frac{1}{2}h - u}\right),$$

wovon das Integrale gehörig genommen, giebt

$$z = \frac{mhh}{2f}\, l\frac{(f - \frac{1}{2}h)(f + \frac{1}{2}h + u)}{(f + \frac{1}{2}h)(f - \frac{1}{2}h - u)}.$$

Nun setze man $z = 4478$ Rheinl. Schuh, nehmlich der gefunden $EA = a$; so wird

$$\frac{2fz}{mhh} = \frac{2a\sqrt{(m + \frac{1}{4})}}{mh} = 2{,}49367$$

und

$$e^{2{,}49367} = 12{,}1056;$$

diese Zahl setze man $= N$, so wird

$$N = \frac{ff - \frac{1}{4}hh + (f - \frac{1}{2}h)u}{ff - \frac{1}{4}hh - (f + \frac{1}{2}h)u}$$

und

$$u = \frac{mhh(N-1)}{(f + \frac{1}{2}h)N + f - \frac{1}{2}h}.$$

Hieraus kommt $u = 1743{,}51$[1]) Rheinl. Schuh.

1) Im Original 1743,7. Berichtigt von F. R. S.

Man setze jetzt die Zeit des Herabfallens $= t$, so wird

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{u}} = \frac{mhh}{2f}\left(\frac{du:\sqrt{u}}{f+\frac{1}{2}h+u} + \frac{du:\sqrt{u}}{f-\frac{1}{2}h-u}\right).$$

sey

$$\sqrt{u} = s = 41{,}7582,$$

$$f+\frac{1}{2}h = \beta\beta \quad \text{und} \quad f-\frac{1}{2}h = \gamma\gamma.$$

wird

$$\beta = 172{,}873 \quad \text{und} \quad \gamma = 43{,}7607,$$

$$dt = \frac{mhh}{f}\left(\frac{ds}{\beta\beta+ss} + \frac{ds}{\gamma\gamma-ss}\right).$$

von das Integrale ist

$$t = \frac{mhh}{\beta f}\,\text{A. tang.}\,\frac{s}{\beta} + \frac{mhh}{2\gamma f}\,l\,\frac{\gamma+s}{\gamma-s}.$$

ist aber

$$\frac{mh}{f} = 0{,}128365, \quad \frac{\sqrt{h}}{\beta} = 0{,}96759 \quad \text{und} \quad \frac{\sqrt{h}}{2\gamma} = 1{,}91118.$$

raus wird

$$t = 2{,}71595\left(0{,}96759\ \text{A. tang.}\,\frac{417582}{1728730} + 1{,}91118\,l\,\frac{855189}{20025}\right)$$

unden und also die Zeit des Herabfallens wird $= 20{,}11$ Secunden: dahero die ze Zeit, in welcher die Kugel in der Luft geschwebet, ist $= 33{,}87$ Secunden, che von der beobachteten Zeit, nehmlich von 34″, nur um $\frac{13}{100}$ Secunden erschieden ist.[1]) Hieraus erhellet, daß man sich auf die obige Näherung er verlassen könne.

---

1) Die Gleichung für t ergibt für die Fallzeit in Sekunden den Ausdruck

$$\frac{mh}{250f}\sqrt{1000\,h}\left(\frac{\sqrt{h}}{\beta}\,\text{arctg.}\,\frac{s}{\beta} + \frac{\sqrt{h}}{2\gamma}\,l\,\frac{\gamma+s}{\gamma-s}\right),$$

us man, unter Benutzung der genaueren Werte

$$s = 41{,}75538, \quad \beta = 172{,}886, \quad \gamma = 43{,}70926, \quad \frac{\sqrt{h}}{\beta} = 0{,}967513, \quad \frac{\sqrt{h}}{2\gamma} = 1{,}91343,$$

die Zeit des Herabfallens 20,26 Sekunden, somit für die ganze Dauer der Bewegung in der 34,02 Sekunden erhält. F. R. S.

Da sich nun hierinn kein Irrthum gefunden, so muß die Ges[chwindigkeit,]
mit welcher die Kugel aus der Canone geschossen worden, not[hwendig un-]
gefehr 1275 Schuh in 1″ betragen haben, und bleibet also noc[h die]
Schwierigkeit, woher die Kugel diese so grosse Geschwindigkeit e[rhalten.]
Wir haben schon gewiesen, daß 2 Unzen Pulver, welche bey d[iesem Versuch]
sollen seyn gebraucht worden, nach der oben[1]) fest gesetzten Theo[rie]
keine grössere Geschwindigkeit, als von 654 Schuhen in 1″ hätte [geben]
können. Dieser Unterschied ist allzugroß, und die Ladung zu k[lein, als daß]
man aus der Vermehrung der Hitze bey Entzündung des Pulver[s diesen Zu-]
wachs der Kraft solte herleiten können. Man kann aber aus di[esem Experi-]
ment auch nicht schliessen, daß die Gewalt des Pulvers so sehr [viel grösser]
seyn solte, als wir oben angenommen haben. Denn wenn m[an dieses be-]
haupten wolte, so müßte auch in allen von dem Autore angestellt[en Versuchen]
die Geschwindigkeit der Kugel fast zwey mahl so groß geweso[n seyn, als]
durch die Erfahrung befunden worden, welches man keinesw[egs zugeben]
kann. Nach unserer Tabelle, welche wir oben[2]) gegeben, müßte [zur Hervor-]
bringung dieser Geschwindigkeit die Ladung über ein halb Pfund [seyn, also]
vier mahl grösser, als die angezeigte, welche nur 2 Unzen war, [...]
Die Höhe von 4478 Schuhen ist auch zu klein, als daß die Verd[ünnung der]
Luft eine merkliche Veränderung hätte hervorbringen können; de[nn nach allen]
Meynungen kann die Luft zu oberst in A nicht über den Fi[...]
seyn, als unten in E, welches bey der daselbst schon schwach[en ...]
nichts merkliches austragen kann. Wir wollen also dieses Ex[periment an]
seinen Ort gestellt seyn lassen, und zur Untersuchung der kru[mmlinigten]
Bewegung einer Kugel fortschreiten.

DRITTE ANMERKUNG.

Es sey wiederum wie bißher der Diameter der Kugel $= c$, die [Schwehre der]
Kugel zur Schwehre der Luft, wie n zu 1, und b die Höhe, aus wel[cher die]
Geschwindigkeit der Kugel in E (Fig. 23, p. 352) durch den Fall [erlangt wird.]
Wir wollen also setzen, die Kugel werde unter einem schiefen Wi[nkel gegen den]
Horizont EF aus der Canone geschossen, nehmlich nach der Direc[tion]
EH, und den Winkel $HEF = \theta$ setzen. Da nun die Geschwindigk[eit]

1) Siehe p. 234, 318 und 325. 2) Siehe p. 327. F. R. S.

durch $\sqrt{b}$ ausgedruckt wird, wenn wir dieselbe nach der Horizontal-Direction EF und Vertical-Direction EG zertheilen, so wird die Horizontal-Geschwindigkeit $= \sqrt{b} \cdot \cos. \theta$, und die Vertical-Geschwindigkeit $= \sqrt{b} \cdot \sin. \theta$. Nach Verfliessung der Zeit $= t$ sey die Kugel in M gekommen, wo ihre Geschwindigkeit seyn soll $= \sqrt{v}$. Man ziehe aus M die Vertical-Linie MP, und nenne $EP = x$, $PM = y$, so wird, nachdem man sich die Vertical-Linie pm der PM unendlich nahe gezogen vorstellt, seyn $Pp = Mr = dx$ und $mr = Mq = dy$. Ferner nenne man das Element der krummen Linie

$$Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds,$$

und den Winkel $mMr = \varphi$, so wird

$$\sin. \varphi = \frac{dy}{ds}, \quad \cos. \varphi = \frac{dx}{ds} \quad \text{und} \quad \text{tang.}\, \varphi = \frac{dy}{dx}.$$

Hernach wird die Horizontal-Geschwindigkeit der Kugel in M

$$= \sqrt{v} \cdot \cos. \varphi$$

und die Vertical-Geschwindigkeit

$$= \sqrt{v} \cdot \sin. \varphi;$$

und über dieses giebt die Betrachtung der Zeit

$$dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}.$$

Die Kraft der Schwehre wird, wie wir vorher gesehen, durch $1 - \frac{1}{n}$ ausgedrückt, wofür wir Kürze halber g setzen wollen; durch diese Kraft wird die Vertical-Geschwindigkeit vermindert. Hernach ist die Kraft des Wiederstands

$$= \frac{3v(h+v)}{4nch},$$

welche nach der Direction mM würket. Hieraus wird also die Vertical-Geschwindigkeit vermindert durch die Kraft $\frac{3v(h+v)}{4nch} \sin. \varphi$ und die Horizontal-Geschwindigkeit durch die Kraft $\frac{3v(h+v)}{4nch} \cos. \varphi$.

Aus diesen Kräften erwachsen also diese Aequationen:

$$d.\,v\sin.\varphi^2 = -gdy - \frac{3v(h+v)dy\sin.\varphi}{4nch}$$

$$d.\,v\cos.\varphi^2 = \frac{-3v(h+v)dx\cos.\varphi}{4nch}.$$

Oder da

$$dx = ds\cos.\varphi \quad \text{und} \quad dy = ds\sin.\varphi,$$

so bekommen wir

$$dv\sin.\varphi^2 + 2vd\varphi\sin.\varphi\cos.\varphi = -gds\sin.\varphi - \frac{3v(h+v)ds\sin.\varphi^2}{4nch},$$

$$dv\cos.\varphi^2 - 2vd\varphi\sin.\varphi\cos.\varphi = \frac{-3v(h+v)ds\cos.\varphi^2}{4nch}.$$

Jene durch diese dividirt giebt also

$$\frac{dv\sin.\varphi^2 + 2vd\varphi\sin.\varphi\cos.\varphi}{dv\cos.\varphi^2 - 2vd\varphi\sin.\varphi\cos.\varphi} = \frac{4ngch\sin.\varphi + 3v(h+v)\sin.\varphi^2}{3v(h+v)\cos.\varphi^2},$$

in welcher sich nur noch zwey veränderliche Größen v und φ befi
Diese Aequation aber wird auf diese gebracht

$$2ngchdv\cos.\varphi = 4ngchvd\varphi\sin.\varphi + 3vv(h+v)d\varphi.$$

Wenn man ferner aus den beyden obigen Aequationen dv heraus bring
findet man

$$v = \frac{-gds\cos.\varphi}{2d\varphi}.$$

Könnte man also aus der obigen Aequation v aus dem Winkel φ bestim
so wäre

$$ds = \frac{-2vd\varphi}{g\cos.\varphi}$$

und ferner

$$dx = \frac{-2vd\varphi}{g} \quad \text{und} \quad dy = \frac{-2vd\varphi\tang.\varphi}{g}.$$

Will man aber eine Aequation zwischen x und y haben, so addire ma
ersten zwey Aequationen zusammen, so hat man

$$dv = -gdy - \frac{3v(h+v)ds}{4nch}.$$

Man setze $dy = p\,dx$, so ist

$$ds = dx\sqrt{(1+pp)},$$

und

$$\sin.\varphi = \frac{p}{\sqrt{(1+pp)}} \quad \text{und} \quad \cos.\varphi = \frac{1}{\sqrt{(1+pp)}}.$$

Dieses differenzirt giebt

$$d\varphi \sin.\varphi = \frac{p\,dp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}$$

und folglich

$$d\varphi = \frac{dp}{1+pp}.$$

Also wird

$$r = \frac{g\,dx(1+pp)}{2\,dp}.$$

Man setze ferner $dp = q\,dx$, so ist

$$r = \frac{(1+pp)g}{2q}$$

und

$$dr = \frac{gp\,dp}{q} - \frac{g\,dq(1+pp)}{2qq} = g\,dy - \frac{g\,dq(1+pp)}{2qq}.$$

Folglich wird

$$\frac{4}{3}nck\,d\varphi = k\,dp\sqrt{(1+pp)} - \frac{g(1+pp)^2\,dp}{2q}$$

oder

$$\frac{4}{3}nc\,d\varphi = dp\sqrt{(1+pp)} - \frac{g\,dp(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{2kq}.$$

Die nöthigen Bestimmungen zur Integration dieser Vergleichung sind, daß im Anfang E werden muß:

$$\text{I. } x = 0, \quad \text{II. } y = 0, \quad \text{III. } p = \text{tang.}\,\theta \quad \text{und} \quad \text{IV. } q = \frac{g}{2k\cos.\theta^2}.$$

Hat man aber q durch p ausgedrückt, so wird

$$x = \int\frac{dp}{q} \quad \text{und} \quad y = \int\frac{p\,dp}{q}.$$

Weil aber die Aequation zwischen p und q nicht integrirt werden kann, so

muß man trachten, solches durch eine bequeme Näherung zu verricht
diesem Ende setze man

$$\frac{4}{3}nc = k, \quad \frac{2h}{g} = f, \quad p = \frac{u}{\sqrt{(1-uu)}} \quad \text{und} \quad q = \frac{1}{r},$$

so wird die obige Aequation in diese verwandelt:

$$k(1-uu)^3 dr + rrdu(1-uu) - \frac{1}{f}r^3 du = 0.$$

Nun setze man

$$r = a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \text{etc.},$$

so wird man finden:

$$A = \frac{a^2(a-f)}{kf}, \qquad B = \frac{a^3(a-f)(3a-2f)}{2kkff},$$

$$C = \frac{a^2(3a-2f)}{3kf} + \frac{a^4(a-f)(15aa-20af+6ff)}{6k^3f^3}$$

etc.

Vom Anfang in dem Punct E wird also

$$u = \sin.\theta, \quad \sqrt{(1-uu)} = \cos.\theta \quad \text{und} \quad r = \frac{-2b\cos.\theta^2}{g}.$$

Da nun

$$dp = \frac{du}{(1-uu)^{3:2}} \quad \text{und} \quad pdp = \frac{udu}{(1-uu)^2},$$

so bekommt man

$$x = \int \frac{du(a+Au+Bu^2+Cu^3+\text{etc.})}{(1-uu)^{3:2}},$$

$$y = \int \frac{udu(a+Au+Bu^2+Cu^3+\text{etc.})}{(1-uu)^2}.$$

Es ist aber

$$\int \frac{du}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{u}{\sqrt{(1-uu)}},$$

$$\int \frac{udu}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-uu)}},$$

$$\int \frac{uudu}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{u}{\sqrt{(1-uu)}} - \text{A.}\sin.u,$$

$$\int \frac{u^3du}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{2-uu}{\sqrt{(1-uu)}}$$

etc.

$$\int\frac{u\,du}{(1-uu)^2}=\frac{1}{2(1-uu)},$$

$$\int\frac{uu\,du}{(1-uu)^2}=\frac{u}{2(1-uu)}-\frac{1}{4}l\frac{1+u}{1-u},$$

$$\int\frac{u^3du}{(1-uu)^2}=\frac{1}{2(1-uu)}+\frac{1}{2}l(1-uu),$$

$$\int\frac{u^4du}{(1-uu)^2}=\frac{3u-2u^3}{2(1-uu)}-\frac{3}{4}l\frac{1+u}{1-u}$$

etc.

$$=E+\frac{au}{\sqrt{(1-uu)}}+\frac{A}{\sqrt{(1-uu)}}+\frac{Bu}{\sqrt{(1-uu)}}+\frac{C(2-uu)}{\sqrt{(1-uu)}}+\text{etc.}$$

$$-B\,\text{A. sin. }u-\text{etc.},$$

$$=F+\frac{a}{2(1-uu)}+\frac{Au}{2(1-uu)}+\frac{B}{2(1-uu)}+\frac{C(3u-2u^3)}{2(1-uu)}+\text{etc.}$$

$$-\frac{A}{4}l\frac{1+u}{1-u}+\frac{B}{2}l(1-uu)-\frac{3C}{4}l\frac{1+u}{1-u}+\text{etc.}$$

die Buchstaben a, E und F zu bestimmen, so hat man auf den u sehen, da wird

$$\frac{2b\cos.\theta^2}{g}=a+A\sin.\theta+B\sin.\theta^2+C\sin.\theta^3+\text{etc.},$$

$$-E=\frac{a\sin.\theta}{\cos.\theta}+\frac{A}{\cos.\theta}+\frac{B\sin.\theta}{\cos.\theta}+\frac{C(1+\cos.\theta^2)}{\cos.\theta}+\text{etc.}$$

$$-B\theta-\text{etc.},$$

$$=\frac{a}{2\cos.\theta^2}+\frac{A\sin.\theta}{2\cos.\theta^2}+\frac{B}{2\cos.\theta^2}+\frac{C(3\sin.\theta-2\sin.\theta^3)}{2\cos.\theta^3}+\text{etc.}$$

$$-\frac{A}{4}l\frac{1+\sin.\theta}{1-\sin.\theta}+Bl\cos.\theta-\frac{3C}{4}l\frac{1+\sin.\theta}{1-\sin.\theta}+\text{etc.}$$

aber den Winkel $mMr=\varphi$ gesetzt haben, so ist $p=\text{tang.}\,\varphi$ und und $\sqrt{(1-uu)}=\cos.\varphi$. Folglich hat man:

$$x = \begin{cases} a \operatorname{tang.} \varphi + \dfrac{A}{\cos. \varphi} + B \operatorname{tang.} \varphi + \dfrac{C(1 + \cos. \varphi^2)}{\cos. \varphi} + \text{etc.} \\ \qquad - B\varphi - \text{etc.} \\ - a \operatorname{tang.} \theta - \dfrac{A}{\cos. \theta} - B \operatorname{tang.} \theta - \dfrac{C(1 + \cos. \theta^2)}{\cos. \theta} - \text{etc.} \\ \qquad + B\theta + \text{etc.} \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \dfrac{a}{2 \cos. \varphi^2} + \dfrac{A \sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \dfrac{B}{2 \cos. \varphi^2} + \dfrac{C(3 \sin. \varphi - 2 \sin. \varphi^3)}{2 \cos. \varphi^2} \\ \qquad - \dfrac{A}{4} l \dfrac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi} + Bl \cos. \varphi - \dfrac{3C}{4} l \dfrac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi} + \text{et} \\ - \dfrac{a}{2 \cos. \theta^2} - \dfrac{A \sin. \theta}{2 \cos. \theta^2} - \dfrac{B}{2 \cos. \theta^2} - \dfrac{C(3 \sin. \theta - 2 \sin. \theta^3)}{2 \cos. \theta^2} \\ \qquad + \dfrac{A}{4} l \dfrac{1 + \sin. \theta}{1 - \sin. \theta} - Bl \cos. \theta + \dfrac{3C}{4} l \dfrac{1 + \sin. \theta}{1 - \sin. \theta} - \text{etc} \end{cases}$$

Wenn k eine sehr grosse Zahl ist, so sollten die Werthe der A, B, C etc. immer abnehmen. Wir sehen aber, daß bey dieser nicht kleiner werde, als A. Um derohalben eine zu diesem Ende Näherung zu finden, so wollen wir in der Differential-Aequation Winkel φ an statt des Buchstabens u hinein bringen, da denn ko

$$k\,dr \cos. \varphi^5 + rr\,d\varphi \cos. \varphi^2 = \frac{1}{f} r^3 d\varphi.$$

Man setze nun

$$r = a + P + Q + \text{etc.}$$

und vergleiche die ähnlichen Terminos mit einander, so kommt

$$P = \frac{-aa}{k} \int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^3} + \frac{a^3}{fk} \int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^5},$$

$$Q = \frac{-2a}{k} \int \frac{P d\varphi}{\cos. \varphi^3} + \frac{3a^2}{fk} \int \frac{P d\varphi}{\cos. \varphi^5}$$

etc.

Wobey zu merken, daß im Anfange, wo $\varphi = 0$, werden muß r Hernach wird

$$x = \int \frac{r\,d\varphi}{\cos. \varphi^2} = \frac{r \sin. \varphi}{\cos. \varphi} - \int \frac{dr \sin. \varphi}{\cos. \varphi}$$

und

$$y = \int \frac{r\,d\varphi \sin. \varphi}{\cos. \varphi^3} = \frac{r}{2 \cos. \varphi^2} - \frac{1}{2} \int \frac{dr}{\cos. \varphi^2}.$$

ese Werthe zu finden, so setze man Kürze halber

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi} = \omega,$$

t also

$$\omega = \frac{1}{2}\, l\, \frac{1+\sin.\varphi}{1-\sin.\varphi} = l\, \text{tang.}\left(45^0 + \frac{1}{2}\varphi\right):$$

ω ist der Logarithmus hyperbolicus des Tangentis des Winkels $\frac{1}{2}\varphi$, wenn der Radius = 1 gesetzt wird. Ferner wird gefunden

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^3} = \frac{\sin.\varphi}{2\cos.\varphi^2} + \frac{\omega}{2},$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^5} = \frac{\sin.\varphi}{4\cos.\varphi^4} + \frac{3\sin.\varphi}{4\cdot 2\cos.\varphi^2} + \frac{3\omega}{4\cdot 2},$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^7} = \frac{\sin.\varphi}{6\cos.\varphi^6} + \frac{5\sin.\varphi}{6\cdot 4\cdot\cos.\varphi^4} + \frac{5\cdot 3\sin.\varphi}{6\cdot 4\cdot 2\cos.\varphi^2} + \frac{5\cdot 3\,\omega}{6\cdot 4\cdot 2}$$

und so weiter.

ch um den Werth von Q zu finden, so ist

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^3}\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^3} = \frac{1}{8}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^2} + \omega\right)^2,$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^3}\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^5} = \frac{1}{24\cos.\varphi^6} + \frac{3}{32}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^2} + \omega\right)^3,$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^5}\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^5} = \frac{1}{32}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^4} + \frac{3\sin.\varphi}{2\cos.\varphi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)^2,$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^5}\int \frac{d\varphi}{\cos.\varphi^3} = -\frac{1}{24\cos.\varphi^6} + \frac{1}{24}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^4} + \frac{3\sin.\varphi}{2\cos.\varphi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)^2.$$

ns bekommt man

$$P = \frac{-aa}{2k}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^2} + \omega\right) + \frac{a^3}{4fk}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^4} + \frac{3\sin.\varphi}{2\cos.\varphi^2} + \frac{3\omega}{2}\right),$$

$$Q = \frac{2a^3}{8k^2}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^2} + \omega\right)^2 - \frac{a^4}{3fkk\cos.\varphi^6}$$

$$-\frac{3a^4}{32fkk}\left(\frac{1}{\cos.\varphi^4} - \frac{5}{\cos.\varphi^2} + \frac{4\omega\sin.\varphi}{\cos.\varphi^4} + \frac{10\omega\sin.\varphi}{\cos.\varphi^2} + 5\omega^2\right)$$

$$+\frac{3a^5}{32ffkk}\left(\frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi^4} + \frac{3\sin.\varphi}{2\cos.\varphi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)^2.$$

49*

Wenn gar kein Wiederstand vorhanden wäre, so würde seyn $r = a$ krumme Linie eine Parabel. Wenn demnach der Wiederstand nicht so ist genug diese Aequation zu gebrauchen, $r = a + P$. Hieraus man

$$x = E + \frac{a \sin. q}{\cos. q} + \frac{P \sin. q}{\cos. q} - \int \frac{dP \sin. q}{\cos. q},$$

$$y = F + \frac{a}{2 \cos. q^2} + \frac{P}{2 \cos. q^2} - \frac{1}{2} \int \frac{dP}{\cos. q^2},$$

wo

$$dP = \frac{aa\,dq}{k \cos. q^3} + \frac{a^3\,dq}{fk \cos. q^5};$$

folglich wird

$$\int \frac{dP \sin. q}{\cos. q} = \frac{aa}{3k \cos. q^3} + \frac{a^3}{5fk \cos. q^5}$$

und

$$\int \frac{dP}{\cos. q^2} = \frac{aa}{4k}\left(\frac{\sin. q}{\cos. q^4} + \frac{3 \sin. q}{2 \cos. q^2} + \frac{3\omega}{2}\right)$$

$$+ \frac{a^3}{6fk}\left(\frac{\sin. q}{\cos. q^6} + \frac{5 \sin. q}{4 \cos. q^4} + \frac{15 \sin. q}{8 \cos. q^2} + \frac{15\omega}{8}\right)$$

Wenn wir nun diese Werthe für P und dP setzen, so kommt

$$x = E + a \tang. q - \frac{aa}{k}\left(\frac{1}{6 \cos. q^3} - \frac{1}{2 \cos. q} + \frac{1}{2} \omega \tang. q\right)$$

$$+ \frac{a^3}{fk}\left(\frac{1}{20 \cos. q^5} + \frac{1}{8 \cos. q^3} - \frac{3}{8 \cos. q} + \frac{3}{8} \omega \tang. q\right).$$

$$y = F + \frac{a}{2 \cos. q^2} - \frac{aa}{4k}\left(\frac{\sin. q}{2 \cos. q^4} - \frac{3 \sin. q}{4 \cos. q^2} - \frac{3}{4}\omega - \frac{\omega}{\cos. q^2}\right)$$

$$+ \frac{a^3}{4fk}\left(\frac{\sin. q}{6 \cos. q^6} + \frac{\sin. q}{3 \cos. q^4} - \frac{5 \sin. q}{8 \cos. q^2} - \frac{5}{8}\omega + \frac{5\omega}{4 \cos. q^2}\right)$$

Es ist aber

$$\frac{2b \cos. \theta^2}{g} = a - \frac{aa}{2k}\left(\frac{\sin. \theta}{\cos. \theta^2} + l \tang. (45^\circ + \tfrac{1}{2}\theta)\right)$$

$$+ \frac{a^3}{4fk}\left(\frac{\sin. \theta}{\cos. \theta^4} + \frac{3 \sin. \theta}{2 \cos. \theta^2} + \frac{3}{2} l \tang. (45^\circ + \tfrac{1}{2}\theta)\right)$$

und E und F müssen so beschaffen sein, daß, wenn $\varphi = 0$ gesetzt wird, so
wohl x als y verschwinden. Also ist bey nahe

$$a = \frac{2b \cos.\theta^2}{g} + \frac{2bb}{ggk}\left(\sin.\theta \cos.\theta^2 + \cos.\theta^4\, l\, \text{tang.}\left(45^0 + \frac{1}{2}\theta\right)\right)$$

$$+ \frac{2b^3}{g^3 fk}\left(\sin.\theta \cos.\theta^2 + \frac{3}{2}\sin.\theta \cos.\theta^4 + \frac{3}{2}\cos.\theta^6\, l\, \text{tang.}\left(45^0 + \frac{1}{2}\theta\right)\right)^{1)},$$

woraus der Werth für a gefunden wird.

Will man hieraus die Weite des Schusses EF finden, so muß man $y =$
setzen, woraus ausser dem Werth $\varphi = 0$ noch ein anderer gefunden wir
welcher das Zeichen $-$ vor sich haben wird. Die Aequation wird aber s
verwirrt, daß man die Erfindung dieses Winkels nicht anders, als durc
Näherung, und zwar durch die weitläufftigsten Rechnungen finden kann. Ha
man aber diesen Winkel φ gefunden, so muß man denselben in dem Wert
für x substituiren; und alsdenn wird der heraus kommende Werth von x d
gesuchte Schuß-Weite EF anzeigen.

Man kann aber auch durch eine andere Näherung eine Aequation zwische
x und y finden, welche also beschaffen seyn wird:

$$y = x\,\text{tang.}\,\theta - \frac{gxx}{4b\cos.\theta^2} - \frac{gx^3}{12bk\cos.\theta^3} + \frac{ggx^4 \sin.\theta}{96bbk\cos.\theta^4}$$

$$- \frac{x^3}{6fk\cos.\theta^3} + \frac{gx^4\sin.\theta}{16bfk\cos.\theta^4} - \frac{gx^4}{48bkk\cos.\theta^4} - \frac{x^4}{24fkk\cos.\theta^4} + \text{etc.}^{2)}$$

Wenn der Wiederstand sehr klein ist, so wird diese Aequation ziemlich gena

1) Hierzu kommt noch das Glied

$$-\frac{4b^6}{g^6k^2}\left(\sin.\theta\cos.\theta + \cos.\theta^3\, l\,\text{tang.}\left(45^0 + \frac{\theta}{2}\right)\right)^2.$$

F. R. S.

2) Diese Gleichung ergibt sich durch die Entwicklung von y nach der MACLAURINSCHEN Reih
indem man x als Funktion von φ betrachtet und berücksichtigt, daß nach p. 383 und 384

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{r},$$

nach p. 386

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{r^3}{fk\cos.\varphi^5} - \frac{r^2}{k\cos.\varphi^3}$$

und

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{r}{\cos.\varphi^2}$$

ist.

F. R. S.

die Natur der krummen Linie anzeigen. Die Schuß-Weite EF w...
durch den Werth der Wurzel x aus dieser Aequation gefunden ...

$$0 = \sin.\theta - \frac{gx}{4b\cos.\theta^2} - \frac{gx^3}{12bk\cos.\theta^3} - \frac{\ldots}{6fl\cos.\theta^4} \text{ etc.}$$

hieraus bekommt man die Schuß-Weite

$$EF = \frac{4b\sin.\theta\cos.\theta}{g} - \frac{16bb\sin.\theta\cos.\theta}{3ggk} - \frac{32b^3\sin.\theta\ldots}{\ldots f^2}$$

Weil in diesem Fall g nicht merklich von 1 unterschieden ist

$$EF = 2b\sin.2\theta\left(1 - \frac{4b\sin.\theta}{3k} - \frac{8bb\sin.\theta}{\ldots fl}\right).$$

wo, wie oben[1]) angenommen worden, $k = \frac{1}{3}nc$ und $f = 2k$. Daher

$$EF = 2b\sin.2\theta\left(1 - \frac{b(b+h)\sin.\theta}{nch}\right).$$

wo $2b\sin.2\theta$ die Weite des Schusses anzeigt, wenn kein Wied...
handen wäre. Dahero sich die Schuß-Weite in einem Luft leere...
Schuß-Weite in der Luft verhalten wird,

$$\text{wie } 1 \text{ zu } 1 - \frac{b(b+h)\sin.\theta}{nch}$$

Je grösser also der Winkel θ, unter welchem die Canone eleva...
ist, um so vielmehr wird auch die Schuß-Weite kleiner seyn, a...
keine Resistenz vorhanden wäre.

Die größte Weite des Schusses wird auch nicht geschehen...
Direction der Canone mit dem Horizont einen Winkel von 45° ma...
dieser Winkel muß wegen des Wiederstands etwas kleiner angenom...
Wenn man diesen Winkel θ, unter welchem die Kugel auf eine...
Fläche am weitesten gehen soll, nach der gewöhnlichen Art sucht...
man beynahe

$$\sin.\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b(b+h)}{8nch}$$

1) Siehe p. 384. F. R. S.

Diese Formuln können aber nicht gebraucht werden, als wenn nc weit grösser ist, als b. In allen von dem Autore angeführten Versuchen aber ist b weit grösser, als nc, dahero die hier gemachte Näherung bey keinem Exempel, so bey dem Autore vorkommt, angebracht werden kann. Derowegen sind wir gezwungen, diese Untersuchung allhier abzubrechen, und wollen wir dem Autori die völlige Ausführung dieser Materie überlassen, als welche er uns in einer besondern Schrift nächstens zu liefern versprochen hat.

SIEBENTER SATZ

Ausser dem, daß die Kugeln in ihrem Flug durch die Kraft der Schwehre abwärts gezogen werden, so werden dieselben auch öfters von einer andern Kraft seitwärts entweder zur rechten oder zur lincken getrieben.

Wenn es wahr wäre, daß die Kugeln in ihrer Bewegung nur allein von der Kraft der Schwehre verrücket würden, so müßten sich die Abweichungen derselben von dem Ziel, nach welchem die Schüsse gethan werden, in soferne dieselben seitwärts, entweder zur rechten oder zur linken gehen, unter sich verhalten, wie die Entfernung des Stücks von dem Ziel. Dieses streitet aber mit der täglichen Erfahrung. Denn wenn in einer Entfernung von 30 Schuhen die Kugel nicht mehr als einen Zoll von dem Ziel abweichet, so findet man nicht, daß dieselbe in einer Entfernung von 300 Schuhen nur um 10 Zoll, und viel weniger in einer Entfernung von 900 Schuhen nur um 30 Zoll von dem Ziel seitwärts abweiche. Diese Vermehrung der Ungewißheit der Schüsse in grossen Entfernungen muß nothwendig von allen, welche sich nur einige Zeit im Schiessen geübet haben, beobachtet worden seyn. Hiervon kan nun keine andere Ursache gefunden werden, als daß die Bahn der Kugeln eben sowohl seitwärts, als abwärts gekrümmet sey; denn auf diese Weise wird die Abweichung der Bahn der Kugel von dem Ziel nach einer grösseren Verhältniß vermehret, als die Entfernungen des Stücks von demselben. Wenn man nehmlich die Bahn der Kugel mit der graden Linie, nach welcher das Stück gerichtet worden, gegen einander hält, so berühren diese beyden Linien einander bey der Mündung des Stücks, nachgehends aber entfernen sie sich je länger

je mehr von einander, wie bey allen krummen Linien, so von e
berühret werden, zu geschehen pflegt.

Damit aber auch diejenigen, welche hiervon keine eigene Erfa
von der Wahrheit dieses Satzes überführet werden, so will ich ein
anführen, welche alle fernere Zweifel zu heben vermögend sind.

Ich nahm einen Mußketen-Lauf, welcher eine Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll
schoß, und befestigte denselben auf ein schwehres Gestell, damit
ständig einerley Lage und Richtung behielte. Um aber von der Fe
selben völlig gewiß zu seyn, so schoß ich damit 16 mahl nach ei
ein Brett, welches $1\frac{1}{2}$ [1]) Schuhe ins gevierte und in einer Weite von
aufgesetzt war, und fand, daß die Kugel nur einmahl des Bretts ve
Hierauf ließ ich den Lauf auf eben diesem Gestell befestiget, verm
die Ladung an Pulver, damit die Erschütterung und die daher r
änderung in der Lage des Laufs um so viel geringer würde, und
nach einem Ziel, welches 2260 Schuh weit entfernet war. Bey die
befand ich nun, daß die Kugel bißweilen auf 300 Schuh, bald zur
zur lincken des Ziels verfehlte. In dieser Entfernung war auch d
nach der Vertical-Fläche nicht weniger ungewiß. Denn einige m
selbe bey 600 Schuh weiter oder näher zu Boden, ungeachtet ich
sorgfältigen Untersuchung nicht befinden konnte, daß die Lage u
tung des Laufs nach einem jeden Schuß im geringsten wäre verän

Dieses beweiset also auf eine ganz unstreitige Weise die Wa
Satzes, indem die Bewegung der Kugel unmöglich so unbestän
änderlich hätte seyn können, wenn nicht ihre Bahn eben sowohl s
weder zur rechten oder zur linken gekrümmet gewesen wäre, al

ZUSATZ

Da nun die Würklichkeit dieser doppelten Krümmung der
Kugel unwiedersprechlich dargethan worden, so wird man ohne Zw
was wohl die Ursache von dieser so ganz verschiedenen Bewegu
dieselbe bisher angesehen haben, seyn möchte? Hierauf antworte
diese Abweichung nothwendig von einer Gewalt, welche auf die B
Kugel schief würket, herkomme, und daß diese Gewalt in nichts and
Wiederstand der Luft, gesucht werden könne. Fragt man ferner,

1) Im englischen Original steht $1\frac{1}{4}$. F. R. S.

kung des Wiederstands der Luft jemahlen auf die Bewegung der Kugel schief fallen könne? so antworte ich wiederum, daß solches vielleicht bißweilen von der ungleichen Figur der Kugel herrühren könne; insonderheit aber, daß eine Wirbel-förmige Bewegung der Kugel um sich selbst davon insgemein die Ursache sey. Denn, wenn eine solche Bewegung mit der fortgehenden Bewegung der Kugel vergesellschaftet ist, so muß ein jeglicher Theil des Umfangs der Kugel nach einer ganz andern Richtung auf die Luft stossen, als geschehen würde, wenn keine solche Wirbel-förmige Bewegung vorhanden wäre. Die von dieser Ursache herrührende Schiefe des Wiederstands der Luft wird um so viel grösser seyn, je geschwinder sich die Kugel um sich selbst, oder um eine durch ihr Centrum gehende Axe, in Ansehung der fortgehenden Bewegung, herumdrehet.

Hiermit habe ich alles dasjenige, was ich mir in dieser Schrift auszuführen vorgenommen hatte, zu Ende gebracht, was nehmlich sowohl die Gewalt des Pulvers, als den Wiederstand der Luft, betrift. Da aber die Erkenntniß des Wiederstands harter Körper, in Ansehung des Hineindringens der Kugel, in der Artillerie, und absonderlich bei dem Breche-Schiessen von der grösten Wichtigkeit ist, so will ich diese Abhandlung mit einem dahin abzielenden Satze endigen, welcher hier noch Platz finden soll.

ERSTE ANMERKUNG

In einem jeglichen harten Cörper kann eine doppelte Bewegung Platz finden: eine wodurch der ganze Körper von einem Ort zu einem andern gebracht wird, und diese wird die fortgehende Bewegung des Körpers genennet. Die andere ist eine drehende Bewegung, wodurch sich der Körper um sich selbst, oder um eine durch sein Mittelpunkt gehende Axe, herum drehet. Hier ist nur von harten Körpern die Rede; denn weiche, oder biegsame, oder gar flüßige Körper können ausser diesen beyden noch unendlich vielerley andere Bewegungen haben. Ein harter Körper hat nun entweder eine fortgehende, oder drehende Bewegung allein, oder beyde Bewegungen beysammen. Wenn sich in einem solchen Körper nur allein eine fortgehende Bewegung befindet, so gehen alle Theile desselben nicht nur gleich geschwind, sondern die Directionen aller Theile sind auch unter sich parallel. Von dieser Bewegung gilt

auch derjenige erste Grundsatz der Mechanic, wodurch behauptet wird, daß ein jeglicher in eine solche Bewegung gesetzter Körper immerfort mit einerley Geschwindigkeit und nach einerley Richtung fortgehe, woferne keine ausserliche Kräfte auf denselben würken, und seinen Zustand verändern. Woraus dem hinwiederum folget, daß, so oft entweder die Geschwindigkeit oder die Richtung eines Körpers verändert wird, auf denselben nothwendig eine ausserliche Kraft gewürket haben müsse.

Ein Körper kann ferner, ohne seine Stelle zu verändern, eine drehende Bewegung haben, wodurch derselbe um eine Axe herumgedrehet wird. In dieser Bewegung bleibet die Axe unbeweglich, und alle Theilchen des Körpers gehen um dieselbe herum, deren Geschwindigkeit um so viel grösser ist, je weiter dieselben von der Axe entfernet sind. Wenn diese Axe befestiget ist, so kann man sich eine solche Bewegung am füglichsten an einer Drechsel-Bank vorstellen; es kann sich aber ein Körper auch um eine Axe, so nirgend befestiget ist, bewegen. Hiezu werden aber zwey Stücke erfordert: erstlich, daß die Axe durch das Centrum gravitatis des Körpers durchgehe, und zweytens, daß die Schwingungs-Kräfte (Vires centrifugae) aller Theilchen einander im Gleichgewichte halten. Wo diese beyden Bedingungen Platz finden, da gilt auch die oben erwehnte Regel, daß eine solche Bewegung immerfort gleichförmig fortdauret, und keine Veränderung leidet, wenn keine ausserliche Kräfte dazu kommen. Halten aber die Vires centrifugae einander nicht im Gleichgewicht, so wird zwar die Bewegung des Körpers fortdauren, allein die Axe, um welche dieselbe geschieht, wird selbsten beweglich, und die Herumdrehung geht beständig um eine andere Axe. Wenn eine Kugel aus einer allenthalben gleich dichten Materie gemacht ist, so sind die Vires centrifugae immer im Gleichgewichte, wenn nur die Axe der Kugel durch ihr Mittelpunkt gehet, und also kann eine solche Kugel eine beständig gleich geschwind fortdaurende Bewegung um eine jegliche Linie, so durch ihr Mittelpunkt gehet, haben.

Diese beyden Bewegungen, nehmlich die fortgehende und herumdrehende, sind nun von einander dergestalt unterschieden, daß sich beyde in einem Körper zugleich befinden können, ohne, daß eine von der andern im geringsten gestöret würde; eine jede kann auch von äusserlichen Kräften ganz allein verändert werden, ohne daß die andere dadurch die geringste Veränderung leidet. Ein Exempel einer solchen doppelten Bewegung in einem Cörper stellet uns die Erd-Kugel dar, als welche sich erstlich nach ihrer fortgehenden Bewegung in einem Jahr um die Sonne herum bewegt, und sich inzwischen beständig um ihre Axe in 24 Stunden herum drehet. In der Erde ist auch noch die Ver-

änderlichkeit ihrer Axe zu bemerken, als welche sich jährlich um 50 Secunden rückwärts lenket.

Wenn also einem Körper, außer der fortgehenden Bewegung, auch eine Bewegung um eine Axe, so durch das Centrum gravitatis desselben gehet, und welche also beschaffen ist, daß sich alle Vires centrifugae im Gleichgewichte halten, eingedruckt worden, so werden darinne beyde zugleich beständig fortdauren, und wenn keine äusserliche Kräfte darauf würken, keine Veränderung leiden.

Die Haupt-Sache beruhet nun darauf, was für Kräfte einem Körper entweder nur eine fortgehende Bewegung, oder nur eine herumdrehende, oder beyde zugleich einzudrücken vermögend sind.

Wenn die Direction der Kraft durch das Centrum gravitatis des Körpers gehet, so würket dieselbe nur eine fortgehende Bewegung. Wenn nehmlich der Körper vorher still gestanden, so wird demselben eine Bewegung nach eben derjenigen Direction, nach welcher die Kraft gerichtet ist, eingedrücket: und wenn der Körper schon vorher eine fortgehende Bewegung gehabt, so wird dieselbe entweder schneller oder langsamer, oder es wird auch die Direction derselben verändert, je nach dem die Direction der Kraft entweder vorwärts oder rückwärts, oder schief auf die Direction der Bewegung würket. Wenn aber der Körper außer der fortgehenden Bewegung noch eine herumdrehende schon hat, so bleibt dieselbe von einer solchen Kraft, welche durch das Centrum gravitatis des Körpers gehet, völlig unverändert.

Wenn die Direction der Kraft nicht durch das Centrum gravitatis des Körpers gehet, so wird dadurch erstlich die fortgehende Bewegung gleicher maaßen verändert, als wenn eben dieselbe Kraft nach einer parallelen Direction durch das Centrum gravitatis gienge. Ueber dieses aber wird dem Körper von einer solchen Kraft eine herumdrehende Bewegung um eine Axe, welche durch sein Centrum gravitatis gehet, und auf die Fläche, so durch dieses Centrum und die Direction der Kraft gezogen wird, perpendicular aufstehet, eingedrückt. Hat aber der Körper schon vorher eine herumdrehende Bewegung, entweder um eben diese Axe, oder um eine andere gehabt, so wird dieselbe entweder geschwinder oder langsamer, in dem letztern Fall aber wird auch die Axe selbst verändert.

Wenn aber zwo oder mehr Kräfte zugleich auf den Körper würken, so findet man folgender Gestalt, was daher für Bewegungen und Veränderungen in dem Körper entstehen müssen. Erstlich stellt man sich vor, als wenn alle diese Kräfte nach Parallel-Directionen durch das Centrum gravitatis giengen,

und verwandelt dieselben in eine einzige Kraft, an welcher die [illegible] Veränderung der fortgehenden Bewegung bestimmt wird. [illegible] schicht, daß alle diese Kräfte einander aufheben, so leidet die [illegible] wegung davon gar keine Veränderung. Was aber [illegible] Bewegung anlangt, so sucht man von allen diesen Kräften [illegible] lichen Directionen die Momenta, indem man die [illegible] von dem Centro gravitatis multipliciret, und [illegible] ander hält, so findet man, um was für eine Axe, und [illegible] herum getrieben werden müsse. Hieraus läßt sich folglich [illegible] zeugung einer herumdrehenden Bewegung, wenn [illegible] gehabt, oder die Veränderung derselben, wenn [illegible] bestimmen.

Nach diesen Grund-Sätzen wollen wir nun [illegible] eine Bewegung einer Kugel, welche aus einer [illegible] Gewalt des Pulvers eingedruckt, und wie dieselbe [illegible] Wiederstand der Luft verändert werde. W[illegible] Kugel sey vollkommen rund, und das Centrum [illegible] punct einerley. In diesem Fall geht die [illegible] nur durch das Centrum gravitatis der Kugel, sondern [illegible] mit der Axe des Laufs einerley; daher der Kugel [illegible] Bewegung nach der Axe des Laufs eingedruckt wird. [illegible] eben diejenige Bewegung, welche wir oben mit dem [illegible] ausgebracht haben, und erhält folglich von der [illegible] drehende Bewegung. Weil aber die Kugel an der [illegible] fortgehet, und daher eine Friction leidet, deren Dir[illegible] trum der Kugel gehet, sondern dieselbe [illegible] durch der Kugel eine drehende oder rollende Bewegung [illegible] woferne solche durch den Pfropf nicht verhindert würde. [illegible] die Kugel sehr gedräng einzuschließen pflegt, [illegible] die Friction [illegible] um der Kugel eine solche rollende Bewegung [illegible] Kugel bloß allein mit einer fortgehenden Bewegung [illegible] die Luft [illegible] theils der Kraft der Schwehre, theils dem Wiederstand [illegible] erstere Kraft geht immer durch das Centrum gravitatis [illegible] auf die fortgehende Bewegung, als welche dadurch abwärts [illegible] Die Kraft des Wiederstands gehet in diesem Fall auch durch [illegible] gravitatis der Kugel, und bringt also gleichfalls keine herum[illegible] wegung hervor. Und weil dieselbe mit der Direction der Kugel [illegible]

so wird dadurch auch der Körper nicht aus derjenigen Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, gezogen. Woraus erhellet, daß, wenn die Kugel vollkommen rund, und ihr Centrum gravitatis in ihrem Mittelpunct befindlich ist, die Bewegung derselben eben so beschaffen seyn müsse, als die Theorie erfordert. Die Kugel wird sich nehmlich in einer Vertical-Fläche bewegen, und von derselben weder zur rechten noch zur linken ausweichen.

Wenn sich also das Ziel, nach welchem man schiessen will, in eben dieser Vertical-Fläche befindet, so kann der Schuß nicht anders fehlen, als daß derselbe entweder zu hoch, oder zu niedrig gehet. Wenn aber die Vertical-Fläche, worinnen sich die Kugel beweget, nicht durch das Ziel gehet, so muß der Schuß auch seitwärts fehlen, und das um so viel mehr, je weiter das Ziel von der Canone entfernet ist; wenn nehmlich der Winkel, welchen die gerade Linie, so von dem Stück zum Ziel gezogen wird, mit der gemeldten Vertical-Fläche einerley Winkel macht. Wenn dahero die Kugel einmahl zum Exempel zur Rechten von dem Ziel abgewichen, so müssen auch alle Schüsse, welche ohne die Richtung der Canone zu verändern gethan werden, gleich weit zur Rechten des Ziels verfehlen, wenn auch gleich die Ladung vermehret oder vermindert worden. Wenn also bey vielen Schüssen, welche aus einem befestigten Lauf, dessen Richtung nicht verändert werden kann, der Fehler bald zur rechten bald zur linken vom Ziel abweichet, und auch in grössern Entfernungen, nach einer grössern Verhältniß wächst, als die Entfernung selbst, so schliesset der Autor richtig, daß die Bahn der Kugel in keiner Vertical-Fläche gewesen, und daß dieselbe folglich eine doppelte Krümmung gehabt haben müsse.

Nun wollen wir eine Kugel betrachten, welche zwar vollkommen rund, deren Centrum gravitatis aber ausser ihrem Mittelpunkt befindlich ist. So lange diese Kugel der Gewalt des Pulvers in dem Lauf der Canone ausgesetzt ist, so gehet die Direction dieser Gewalt durch das Mittelpunkt der Kugel, und ist der Axe der Canone parallel, folglich bekommt dieselbe eben diejenige fortgehende Bewegung, als in dem vorigen Fall; und wenn diese Direction zugleich durch das Centrum gravitatis gehet, so wird davon auch keine drehende Bewegung hervorgebracht. Wenn aber das Centrum gravitatis der Kugel ausser dieser Linie, nach welcher die Kraft des Pulvers würcket, zu liegen kommt, so wird der Kugel zugleich eine drehende Bewegung um das Centrum gravitatis eingedruckt. Da aber durch eben diese Bewegung das Mittelpunkt der Kugel bald auf die entgegengesetzte Seite des Centri gravitatis gebracht wird, so wird durch diese Kraft die vorige drehende Bewegung der Kugel wiederum zernichtet, dergestalt, daß keine beständige herumdrehende Bewegung in der

Kugel hervorgebracht werden kan. Um diese Bew[illegible] wenn die Kugel schon an dem Lauf heraus [illegible] Direction des Wiederstands nicht al[s] denn durch die Mitt[illegible] und da dieselbe der Bewegung der Kugel [illegible] dadurch die fortgehende Bewegung der Kugel [illegible] ändert. Ueber dieses aber bekommt die Kugel [illegible] das Centrum gravitatis, wodurch der Mittelpunkt [illegible] So bald aber der Mittelpunkt bewegt worden [illegible] die Kraft des Wiederstands der vorigen [illegible] schon erzeugte drehende Bewegung, wodurch [illegible] hemmet und die Kugel also fortgehen wird, [illegible] Centro gravitatis be[s]tändig bleibt. Hieraus folget [illegible] Helfte der Kugel, in welcher das Centrum [illegible] voraus gehet, und die leichtere nachfolget, [illegible] der That wahrgenommen wird. In diesem Fall [illegible] aus der Vertical Flaeche, in welcher die Bewegung [illegible] hero diese Auswe[i]chung von keiner andern [illegible] dem Mangel einer vollkommenen Rundung.

Wenn die Kugel nicht vollkommen rund [illegible] die Direction der Gewalt des Pulvers nicht [illegible] tatis der Kugel gehet, sondern daß dieselbe [illegible] Canone parallel lauft. Im ersten Fall wurde der Kugel [illegible] Bewegung eingedruckt werden, welche aber [illegible] worden, bald wiederum aufhoren mußte. Der letztere Fall [illegible] von dem Autore angeführten Umständen [illegible] wird die Kugel nicht nach der Axe der Canone [illegible] der Direction der forttreibenden Gewalt. Also wird [illegible] neren Wände der Canone gestossen, von welchen [illegible] und dahero keine geringe Kraft auf die Canone [illegible] dessen wir oben erwehnet haben, da eine Canone [illegible] kommen gerade gebohret ist, dennoch von der Gewalt [illegible] sprenget werden kan, woraus die Nothwendigkeit der [illegible] der Canonen-Kugeln um so viel deutlicher erhellet.

Wenn aber eine solche Kugel, welche nicht völlig rund [illegible] herausgefahren, so wird ausser dem, daß ihre Direction [illegible] Axe des Stückes abweichet, noch ihre Bewegung durch den Luft ganz anders verändert, als wenn die Kugel vollkommen

da sich der Wiederstand der Luft nach der äußern Figur der Kugel richtet, so ist es nicht nur möglich, daß die Direction des Wiederstands von der Direction der Bewegung unterschieden sey, sondern es würde auch ein sehr rarer Zufall seyn, wenn diese beyden Directionen mit einander übereinstimmen sollten. Es kann also geschehen, daß erstlich die Kugel von dem Wiederstand entweder mehr aufwärts oder abwärts, als sonsten geschehen würde, getrieben werde. Und hieraus begreift man ganz deutlich, wie bißweilen eine Kugel etliche hundert Schritt weiter oder näher zu Boden fallen könne, als eine andere, wenn gleich beyde aus einem Lauf, unter einerley Richtung, und mit gleicher Ladung sind heraus geschossen worden. Wenn aber die Direction des Wiederstands nicht in die Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, fällt, so wird dadurch die Kugel seitwärts, entweder zur rechten oder zur linken, getrieben. Und wenn sich die Kugel nicht herum drehet, so weicht diese Kraft beständig von gemeldter Vertical-Fläche gleich viel ab; folglich wird dadurch die Kugel je länger je mehr seitwärts abgetrieben, dergestalt, daß je weiter die Kugel geschossen wird, die Abweichung derselben von dem Ziel um so viel grösser seyn wird. In einer doppelten Entfernung wird nehmlich die Abweichung der Kugel von dem Ziel nicht nur zweymahl, ja nicht nur dreymahl so groß seyn, als welches geschehen würde, wenn die Kugel, nachdem sie die erste Helfte des Wegs durchlaufen, nicht mehr seitwärts getrieben werden sollte; sondern die Abweichung müßte vier mahl so groß werden, wenn die seitwärts treibende Kraft der Kugel immer gleich groß bliebe. Da aber dieselbe mit der Geschwindigkeit der Kugel abnimmt, so wird die Abweichung zwar etwas kleiner als 4 mahl so groß, immer aber mehr als dreymahl so groß seyn. Die wahre Ursache also der Ungewißheit der Schüsse bestehet ganz allein in dem Mangel der runden Figur der Kugel, und es kann eine drehende Bewegung der Kugel dazu nichts merkliches beytragen, wie der Autor vermeynet. Im Gegentheil, wenn sich die Kugel in ihrem Flug herum drehen sollte, so müßte die Kraft des Wiederstands bald zur Rechten, bald zur Linken gerichtet seyn, und könnten also die Schüsse in grössern Entfernungen nicht ungewisser werden, als in kleinern. So groß aber auch die Ungewißheit der Schüsse, welche der Autor anführet, zu seyn scheinet, so ist nicht zu vermuthen, daß dieselbe bey Canonen-Kugeln so groß seyn sollte. Denn der Autor hat mit bleyernen Kugeln seine Versuche angestellt, welche nicht nur sehr merklich von einer runden Figur abzugehen pflegen, sondern auch in dem Lauf noch viel mehr verändert werden können. Die Canonen-Kugeln hingegen scheinen gemeiniglich eine vollkommenere Ründung zu haben,

und da dieselben von Eisen, so kan ihre Figur auch nicht so leicht
Lauf der Canonen verändert werden. Aus dieser Ursache müssen
Canonen-Schüsse in ihrer Art weit gewisser seyn, als die Mußketen
welche mit bleyernen Kugeln gethan werden. Hiervon müssen abe
Ansehen nach, die Schüsse, welche aus gezogenen Röhren geschehen
nommen werden, und das aus eben derjenigen Ursache, welche der A
der Unrichtigkeit der Schüsse überhaupt angeben will. Denn weil di
aus gezogenen Röhren eine drehende Bewegung bekommen, welche
fortgehenden immer fortdauret, so wird beständig eine jede Kraft des
stands, wodurch die Kugel immer entweder aufwärts, oder seitwärts
wird, gleichsam in einem Augenblick, indem sich die Kugel herum d
eine entgegen gesetzte verwandelt, dahero von der unrichtigen Figur d
in diesem Fall keine so grosse Ungewißheit entstehen kann, als wenn
mit keiner drehenden Bewegung begabet ist.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir haben also die wahre Ungewißheit der Schüsse, welche d
in diesem Satz anführet und sehr zweifelhaft erkläret, unstreitig
indem wir gewiesen, daß dieselbe ganz allein auf der Figur der Kuge
Denn, wenn die Kugel vollkommen rund ist, wenn auch gleich ihr
gravitatis von dem Mittelpunkt verschieden wäre, so kan die Abweic
Kugel von dem Ziele seitwärts nicht merklich seyn. Und wenn in di
die Kugel des Ziels seitwärts verfehlen solte, so würde dieses ein
Zeichen seyn, daß sich das Ziel nicht in derjenigen Vertical-Fläche,
eher die Axe des Stücks oder Schieß-Gewehrs gerichtet ist, befände
aber die Kugel nicht völlig rund ist, so haben wir gewiesen, daß
meistentheils von ihrer Richtung seitwärts abweichen, und bey dem
so viel weiter seitwärts vorbey gehen müsse, je weiter das Ziel
Schieß-Gewehr entfernet ist. Diese Abweichung wird auch durch di
drehende Bewegung der Kugel nicht nur nicht vermehret, sondern
Kugel eine solche Bewegung hätte, so würde die Ungewißheit des
bey weitem nicht so groß seyn.

Der Autor scheinet zwar das Gegentheil zu behaupten, alle
dem, was vorher angeführet worden, so können wir auch beweisen

Kraft des Wiederstands nicht merklich von einer drehenden Bewegung der Kugel verändert werde, und derselben ungeachtet beynahe allezeit eben so groß sey, als wenn die Kugel keine herumdrehende Bewegung hätte. Es ist zwar wahr, wie der Autor bemerket, daß durch *eine solche drehende* Bewegung sowohl die Geschwindigkeit, mit welcher ein jegliches Punkt der Kugel auf *die Luft stößt, als auch* der Winkel, unter welchem dieser Stoß geschieht, verändert werde. Allein es bleibt erstlich die Direction der Kraft des Stosses immer perpendicular auf die Oberfläche der Kugel. Hernach da die Kraft des Stosses selbst sich beständig verhält, wie das Quadrat der Geschwindigkeit multiplicirt durch das Quadrat des Sinus des Winkels, unter welchem der Stoß geschieht, so wird fast immer der Sinus dieses Winkels um eben so viel grösser oder kleiner, als die Geschwindigkeit vermindert oder vermehret wird, *dahero auch die* Stärke des Stosses beynahe einerley bleibet, die Kugel mag eine drehende Bewegung haben oder nicht. Diese Gleichheit trift beynahe zu, wenn die Figur der Kugel nicht merklich von einer vollkommenen Ründung unterschieden ist, und wenn die Axe, um welche die drehende Bewegung geschieht, beynahe durch das Mittelpunkt derselben geht. Wenn aber die Kugel vollkommen rund ist, und sich um eine Axe, welche durch ihr Mittelpunkt gehet, herum drehet, alsdenn ist so gar die Würkung des Wiederstands vollkommen einerley, die Kugel mag eine solche drehende Bewegung haben oder nicht.

Wir haben also nur nöthig, diesen letztern Fall zu beweisen; indem aus der Wahrheit desselben von selbsten folget, daß wenn die Figur der Kugel nicht viel von einer völligen Ründung abweichet, und die Axe der Herumdrehung beynahe durch das Mittelpunkt desselben gehet, die Ungleichheit des Wiederstands, wenn dieselbe nicht gar wie im erstern Fall verschwindet, dennoch nicht merklich seyn könne. Um also dieses deutlich darzuthun, so wollen wir eine vollkommen runde Kugel betrachten, welche ausser ihrer *fortgehenden Bewegung* sich um eine durch ihr Mittelpunkt gehende Axe herum drehe; es ist auch gleich viel, ob diese Axe beständig oder unbeständig angenommen werde. Hierbey ist nun erstlich zu merken, daß wenn die Kugel gar keine fortgehende Bewegung hätte, dieselbe auch von der Luft keinen andern Wiederstand leiden würde, als welcher etwa von dem Reiben der Theilchen entstehen möchte, welcher aber so geringe ist, daß man denselben leicht aus der Acht lassen kann. Denn wenn die Kugel keine fortgehende Bewegung hat, so stehet ihr Mittelpunkt völlig still, und da alle Theilchen der Oberfläche immer gleich weit von dem Mittel-

punkt entfernet bleiben, so können dieselben keine solche B
wodurch gegen die Theilchen der Luft ein würklicher Sto
diesem Fall werden nehmlich die Theilchen der Luft in keine
gesetzt, als in so ferne dieselben durch die schwache Friction
werden, und dahero können dieselben auch keine Gewalt auf
wegung der Kugel ausüben. Wenn aber die Kugel eine fortge
hat, so kan man sich die Sache, wie oben gewiesen worden
stellen, als wenn die Kugel gar keine fortgehende Bewegung
aber die Luft mit einer gleichen Geschwindigkeit darauf stiesse;
Fällen muß die aus dem Anstossen der Lufttheilchen entstehend
seyn.

Wir wollen uns also eine Kugel vorstellen, deren Mitte
lich seyn soll, um welches sich die Kugel herum drehe, un
daß die Luft mit einer gege
digkeit auf diese Kugel bew
der Figur 26 soll die Fläche
Kugel in dem Punkt A be
Luft nach der Direction PA
der Kugel A stossen. Man
Geschwindigkeit der Luft
PA vor, und lasse aus de
die berührende Fläche einen
herab fallen, und ziehe die

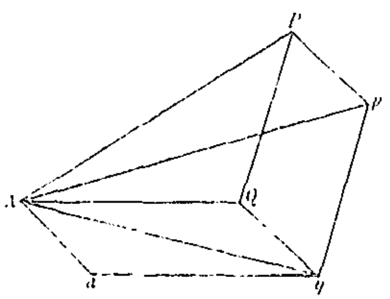


Fig. 26.

nun die Kugel keine herum drehende Bewegung hätte, so w
des Stoßes der Luft seyn wie das Quadrat der Linie PA, w
schwindigkeit der Luft angedeutet wird, multipliciret durch
Sinus des Winkels PAQ, welchen die Direction der Bewegun
in diesem Punkt A mit der Oberfläche der Kugel macht.
Sinus des Winkels PAQ durch $\frac{PQ}{PA}$ ausgedrückt wird, so wir
Luft auf das Punkt A seyn, wie $PA^2 \cdot \frac{PQ^2}{PA^2}$, das ist, wie PQ^2.

Wenn aber die Kugel eine drehende Bewegung hat, und
punkt stille steht, so kann das Punkt A keine andere Bewegung
einer Direction, welche in der berührenden Fläche der Kuge
Fläche der Kupfer-Platte vorgestellt wird, lieget. Es sey also
tion, nach welcher sich das Punkt A beweget, und man nehm
daß sich verhalte PA zu Aa, wie die Geschwindigkeit der Luf

digkeit des Punkts A. Um nun die Würkung zu bestimmen, welche die nach der Direction PA bewegte Luft auf das nach der Direction Aa bewegte Punkt A ausübet, so darf man nur die Bewegung des Punkts A in den Gedanken der Luft mittheilen, welches geschieht, wenn wir Pp der Linie Aa parallel und gleich groß ziehen. Denn da wird die Würkung der Luft auf das Punkt A eben so groß seyn, als wenn dasselbe still stünde, die Luft aber darauf nach der Direction der Linie pA mit einer Geschwindigkeit, welche durch die Linie pA vorgestellet wird, stiesse. Folglich muß man das Quadrat dieser Geschwindigkeit oder Linie pA mit dem Quadrat des Sinus des Winkels, welchen diese Linie pA mit der berührenden Fläche machet, multipliciren. Um nun diesen Winkel zu finden, so ziehe man aus dem Punkt p auf die berührende Fläche die Perpendicular-Linie pq, welches geschieht, wenn man Qq der Linie Aa gleich und parallel setzt. Weil also auch Qq der Linie Pp gleich und parallel, und die Linie pq der Linie PQ gleichfals parallel ist, so muß

$$pq = PQ,$$

und der Bruch $\frac{pq}{pA}$ wird den Sinum des Winkels pAq ausdrücken, unter welchem die Luft auf das bewegte Punkt A stößt. Derowegen wird die Kraft dieses Stosses seyn wie $pA^2 \cdot \frac{pq^2}{pA^2}$, das ist, wie pq^2. Da nun $pq = PQ$, so wird die Kraft der Luft auf das bewegte Punkt A eben so groß seyn, als wenn dieses Punkt A gar keine Bewegung hätte. Ob also gleich durch die Bewegung des Punkts A sowohl die Geschwindigkeit der darauf stossenden Luft pA, als der Winkel pAq, unter welchem der Stoß geschieht, verändert wird, so sind doch diese beyden Veränderungen so beschaffen, daß daraus einerley Kraft entspringt. Was aber hier von einem Punkt A der Oberfläche der Kugel erwiesen worden, dasselbe gilt gleichergestalt von allen andern Punkten derselben; und hierdurch wird also unser Satz unwiedersprechlich bestätiget, daß eine vollkommen runde Kugel, welche sich ausser ihrer fortgehenden Bewegung um ihr Mittelpunkt herum drehet, eben denselben Wiederstand von der Luft leide, als wenn dieselbe gar keine herumdrehende Bewegung hätte.

Wenn also eine solche Kugel je in der Canone, aus welcher dieselbe geschossen wird, ausser der fortgehenden Bewegung noch eine herumdrehende Bewegung um ihr Mittelpunkt bekäme, so würde dieselbe doch in der Luft ihre Bewegung eben so fortsetzen, als wenn sie keine herumdrehende Bewegung erhalten hätte. Und da bey einer vollkommen runden Kugel die fortgehende Bewegung durch eine drehende Bewegung keinesweges verändert

wird, so ist hieraus klar, daß wenn bey einer Kugel, so nicht völli je eine Veränderung in dem Wiederstand der Luft von der herun Bewegung verursachet würde, dieselbe doch nicht merklich seyn k dern daß die Kugel fast eben so bewegt werden würde, als wenn herum drehende Bewegung darinn befindlich wäre. Dahero in kein fortgehende Bewegung der Kugel durch eine herumdrehende Beweg lich verändert werden kann.

ACHTER SATZ

Wenn gleich grosse und gleich schwehre Kugeln auf eben denselben h mit verschiedenen Geschwindigkeiten stossen, und in denselben hinein werden sich die verschiedenen Tiefen, auf welche die Kugeln hinein beynahe verhalten, wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten. Und der solcher harten Körper wird, in Ansehung des Hineindringens der K gleich groß seyn.

Den ersten Theil dieses Satzes habe ich durch sehr viele Vers richtig befunden. Denn als ich eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll i gegen einen Ulmenbäumen-Bloch mit einer Geschwindigkeit von u Schuhen in einer Secunde geschossen, so habe ich durch eine gr Versuche befunden, daß dieselbe von $4\frac{1}{2}$ biß $5\frac{1}{2}$ Zoll tief hinein Als ich aber eine gleiche Kugel gegen eben dasselbe Bloch mi schwindigkeit von ungefehr 730 Schuhen in einer Secunde geschoss die äußere Fläche der Kugel beynahe $\frac{1}{4}$ Zoll tief in das Wesen so daß das Hineindringen in diesem Fall nach einem Mittel ung Zoll betrug. Wenn man aber die ganze Höhlung des Lochs betr dieselbe in einen Cylinder verwandelt, so wird derselbe ungefe Zolls lang. Wenn aber die Geschwindigkeit der Kugel in ein mehr nicht, als von 400 Schuhen gewesen: so drung gemeiniglich fehr die Helfte der Kugel in das Holz hinein, welches nach eine den vierten Theil eines Zolls in der Tiefe austrägt.

Die Quadrate dieser drey verschiedenen Geschwindigkeiten verhalten sich ungefehr wie diese Zahlen 55, 10 und 3. Wenn wir nun für die gröste Tiefe, welche von der grösten Geschwindigkeit verursachet worden, 5 Zoll rechnen, so findet man nach dieser Verhältniß der Quadraten, daß die Tiefen, welche durch die beyden geringern Grade der Geschwindigkeit sind verursachet worden, hätten $\frac{10}{11}$ und $\frac{3}{11}$ eines Zolls betragen müssen: welche Zahlen von den durch die Erfahrung gefundenen $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{4}$ nicht merklich unterschieden sind. Eine genauere Uebereinstimmung dergleichen Versuche mit der Theorie kann man nicht erwarten, wenn man die ungleiche Verbindung der Theilchen eines Stücks Holzes, und die durch den Stoß verursachte Veränderung in der Figur der Kugel in Erwegung zieht.

Da nun die Tiefe der Löcher mit den Quadraten der Geschwindigkeit des anstossenden Körpers in einerley Verhältniß ist, so wird daher der gleichförmige Wiederstand des Holzes aus eben denjenigen Gründen leicht erwiesen, durch welche man die gleichförmige Würkung der Kraft der Schwehre aus der Eigenschaft der Geschwindigkeiten, deren Quadrata mit den Höhen, aus welchen ein Körper herunter gefallen, einerley Verhältniß haben, zu beweisen pflegt. Dieses erhellet auch aus dem Aufsteigen der Körper, welche gerade aufwärts geworfen werden; denn in diesem Fall verhält sich auch immer die Höhe, zu welcher der Körper gelanget, wie das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher der Körper im Anfang ist hinauf geworfen worden.

ANMERKUNG

Wenn ein Körper gegen eine unbewegliche Wand, oder einen Wall geworfen wird, so prollt derselbe entweder zurück, oder dringet hinein, so lange, bis seine ganze Geschwindigkeit durch den Wiederstand zernichtet worden. Das Zurückprollen geschieht, wenn sowohl der anstossende Körper, als der Wall vollkommen elastisch, oder mit einer Kraft begabet sind, sich, nachdem in ihrer Figur eine Aenderung vorgegangen, wiederum in ihre vorige Form herzustellen. Wo sich diese Kraft nicht befindet, da dringet die Kugel so tief hinein, bis sie alle Bewegung verlohren, und bleibt alsdenn still stehen. In beyden Fällen machet nehmlich die Kugel einen Eindruck: im erstern Fall wird derselbe wiederum hergestellet, im letztern aber

dauret der Eindruck noch nach dem Stoß fort; und hieraus
Unterscheid zwischen den elastischen und nicht elastischen Körp
diesen zwey Arten der Körper giebt es aber noch unendlich vi
Mittel-Arten, je nachdem die Wiederherstellungs-Kraft in den
oder kleiner ist: ja man kann fast mit Gewißheit behaupte
der ganzen Welt weder ein vollkommen elastischer Körper bef
solcher, welcher von aller Elasticität gänzlich entblösset wä
Körper mag so vollkommen elastisch scheinen, als immer möglic
doch allezeit von einem jeglichen darinn gemachten Eindruck
Merckmahl zurück: und man hat auch noch keinen Körper an
cher, nachdem er einen Eindruck empfangen, sich nicht einiger M
herstellen sollte. Wir haben aber zur Erläuterung des gegenw
nur allein auf den Eindruck zu sehen, welcher entsteht, wenn
auf einander stossen, und welcher allezeit entsteht, die Körper m
seyn oder nicht: und in dieser Absicht gilt es gleich viel, ob d
entweder unverändert fortdauret, oder gänzlich oder auch n
wiederum hergestellet wird. Unterdessen ist doch so viel aus
bekannt, daß wenn eine Kugel in einen Wall, oder in eine
hinein geschossen wird, die Kugel darinn stecken bleibe, und
wiederum zurück getrieben werde. Dahero wenn diese Körper
elastischen Kraft begabet sind, so kann dieselbe sicher aus der
werden.

Wenn nun eine Kugel gegen einen solchen Körper gesch
machet dieselbe nicht nur einen Eindruck, sondern dringet
gewisse Tiefe hinein: und da solches ohne einen grossen Wieders
schehen kann, so wird dadurch die Bewegung der Kugel nach
mindert, und endlich gar zernichtet. Um also die Tiefe zu find
eine Kugel hinein zu dringen vermögend ist, so muß man de
bestimmen können, welchen die Kugel, indem sie hineindringet,
die Wand oder der Wall, von Holz oder Erden ist, so sieht m
um darinn einen Eindruck zu verursachen, eine um so viel
erfordert werde, je grösser die Höhlung ist, welche darinn ge
soll. Denn da die Elasticität in diesen Fällen nicht merklich
die Kugel, nachdem sie schon auf eine gewisse Tiefe hineinge
eben so grossen Wiederstand, als anfänglich. Derohalben ist
stand eine beständige oder gleichförmige Kraft, welche nich
schwindigkeit der Kugel beruhet, und ist also in diesem Stück

wehre ähnlich, durch welche ein aufwärts geworfener Körper in gleichen ...en immer gleich viel von seiner Geschwindigkeit verliehrt, dieselbe mag ...ß oder klein seyn. Die Grösse dieser Kraft beruhet nun erstlich auf der ...igkeit der Materie der Wand oder des Walles, hernach aber auch auf der ...ite des Lochs, welches die Kugel darinne macht, und welches dem Quadrat ... Diameters der Kugel proportional ist.

Wenn also der Diameter der Kugel $= c$ gesetzt, und die Festigkeit ... Walls durch f angedeutet wird, so wird der Widerstand dieser Formul ... proportional seyn. Wir wollen also setzen, diese Kraft des Wieder...ds sey gleich dem Gewicht einer Wasser-Säule, deren Höhe $= f$, und ...che mit der Kugel gleich dick ist, indem es uns frey steht, diese Ge... nach Belieben zu bestimmen, wenn nur in allen verschiedenen Fällen ... wahren Verhältnisse der Grösse f beobachtet werden. Ferner wollen ... setzen, die Schwehre der Materie, woraus die Kugel besteht, verhalte ... zur Schwehre des Wassers wie n zu 1. Nun soll b die Höhe an...en, aus welcher durch den Fall eben diejenige Geschwindigkeit erzeuget ...l, mit welcher die Kugel anfänglich auf den Wall stößt; nachdem dieselbe ... schon auf eine Tiefe $= x$ hineingedrungen, so soll die Geschwindigkeit der ...el durch $\sqrt{v}$ angedeutet werden. Da nun die Kugel einem gleich dicken ...nder Wasser gleichet, dessen Höhe $= \frac{2}{3} nc$, so wird sich der Wiederstand ... Gewichte der Kugel verhalten, wie f zu $\frac{2}{3} nc$, das ist, wie $\frac{3f}{2nc}$ zu 1. ...aus bekommt man, indem die Kugel durch den unendlich kleinen Raum ...weiter hinein dringt, diese Aequation

$$dv = -\frac{3f\,dx}{2nc}$$

also

$$v = b - \frac{3fx}{2nc}.$$

... Kugel fährt aber so lange fort, weiter hinein zu dringen, bis sie ihre Be...ung gänzlich verlohren, das ist, bis $v = 0$. Wenn dahero die Tiefe des ...s, welches die Kugel durch ihre Bewegung in dem Wall zu verursachen ...mögend ist, gesetzt wird $= a$, so bekommt man diese Vergleichung

$$b = \frac{3af}{2nc} \quad \text{oder} \quad a = \frac{2ncb}{3f}.$$

... Tiefe ist also wie das Gewicht der Kugel und das Quadrat ihrer Ge-

schwindigkeit mit einander multiplicirt, und durch das Quadrat der Kugel nebst der Festigkeit des Walls dividirt. Wenn also g in eben denselben Wall geschossen werden, so verhält sich die Ti wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeit. Da nun dieses durch bestätiget worden, so folgt daraus, daß auch unsere Gründe, Schluß gemacht worden, richtig seyn müssen. Wir sehen aber daß wenn ungleich grosse Kugeln, welche jedoch aus einerley stehen, mit gleicher Geschwindigkeit gegen eben denselben Wa werden, die Tiefe der Löcher dem Diameter der Kugel prop müsse. Also daß grössere Kugeln unter einerley Umständen nicht nur grössere Oefnungen machen, sondern auch tiefer hineind Wenn aber hinwiederum aus der Erfahrung die Tiefe, auf welche Kugel mit einer bekannten Geschwindigkeit in einen Wall hine gefunden worden, so kann man daraus die Grösse f, wodurch die Materie des Walls angezeigt wird, bestimmen, und solchergesta durch die Erfahrung die Festigkeit aller verschiedenen Materie Wälle immer bestehen mögen, untereinander vergleichen.

Der Autor hat seine Kugeln gegen einen Bloch aus Ulmen geschossen, und dahero können wir den Werth des Buchstabens baumen-Holtz bestimmen. Die Kugel hielt $\frac{3}{4}$ Zoll im Diamete $c = 0,0625$ Engl. Schuh, und da die Kugel von Bley gewe $n = 11,35$. Hernach hatte die Kugel eine Geschwindigkeit von in einer Secunde, dahero wird $b = 44900$ Engl. Schuh, und end Kugel 5 Zoll tief, das ist 0,4166 Schuh, in das Holz hinein. man aus der Aequation

$$f = \frac{2ncb}{3a}$$

diesen Werth:

$$f = \frac{22,7 \cdot 0,0625 \cdot 44900}{1,25} = 50960.$$

Dieses ist also der Werth des Buchstabens f für Ulmenbäu welchem man in allen Fällen, wie tief eine jede Kugel hine vermögend ist, bestimmen kann. Damit man aber die Festigkei mit der Festigkeit eines erdenen Walls vergleichen könne, so wo daß eine halbe Carthaunen-Kugel mit voller Ladung in einen 15 Schuh tief hinein dringe. Weil diese Kugel von Eisen, so und der Diameter der Kugel ist $c = 0,46$ engl. Schuh. Die C

ieser Kugel, womit dieselbe den Wall erreichet, mag ungefehr 1300 Schuh in iner Secunde austragen, und da wird $b = 27040$[1]. Weil nun $a = 15$ Schuh, o wird $f = 4323$[2]. Folglich verhält sich die Festigkeit des Ulmenbäumen-Iolzes zur Festigkeit eines erdenen Walls ungefehr wie 11,8[3] zu 1. Und auf iese Art könnte man die Festigkeit aller andern Materien mit einander verleichen, wenn darüber solche Versuche angestellet würden.

1) Im Original 27800. 2) Im Original 4441. 3) Im Original 11.

Unter der Voraussetzung, daß die obigen Angaben, betreffend die Geschwindigkeit und Einringungstiefe des Geschosses einer halben Carthaune, sich auf rheinländisches Maß beziehen, beichtigt von F. R. S.

II

BALLISTISCHE ABHANDLUNGEN

RECHERCHES SUR LA VERITABLE COURBE QUE DECRIVENT LES CORPS JETTES DANS L'AIR OU DANS UN AUTRE FLUIDE QUELCONQUE

Commentatio 217 indicis Enestroemiani
Mémoires de l'académie des sciences de Berlin [9] (1753), 1755, p. 321—352

1. Après la découverte de GALILÉE, que les corps jettés obliquement dans un espace vuide décrivent toujours une parabole, on s'est bien apperçu, qu'on n'en sauroit faire l'application pour déterminer le mouvement d'une bombe, ou d'un boulet de canon. Car, puisque la vitesse, dont ces corps traversent l'air, est si rapide, la résistance de l'air devient si grande par rapport à la pesanteur, que son effet détourne très considérablement ces corps d'une route parabolique; de sorte que les calculs fondés sur la nature de la parabole ne sont plus d'aucun usage dans ces occasions. C'est dequoi il ne faut pas être surpris, puisque GALILÉE dans sa recherche n'a tenu compte d'autres forces qui agissent sur les corps, que de la seule force de gravité, n'ayant fait aucune attention à la résistance que les corps éprouvent de la part de l'air.

2. Il y a donc en effet deux forces, à l'action desquelles un corps qui se meut dans un fluide, est assujetti. L'une est la force de gravité, ou la pesanteur du corps, sur laquelle il faut pourtant remarquer, qu'elle est moindre que la pesanteur naturelle du corps, étant diminuée du poids d'un égal volume du fluide, dans lequel le mouvement se fait. L'autre force est celle de la résistance, qu'on sait être proportionelle aux quarrés de la vitesse du corps; et quand le corps est un globe, comme on le suppose ordinairement, la direction de cette force est diamétralement opposée à celle du mouvement du corps. Cette force change donc continuellement tant de quantité que de

direction, au lieu que la premiere demeure toujours la même
de déterminer la courbe, qu'un corps jetté obliquement doi
sollicité par ces deux forces, dont je viens de parler.

3. Quoique cette question se réduise aisément à un pro
analytique, le grand NEWTON y a inutilement travaillé malgré
très ingénieuses pour arriver à sa solution. Il étoit même
l'eût entreprise; et ayant si bien réussi dans la supposition,
soit proportionnelle à la vitesse même, il est presque inconc
soit pas venu à bout, lorsque la résistance est supposée pr
quarrés de la vitesse, après avoir résolu quantité de question
ment plus difficiles. C'est donc feu M. JEAN BERNOULLI[1]),
premier la solution de ce problème, d'où il a même tiré une
la courbe par le moyen des quadratures de quelques courbe
dont la description n'est cependant pas fort difficile.

4. Voilà donc ce grand problème résolu, et même très
a longtems. Cependant la solution, quelque bonne qu'elle soit
est pourtant telle, qu'on n'en a pû tirer jusqu'ici le moindre
pratique, et pour en corriger la fausse théorie fondée sur la
quelle les Artilleristes sont encore obligés de s'en tenir, que
noissent que trop l'insuffisance. Ainsi il est certain que
apporté aucun avantage réel à l'avancement de l'Artillerie, et
n'a servi qu'à mieux asseurer les gens du métier de la fauss
cipes tirés de la nature de la parabole, auxquels ils ne la
réduits encore. C'est bien quelque chose que de savoir, qu
naires trompent: mais à moins qu'on ne sache assés précisém
elles trompent en chaque cas, l'avantage se réduit à fort pe

5. Il semble aussi d'abord, que ce seroit un ouvrage san
prendre d'établir de nouvelles règles pour le jet des bomb
de canon, qui soient conformes à la véritable courbe que co

1) JOH. BERNOULLI, *Responsio ad nonneminis provocationem, eiusque sol*
eadem propositae de invenienda linea curva, quam describit projectile in medio r
1721, p. 216; *Opera omnia*, Lausannae et Genevae 1742, t. II, p. 393–402

dans l'air. Car comme l'hypothèse de GALILÉE ne demande que l'élévation du mortier avec la vitesse dont la bombe en sort, il n'a pas été difficile de calculer des Tables, qui marquent pour tous les cas possibles, tant la hauteur à laquelle la bombe arrive, que le point où elle doit retomber en terre. Mais, si l'on vouloit faire de semblables Tables, qui soient d'accord avec la vérité, il faudroit outre les deux élémens mentionnés encore avoir égard, tant au diamètre de la bombe ou boulet, qu'à son poids; et partant on seroit dans la nécessité de calculer de telles tables pour chaque diamètre, et tous les poids qui lui pourroient convenir; ce qui rendroit sans doute impraticable l'exécution d'un tel ouvrage.

6. Cependant ayant bien pesé toutes ces difficultés, je ne les trouve pas tout à fait insurmontables; car j'ai remarqué qu'une infinité de cas, qui semblent différens, peuvent être compris dans une même Table; et quoique, ce nonobstant, le nombre des cas ne laisse pas d'être encore infini, comme ils tiennent un certain ordre entr'eux, il suffira d'en calculer un certain nombre, pour en pouvoir tirer ensuite tous les autres par la voye d'interpolation. Tout l'ouvrage sera donc réduit à un certain nombre de Tables calculées, et à une instruction, qui en enseigne l'usage; et cela sera suffisant pour calculer tous les cas qui se peuvent présenter dans l'Artillerie, et on sera en état de les expédier presque aussi promtement, que dans l'hypothèse vulgaire de GALILÉE.

7. Pour mieux expliquer mes idées, je commencerai par tirer la solution de cette question des premiers principes de la Mécanique. D'abord donc je considère le vrai poids du globe dont il s'agit de déterminer le mouvement; et posant ce poids $= P$, soit H le poids d'un volume égal de l'air, ou du fluide, dans lequel le mouvement se fait; cela posé, on sait que le poids de ce globe dans le fluide sera $= P - H$; ce qui étant la force qui sollicite le globe actuellement en bas, la force accélératrice de la gravité, qui agit sur ce globe, sera

$$= \frac{P - H}{P} = 1 - \frac{H}{P}.$$

Cette force accélératrice se trouvera donc en retranchant de l'unité la fraction $\frac{H}{P}$, qui marque le rapport de la gravité spécifique du fluide à celle du globe. Donc, lorsque le mouvement se fait dans l'air, à moins que le globe

ne soit d'une matiere extrèmement legere, on voit bien, qu'on po
poser sans erreur cette force accélératrice $= 1$; cependant pour re
recherches générales, j'exprimerai par α dans la suite cette force acc
de la gravité, de sorte que

$$\alpha = 1 - \frac{H}{P}.$$

8. Pour découvrir la résistance de ce globe, soit d son diamè
la hauteur d'où un corps grave dans le vuide acquiert en tombant
vitesse, dont nous supposons, que le globe se meut dans le fluide
donc le rapport du diamètre à la circonference $= 1 : \pi$, l'aire du p
cercle de ce globe sera $= \frac{1}{4}\pi dd$; donc sa surface $= \pi dd$, et la s
globe même $= \frac{1}{6}\pi d^3$, qui exprimera donc le volume d'une masse
dont le poids est $= H$; ainsi que nous venons de supposer. Ensu
plan égal au grand cercle $\frac{1}{4}\pi dd$ se mouvoit directement dans le fl
la vitesse du globe, on sait que la résistance seroit égale au poids
lindre du fluide, dont la base seroit $= \frac{1}{4}\pi dd$, et la hauteur $= v$,
dité par conséquent $= \frac{1}{4}\pi ddv$. Or on sait aussi que la résistance
ne vaut que la moitié de celle du grand cercle; donc la résistance
sera égale au poids d'une masse du fluide, dont le volume

$$= \frac{1}{8}\pi ddv.$$

9. Or le poids d'un volume de ce fluide $\frac{1}{6}\pi d^3$ étant $= H$, le
volume que nous venons de trouver $\frac{1}{8}\pi ddv$ sera $= \frac{3v}{4d}H$: qui e
force de la résistance, et si nous la divisons par la masse, ou le
globe P, nous aurons la force retardatrice, qui resulte de la résista

$$= \frac{3v}{4d}\cdot\frac{H}{P};$$

et dont la direction est contraire au mouvement du globe. Or, pui
le diamètre du globe d, que le rapport de sa gravité spécifique à
fluide, ou P à H, est supposé être connu, je poserai pour abréger

$$\frac{4d}{3}\cdot\frac{P}{H} = c;$$

oir la force retardatrice de la résistance $= \frac{v}{c}$. Or l'on voit que r, la valeur de la fraction $\frac{P}{\Pi}$ sera toujours un nombre très grand; globe n'étoit pas plus pesant qu'un égal volume d'eau, il y auroit ou environ.

Le rapport de la gravité spécifique du globe et du fluide se trouve aisément par le moyen de l'eau; car sachant le poids P du globe, d'abord le volume d'une masse d'eau, dont le poids est aussi $= P$, connoit le poids d'un pied cubique d'eau. Soit donc e^3 le volume masse d'eau dont le poids $= P$, et que la gravité spécifique de l'eau elle du fluide, dans lequel se fait le mouvement, comme 1 à μ, et le volume de ce fluide, dont le poids est $= P$. Or Π marque le ne masse du même fluide, dont le volume est $= \frac{1}{6}\pi d^3$, d'où nous

$$P : \Pi = \frac{1}{\mu} e^3 : \frac{1}{6} \pi d^3,$$

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{6 e^3}{\mu \pi d^3};$$

s aurons

$$c = \frac{8 e^3}{\mu \pi d d}.$$

nt si le mouvement se faisoit dans l'eau, à cause de $\mu = 1$, on auroit

$$c = \frac{8 e^3}{\pi d d};$$

ue le mouvement se fait dans l'air, on aura à peu près

$$c = \frac{6666 e^3}{\pi d d},$$

$$c = \frac{2133 e^3}{d d}.$$

Cette formule aura lieu, lorsque le mouvement du globe n'est pas e, pour que l'air puisse aussitôt librement remplir l'espace, que le ent de quitter. Mais si le mouvement est si rapide, que l'air ne

sauroit occuper dans le même instant l'espace, que le globe laiss
de sorte que cet espace demeure vuide, du moins pour un insta
globe soutenant sur sa partie d'avant toute la pression de l'atmo
n'étant pas contrebalancée par une pression égale de derrière, il
la résistance sera augmentée de toute la pression de l'atmosp
partie antérieure du globe. Donc, posant k pour la hauteur d'
d'eau, qui est en équilibre avec l'atmosphère, cette pression se
poids d'une masse d'eau, dont le volume $= \frac{1}{4}\pi ddk$, et parta
d'une masse d'air dont le volume $= 213\pi ddk = 669 ddk$ à peu p

12. La résistance entiere du globe dans l'air sera donc dans
au poids d'une masse d'air, dont le volume

$$= \frac{1}{8}\pi ddv + 213\pi ddk.$$

Donc le poids du globe étant égal au poids d'un volume d'air
force retardatrice de la résistance sera

$$= \frac{\pi ddv}{6666 c^3} + \frac{\pi ddk}{4 c^3}.$$

Or nous venons de poser

$$c = \frac{6666 c^3}{\pi dd},$$

ou bien

$$\pi dd = \frac{6666 c^3}{c};$$

donc la force retardatrice de la résistance sera

$$= \frac{v}{c} + \frac{6666 k}{4c} = \frac{v + 1666 k}{c}.$$

13. Cette force aura donc lieu, lorsque la vitesse du glo
grande que celle dont l'air en vertu de son ressort entreroit da
vuide. Or le ressort étant égal au poids d'une colomne de mêm
la hauteur $= 850k$, la vitesse dont l'air entrera dans un espac
duë à la hauteur $850k$; donc, toutes les fois que $v > 850k$, la f
trice de la résistance de l'air sera

$$= \frac{v + 1666 k}{c}.$$

r pour l'état ordinaire de l'air, on sait *qu'il est environ* $k = 33$ pieds; de orte que ce cas aura lieu, lorsque $v = 28050$ pieds, *ou que le globe parcourt* ans une seconde un espace plus grand que de 1325 pieds.

14. De là on comprend aisément, que quand même *v sera plus petit que* $850k$, la force retardatrice de la résistance ne sera pas subitement réduite $\frac{v}{c}$; et que la pression de l'atmosphère sera toujours plus petite sur la artie de derrière du globe que sur celle d'avant: d'où résultera une augmention de la résistance. Ainsi s'il étoit $v = \frac{1}{2}\cdot 850k$, la force retardatrice de résistance sera

$$\frac{v + \frac{1}{2}\cdot 1666k}{c};$$

en général lorsque $v = \frac{1}{n}\cdot 850k$, cette force deviendra à peu près

$$\frac{v + \frac{1}{n}\cdot 1666k}{c},$$

u bien

$$\frac{3v}{c}.$$

Cependant il s'en faut bien, que cette détermination soit assés exacte, vu *celle dépend de la pression de l'atmosphère sur le derrière du globe.* Or il ut aussi *remarquer que cette recherche n'est pas susceptible d'une entiere* ueur de Geometrie, et qu'il faut se contenter d'une approximation conenable.

15. Par cette raison nous ne nous tromperons gueres, quand nous supposerons la force retardatrice de la résistance $= \frac{3v}{c}$, quoiqu'elle devienne ussée, lorsque $v < 850k$. Car, puisque cela ne sauroit arriver que dans les ouvemens les plus rapides, et que ceux-ci sont bientôt réduits à une valeur e v au dessous de $850k$, l'erreur qui en résulte ne sera pas considérable. onc, au lieu de $c = \frac{6666 e^3}{\pi dd}$, si nous supposons $c = \frac{2222 e^3}{\pi dd}$, ou bien $c = 707\cdot\frac{e^3}{dd}$, force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c}$; et nous nous servirons de tte formule à l'avenir pour la commodité du calcul, où il faut se souvenir, ue d marque le diamètre du globe, et e^3 le volume d'eau dont le poids est gal à celui du globe.

16. Donc, pour déterminer le mouvement d'un globe lancé
faut commencer par mesurer exactement tant son diamètre d
auquel on cherchera un volume d'eau également pesant, qui
alors on en tirera la valeur de $c = 707 \cdot \frac{c}{dd}$, sur laquelle le ca
toute. D'où l'on voit déjà que le calcul sera le même pour le
dont le poids aura au quarré de leur diamètre le même rappo
on ne sauroit nier, que le nombre 707 n'est pas trop bien con
est même variable à cause de la diverse température de l'air.
une affaire à laquelle il faut avoir égard dans l'application
expériences: et dans le calcul même on regardera la quantité
nue, sans se soucier, comment elle dépend de la grandeur o
globe. Quand on passe ensuite à la pratique, on cherchera pa
périence, quelle valeur doit être donnée à la quantité c pour
proposé et pour chaque état de l'air.

17. Soit donc $CNAMH$ (Fig. 1) la courbe décrite par un
fluide quelconque, que α marque la force accélératrice de la g

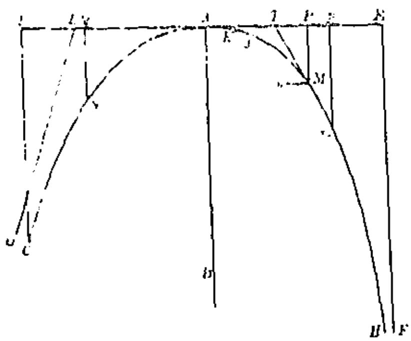


Fig. 1.

soit la quantité mention
pend la résistance. Soit
plus haut de cette courb
zontale BAE la tangen
CNA sera donc la p
courbe, par laquelle le g
et AMH celle, par laqu
Considérons séparément
de la montée et de la d
pour celle-cy une absci
prise sur la horizontale
pliquée verticale qui y r
et que v soit la hauteur duë à la vitesse du globe en M;
force retardatrice de la résistance y sera $= \frac{v}{c}$.

18. Décomposant le mouvement du corps selon les direct
AP et la verticale PM, celui-cy sera premièrement accélé
accélératrice de la gravité $= \alpha$. Ensuite la force retardatrice
$\frac{v}{c}$ agissant selon la direction de la tangente MT, si nous p

courbe $Mm = ds$, il en résultera une force qui s'oppose au mouvement tal,

$$= \frac{vdx}{cds},$$

qui s'oppose au mouvement vertical,

$$\frac{vdy}{cds}.$$

i nous posons l'élément du tems $= dt$, de sorte que $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, et que renions cet élément dt pour constant, les principes mécaniques de ration nous fourniront ces deux égalités:

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{vdx}{cds}$$

$$\frac{2ddy}{dt^2} = a - \frac{vdy}{cds}.$$

. Puisque $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, nous aurons $v = \frac{ds^2}{dt^2}$, d'où nos deux équations ront

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dxds}{cdt^2}$$

$$\frac{2ddy}{dt^2} = a - \frac{dyds}{cdt^2}.$$

ons de plus

$$dy = pdx,$$

e que p exprime la tangente de l'angle PTM, ou de l'inclinaison du nent du corps à l'horizon, et à cause de

$$ds = dx\sqrt{(1+pp)}$$

$$ddy = pddx + dxdp,$$

urons ces deux équations:

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dx^2\sqrt{(1+pp)}}{cdt^2}$$

et

$$\frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dxdp}{dt^2} = a - \frac{pdx^2\sqrt{(1+pp)}}{cdt^2},$$

et si nous retranchons de celle-cy la premiere multipliée par p

$$\frac{2dxdp}{dt^2} = a,$$

ou bien

$$adt^2 = 2dxdp;$$

or la premiere donne

$$-\frac{2ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}.$$

Enfin on aura

$$P = \frac{dx^2(1+pp)}{dt^2} = \frac{adx(1+pp)}{2dp}.$$

20. Parce que $2dp = \frac{adt^2}{dx}$, l'autre équation

$$-\frac{2ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$$

multipliée par dp se réduira à celle-cy

$$-\frac{2adt^2ddx}{dx^3} = \frac{2dp\sqrt{(1+pp)}}{c},$$

dont l'intégrale à cause de l'élément dt constant est

$$\frac{adt^2}{dx^2} = \frac{2dp}{dx} = 2C + \frac{2}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)},$$

d'où nous tirons

$$dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}$$

et

$$dy = \frac{pdp}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}},$$

nc

$$ds = dx\sqrt{(1+pp)} = \frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}.$$

nsuite à cause de $\alpha dt^2 = 2dxdp$, nous obtiendrons

$$\tfrac{1}{2}\alpha dt^2 = \frac{dp^2}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}$$

$$dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp}{\sqrt{\left(C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}\right)}},$$

enfin pour la vitesse du corps nous aurons:

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha(1+pp)}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}.$$

21. Pour la formule intégrale $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, qui entre dans ces ex-
essions, il est évident qu'elle exprime un arc parabolique; ou bien on le
urra assigner par les logarithmes, puisque

$$\int dp\sqrt{(1+pp)} = \tfrac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \tfrac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)});$$

enant l'intégrale en sorte qu'elle évanouisse au cas de $p=0$, ce qui arrive
sommet A de la courbe, où la tangente est horizontale. Ainsi regardant
clinaison du mouvement du corps à l'horizon, dont la tangente est $=p$,
mme connuë, pour l'endroit M, où cela arrive, nous pourrons déterminer
oscisse $AP=x$, l'appliquée $PM=y$, l'arc $AM=s$, la hauteur duë à la
esse en M, et enfin le tems, que le corps a mis à parcourir l'arc AM.

22. Posons pour la constante C, qui a été introduite par l'intégration,
te fraction $\frac{n}{c}$, et il est clair que n désignera un nombre absolu. Ensuite
ttons pour abréger

$$\int dp\sqrt{(1+pp)} = P,$$

vu que pour chaque valeur de p on peut aisément trouver celle pour la branche AMH, par laquelle le corps descend, nous aurons males suivantes:

$$x = c\int\frac{dp}{n+P}, \quad y = c\int\frac{pdp}{n+P}, \quad s = c\int\frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n+P}.$$

$$dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp\sqrt{c}}{\sqrt{(n+P)}} \quad \text{ou} \quad t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n+P)}}$$

et

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}.$$

Ces integrales doivent être prises en sorte, qu'elles évanouissent da $p=0$: d'où l'on voit que la hauteur duë à la vitesse en A sera

$$= \frac{\alpha c}{2n}.$$

23. Ces memes formules servent aussi à exprimer la nature c branche ANC, que le corps aura décrite en montant; car on n'a qu' négative la valeur de P. Ainsi, si la direction du mouvement e avec l'horizon un angle dont la tangente $= p$, on aura

$$AQ = c\int\frac{dp}{n-P}, \quad QN = c\int\frac{pdp}{n-P} \quad \text{et} \quad AN = c\int\frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n-P}$$

le tems par l'arc AN

$$= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n-P)}},$$

la hauteur duë à la vitesse en N

$$= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n-P}.$$

D'où l'on voit que dans la branche ascendante ANC l'inclinaison de gentes à l'horizon ne sauroit nulle part devenir si grande, qu'il fû et là où $P = n$, la vitesse du corps est infinie.

24. Le mouvement du corps, et la courbe qu'il décrit, $CNAMH$ dépend donc de trois constantes a, c et n, dont il faut savoir les valeurs pour chaque cas proposé. La premiere a est déterminée par la gravité specifique du fluide à l'égard de celle du globe; et comme elle n'entre pas dans les formules qui déterminent la nature de la courbe, on la connoitra indépendamment de a; ce n'est que le tems et la vitesse qui en dépendent. La quantité c est déterminée par le diamètre et le poids du globe, et comme elle ne fait que multiplier les formules trouvées, elle ne cause aucun embarras dans le calcul. Or la troisième quantité n, qui dépend de la vitesse imprimée au corps, affecte tellement nos formules, qu'on est obligé d'en calculer les valeurs à part pour toutes les différentes valeurs de n.

25. Pour déveloper mieux la nature de cette courbe, il sera bon d'avoir aussi égard au rayon de sa dévelopée, qui mesure sa courbure dans chacun de ses points. Or on sait que, posant $dy = pdx$, le rayon de courbure est

$$= \frac{dx(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{dp}.$$

Donc, puisque $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+P}$ pour la branche descendante, le rayon de courbure en M sera

$$\frac{c(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{n+P}.$$

Or pour la branche ascendante en N, où est aussi $dy = pdx$, le rayon de courbure sera

$$= \frac{c(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}{n-P}.$$

Ainsi là où $P = n$, et la vitesse du corps est infinie, le rayon de courbure devient aussi infiniment grand; et l'on voit que dans les deux branches, où leurs tangentes sont également inclinées à l'horizon, le rayon de courbure, de même que les autres quantités, x, y, s, t et v, sont plus grandes dans la branche ascendante que dans la descendante.

26. Donc dans un milieu résistant, les deux branches de la courbe décrite par un corps, sont dissemblables, en sorte que la branche descendante est plus courbée que l'ascendante, et le mouvement par celle-cy plus rapide

que par celle-là. Or dans le vuide les deux branches sont, con égales et semblables, et le mouvement aussi le même: ce que déclarent aussi évidemment; car pour le vuide la quantité c de de même que le nombre n, puisque $\frac{cc}{2n}$ marque la hauteur duë en A. Donc P évanouit par rapport à n, et puisque $\alpha = 1$, si

$$\frac{c}{2n} = b,$$

nous aurons pour le vuide:

$$x = 2bp, \quad y = bpp, \quad s = 2b\int dp\sqrt{(1+pp)},$$

$$t = 2bp \quad \text{et} \quad v = b(1+pp),$$

et le rayon de courbure

$$= 2b(1+pp)^{\frac{3}{2}},$$

d'où il est évident, que la courbe est une parabole, et le mo qu'il est connu.

27. C'est donc de la quantité $P = \int dp\sqrt{(1+pp)}$, que rés rence entre les trajectoires dans le vuide et dans un fluide; et cette différence sera d'autant plus grande, plus sera grande la qu rapport au nombre n. Or la quantité P évanouit au sommet A; part et d'autre elle croit avec l'angle MTP, que la tangente fait avec l'horizon; en sorte que lorsque cet angle devient droit, P sera même infinie. Par conséquent quelque petite que soit la courbe $CNAMH$ s'écarte enfin à l'infini de la parabole; puis nuant ses branches il doit arriver nécessairement, que la quantit enfin égale au nombre n, quelque grand qu'il soit, et qu'elle le su infiniment.

28. Mais, lorsqu'on veut seulement connoître une telle partie comme NAM, que l'inclinaison des tangentes à ses extrémités si petite, que la quantité P qui en résulte, soit fort petite pa nombre n, alors on pourra trouver des approximations assés con décrire cette portion de la courbe. Car, puisque P est fort pet port à n, on aura

$$\frac{1}{n+P} = \frac{1}{n} - \frac{P}{nn} \quad \text{et} \quad \frac{1}{n-P} = \frac{1}{n} + \frac{P}{nn};$$

$$\frac{1}{\sqrt{(n+P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{P}{2n\sqrt{n}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{(n-P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{P}{2n\sqrt{n}}.$$

our la branche descendante AM nous aurons

$$P \quad x = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}\int P\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}Pp + \frac{1}{3n}\left((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1\right)\right),$$

$$\frac{c}{n}\left(\frac{1}{2}pp - \frac{1}{n}\int Pp\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(\frac{1}{2}pp - \frac{1}{2n}Ppp - \frac{1}{8n}P + \frac{1}{8n}p(1+pp)^{\frac{3}{2}}\right).$$

$$AM = s = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{n}\int P\,dp\sqrt{(1+pp)}\right) = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{2n}PP\right),$$

par AM

$$t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha n}}\left(p - \frac{1}{2n}Pp + \frac{1}{6n}\left((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1\right)\right).$$

ur due à la vitesse en M

$$v = \frac{\alpha c(1+pp)}{2n}\left(1 - \frac{P}{n}\right).$$

nt p et P négatifs ces mêmes expressions serviront pour la branche te AN.

Or ces approximations n'auront lieu, que tandis que la quantité P extrèmement petite par rapport au nombre n. Donc, plus le nombre rand, plus sera aussi grande la portion de la courbe MAN, qu'on au juste par le moyen de ces formules. Mais, dès qu'on en veut une plus grande portion, ces approximations ne sont plus d'aucun t alors, puisqu'il n'y a pas moyen d'intégrer les formules trouvées y et le tems t, on sera réduit à en chercher la valeur par la voye ratures. Or, avant que d'entreprendre cet ouvrage, il sera bon de r quelques phénomènes, que nous découvre la considération de cette

30. Et d'abord je remarque, que l'arc de la courbe AM =
primer par un logarithme; car, puisque $dp\sqrt{(1+pp)} = dP$, on

$$s = c\int \frac{dP}{n+P}$$

et partant

$$s = cl\,\frac{n+P}{n},$$

puisque en A, où $s=0$, il est $P=0$; et cette formule est déjà
pour décrire la courbe; car calculant pour un grand nombre de
celle de s, on trouvera autant de portions de la courbe, et sa
ome l'inclinaison à l'horizon, on en tirera aisément les portion
et de l'appliquée, qui leur conviennent; lesquelles étant ajou
donneront tant l'abscisse que l'appliquée entiere, qui répond
point de la courbe. Ensuite, ayant la vitesse à chaque point
par la formule

$$v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+P},$$

chaque particule de la courbe divisée par $\sqrt{v}$ donnera le tems,
met à la parcourir; et pourvu qu'on prenne les particules de l
petites, on obtiendra assés exactement tant la figure de la c
mouvement du corps.

31. Puisque pour la branche descendante nous venons de

$$s = cl\,\frac{n+P}{n},$$

nous voyons que cette courbe approche de plus en plus de la
cale, qu'elle n'atteint pourtant qu'à l'infini. Car l'arc s ne devi
lorsque P est infini, ce qui arrive, quand p est pris infini, o
gente de la courbe devient verticale. Or pour la branche asc
nous aurons l'arc AN

$$= -cl\,\frac{n-P}{n} = cl\,\frac{n}{n-P};$$

donc cet arc sera infini, lorsque $P=n$; de là on obtiendra un
leur pour p, d'où l'on connoitra l'inclinaison de la tangente d
à l'infini, qui sera son asymtote.

32 Ayant pour la branche ascendante

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n-P}$$

voyons qu'à l'infini, où $P=n$, la vitesse du corps est infinie, et qu'on ant jusqu'en A elle devient continuellement plus petite; car en dimi- t p, le numérateur $\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)$ en devient plus petit, et le dénomina- $n-P$ plus grand; l'un et l'autre contribuant à diminuer la vitesse. Or la branche descendante ayant

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P},$$

ura pour le sommet A

$$v = \frac{\alpha c}{2n};$$

e là il ne s'ensuit pas, que plus le corps descend, plus aussi son mouve- sera accéléré; mais plutôt après que le corps aura passé par le sommet on mouvement ne laissera pas de souffrir encore quelque diminution, 'à ce qu'il parvienne à un certain point J, où sa vitesse sera la plus e.

33. Ce point J, où le corps aura la moindre vitesse, se trouvera donc upposant le differentiel de $\frac{1+pp}{n+P}$ égal à zéro; d'où l'on aura

$$2p(n+P) = (1+pp)\sqrt{(1+pp)}.$$

yant

$$P = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \frac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)}),$$

aurons

$$2np + pl(p+\sqrt{(1+pp)}) = \sqrt{(1+pp)}.$$

me cela arrive ordinairement fort près du point A, la valeur de p sera petite, et partant à peu près

$$P = p + \frac{1}{6}p^3 \quad \text{et} \quad (1+pp)\sqrt{(1+pp)} = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$$

notre expression deviendra

$$x = -2c\left(\frac{1-ff}{ff+gg}\int\frac{dq}{ff+qq} + \frac{1+gg}{ff+gg}\int\frac{dq}{gg-qq}\right)$$

ant les intégrales

$$x = \frac{-2c(1-ff)}{f(ff+gg)}\,\mathrm{A.\,tang.}\,\frac{q}{f} - \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)}\,l\,\frac{g+q}{g-q} + \mathrm{Const.}$$

que $x=0$, lorsque $p=0$ et partant $q=1$, nous aurons

$$x = \frac{2c(1-ff)}{f(ff+gg)}\left(\mathrm{A.\,tang.}\,\frac{1}{f} - \mathrm{A.\,tang.}\,\frac{q}{f}\right) + \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)}\,l\,\frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}$$

à cause de $f = \frac{1}{g}$

$$x = \frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}(\mathrm{A.\,tang.}\,g - \mathrm{A.\,tang.}\,gq) + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}\,l\,\frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}.$$

Maintenant on n'a qu'à poser $q=0$, pour avoir le cas de $p=\infty$; cisse qui répond à l'arc infini AMH sera

$$AE = \frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}\,\mathrm{A.\,tang.}\,g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}\,l\,\frac{g+1}{g-1},$$

ut remarquer que

$$gg = 2n\sqrt{\delta} + \sqrt{(1+4\delta nn)}.$$

enant $\delta = \frac{1}{3}$, nous aurons

$$gg = 2n\sqrt{\tfrac{1}{3}} + \sqrt{\left(1+\tfrac{4}{3}nn\right)}$$

nt l'intervalle AE sera ou plus grand ou plus petit que cette ex-

$$\frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}\,\mathrm{A.\,tang.}\,g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}\,l\,\frac{g+1}{g-1}.$$

l'on prenne ou

$$gg = 2n\sqrt{\tfrac{1}{3}} + \sqrt{\left(1+\tfrac{4}{3}nn\right)}$$

$$gg = n + \sqrt{(1+nn)}.$$

41. Lorsque n est un nombre très grand, g en sera un aussi, et A. tan
deviendra $=\frac{\pi}{2}$, prenant π pour la mesure de deux angles droits: donc
cause de

$$l\frac{g+1}{g-1}=\frac{2}{g},$$

notre formule sera

$$\frac{\pi c}{g}+\frac{2c}{gg}.$$

Donc, ayant ou $gg=4n\sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $gg=2n$, les limites entre lesquels l'in
valle AE est compris, seront

$$\frac{\pi c\sqrt{\sqrt{3}}}{2\sqrt{n}}+\frac{c\sqrt{3}}{2n} \quad \text{et} \quad \frac{\pi c\sqrt{2}}{2\sqrt{n}}+\frac{c}{n}.$$

Mais, lorsque n est une fraction très petite, nous aurons ou

$$gg=1+2n\sqrt{\tfrac{1}{3}}, \quad \text{ou} \quad gg=1+n;$$

donc à cause de A. tang. $1=\frac{\pi}{4}$ les limites de l'intervalle AE seront

$$\frac{\pi nc}{2\sqrt{3}}+cl\frac{2\sqrt{3}}{n} \quad \text{et} \quad \frac{\pi nc}{4}+cl\frac{4}{n}.$$

42. La courbe trajectoire donc dans un fluide aura deux asymtotes, l
verticale, qui est convergente avec la branche descendante, et l'autre incl
à l'horizon, pour la branche ascendante, et qui sera tellement incline
l'horizon, que posant la tangente de l'inclinaison $=p$, on aura $P=n$, o

$$n=\tfrac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)}+\tfrac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)}).$$

Pour le cas du vuide cette derniere asymtote devient aussi verticale, de m
que la premiere, et l'une et l'autre sera infiniment éloignée du somme
Or pour trouver le point L, où l'asymtote de la branche ascendante c
la ligne horizontale BAE, posant $P=n$, on aura

$$AL=x-\frac{ydx}{dy}=c\left(\int\frac{dp}{n-P}-\frac{1}{p}\int\frac{pdp}{n-P}\right).$$

13. Après ces remarques générales, venons au fait pour voir, comment ourroit tirer quelque fruit des formules trouvées pour la pratique. Et rd il est évident qu'on ne sauroit se passer d'une Table, qui représente chaque valeur de p celle de P. Donc, puisque p exprime la tangente ngle d'inclinaison de la courbe à l'horizon, posons cet angle $= \varphi$, de que $p = \tang.\varphi$; et à cause de $\sqrt{(1+pp)} = \sec.\varphi$, nous aurons

$$P = \tfrac{1}{2}\tang.\varphi\cdot\sec.\varphi + \tfrac{1}{2}\,l(\tang.\varphi + \sec.\varphi),$$

en

$$P = \tfrac{1}{2}\tang.\varphi\cdot\sec.\varphi + \tfrac{1}{2}\,l\tang.(45^0 + \tfrac{1}{2}\varphi),$$

faut prendre les logarithmes hyperboliques de la tangente des angles $\frac{1}{2}\varphi$, qu'on trouve dans l'Ouvrage de NEPER[1]) sur les logarithmes.

44. C'est donc le contenu de la Table premiere [p. 442], où la premiere nne renferme tous les angles d'inclinaison à l'horizon de degré en degré s 0^0 jusqu'à 90^0; la seconde colomne en contient les tangentes, qui sont aleurs de la lettre p. La troisième colomne fournit les valeurs de la ule $\tang.\varphi\cdot\sec.\varphi$ ou de $p\sqrt{(1+pp)}$, et la quatrième celles de la formule $.(45^0+\frac{1}{2}\varphi)$ ou de $l(p+\sqrt{(1+pp)})$; qui est la même que la Table degrés des latitudes croissantes dans l'Hydrographie. Enfin la cinne colomne contient les valeurs correspondantes de la formule intégrale $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, dont nous avons besoin dans nos expressions.

45. Or, pour connoitre les courbes qu'un corps peut décrire dans un e, il faut remarquer, qu'il y en a une infinité d'especes différentes, qui déterminées par les diverses valeurs du nombre n. Car, tandis que le re n demeure le même, les courbes seront toujours semblables entr'elles, ien de la même espece, quelle que soit la différence entre les quantités c; puisque celles-cy n'entrent dans le calcul, que pour déterminer la deur de la courbe, sans en changer l'espece, et outre cela le mouvement e du corps.

1) J. NAPIER (NEPER) (1550—1617), *Mirifici logarithmorum canonis descriptio etc.*, Edinburgi F. R. S.

46. Le caractère de ces diverses especes sera l'angle OLB, d
tote de la branche ascendante est inclinée à l'horizon. Pour co

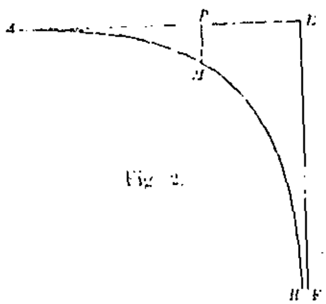


Fig. 2.

angle, on n'a qu'à chercher la
nombre n dans la cinquième colonn
table, et la premiere colonne in
angle. Ainsi, si $n = 0$, l'angle OLB
ou bien l'asymtote OL sera horizon
sommet A se trouvera à l'infini.
donc la branche ascendante de la
nouït, et le corps descendra toujo
en approchant de plus en plus
asymtote verticale EF: ce sera d
miere espece des trajectoires décrites dans un fluide.

47. Pour les autres especes, on les aura en donnant à n des v
matives. Or, quoique le nombre soit infini, il sera bon pour la p
fixer un certain nombre en donnant à l'angle OLB (Fig. 1) des valeu
sent de 5 à 5 degrés. Ainsi la seconde espece sera, si $n = 0,087600$
OLB devient de 5 degrés. Voilà donc les diverses especes, qu'on pou

Espece	L'angle OLB	Valeur du nombre n	Espece	L'angle OLB	Valeu
1	0°	0,0000000	10	45°	[illegible]
2	5	0,0876001	11	50	
3	10	0,1772365	12	55	
4	15	0,2711218	13	60	2
5	20	0,3718537	14	65	3
6	25	0,4826944	15	70	4
7	30	0,6079863	16	75	8
8	35	0,7538161	17	80	1
9	40	0,9291380	18	85	6

L'espece suivante ou la dix-neuvième renfermeroit les cas, où
lancé verticalement en haut; or, puisque ces cas sont suffisamm
ailleurs, je n'en tiendrai pas compte ici.

1) En original 2,390330. 2) En original 8,223570. 3) En origina
Corrigé pa

48. On pourroit encore établir autant d'especes, en donnant à n les
mes valeurs, mais prises négativement; mais, puisque dans ces cas les
rbes sont destituées *de la branche ascendante*, elles *ne sauroient avoir*
, que lorsque le globe seroit d'abord lancé en bas. Or, comme dans
tillerie il n'arrive guères souvent, qu'on baisse les canons ou les mortiers
dessous de l'horizon, il seroit superflu de calculer ces especes; et puisque
lirection des canons et mortiers est toujours, ou horizontale, ou élevée
lessus de l'horizon, on peut même se passer de la premiere espece, vu
lle *n'a jamais lieu* dans la pratique.

49. Le plus sur moyen de calculer chacune de ces especes sera de
ager toute la courbe en plusieurs morceaux, et d'en calculer chacun à
: car alors on n'aura qu'à rassembler les calculs de tous ces morceaux.
donc Mm (Fig. 1) un tel morceau de la courbe, et soit la tangente de
linaison en $M = p$ et en $m = q$, et posant $\int dq\sqrt{(1+qq)} = Q$, de même
$\int dp\sqrt{(1+pp)} = P$, on aura

$$AM = cl\,\frac{n+P}{n} \quad \text{et} \quad Am = cl\,\frac{n+Q}{n};$$

: la portion de l'arc Mm sera

$$= cl\,\frac{n+Q}{n+P}.$$

uite prenant un milieu entre les inclinaisons en M et m, qui soit $= \eta$,
ura pour la portion de l'abscisse qui répond à cet arc

$$Pp = c \cos.\, \eta\, l\,\frac{n+Q}{n+P},$$

our la portion de l'appliquée

$$pm - PM = c \sin.\, \eta\, l\,\frac{n+Q}{n+P};$$

vu que la différence entre p et q soit assés petite.

50. Ensuite pour le mouvement même du corps, la hauteur du
tesse en M sera

$$= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}$$

et en m

$$= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+qq)}{n+Q}.$$

Prenant donc un milieu entre les vitesses, qu'on tire de ces for
soit $=\sqrt{u}$, le tems que le corps employe à parcourir l'espace
$=\frac{Mm}{\sqrt{u}}$. Ou bien on prendra un milieu entre les valeurs

$$\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}} \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{(1+qq)}}{\sqrt{(n+Q)}},$$

qui soit $=\mu$, et à cause de $\sqrt{u}=\mu\sqrt{\frac{1}{2}\alpha c}$, le tems par l'arc Mm

$$= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}}\cdot\frac{1}{\mu}\, l\frac{n+Q}{n+P}.$$

Et pour avoir ce tems exprimé en minutes secondes, soit g la ha
laquelle un corps tombe dans une seconde[1]), et le nombre des sec

$$= \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{2\alpha g}}\cdot\frac{1}{\mu}\, l\frac{n+Q}{n+P}.$$

On pourra de la même maniere exprimer les vitesses par l'espac
sont capables de parcourir dans une seconde, et sur ce pied la vi
est

$$= \sqrt{2\alpha c g}\cdot\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}.$$

51. Quoiqu'on dût ici prendre les logarithmes hyperbolique
pourtant se servir des logarithmes communs, pourvu qu'on multip
les coëfficiens de ces termes par le nombre 2,302585092994, dont le

1) Donc la vitesse par seconde correspondante à la hauteur u est $\sqrt{4gu}=2$

et ce coëfficient conviendra aussi aux abscisses et appliquées. Ensuite la vitesse en M sera exprimée par l'espace

$$\sqrt{2\alpha c g}\,\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}},$$

qui se parcourt dans une seconde avec cette vitesse; et le tems par l'arc Mm sera de

$$\frac{2{,}302585\,\sqrt{c}}{\sqrt{2\alpha g}}\cdot\frac{1}{\mu}\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$$

secondes, où μ est la valeur moyenne entre

$$\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}} \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{(1+qq)}}{\sqrt{(n+Q)}}$$

et g marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une seconde dans le vuide, et on sait que $g = 15{,}625$ pieds de Rhin.

52. Sur ce pied je calculerai une Table pour l'espece douzième où $n = 1{,}822067$, qui contiendra deux parties, l'une pour la branche ascendante ANC, l'autre pour la branche descendante AMH; elle pourra servir de modele pour calculer pareillement des Tables semblables pour les autres especes; et à l'aide de 18 Tables de cette forme on sera en état de résoudre toutes les questions, qui peuvent se rencontrer dans l'Artillerie.

53. Par le moyen de cette Table, qui est calculée de 5 à 5 degrés, on construira aisément la forme de la trajectoire de la douzième espece, comme elle est exprimée dans la troisième figure. Et lorsqu'on sait la valeur de la quantité c et de α, on connoitra par cette Tabelle la vitesse du corps dans chaque point de la courbe, et encore le tems par chaque partie de la courbe. Ainsi, si la direction ou l'élévation du canon ou du mortier est donnée, d'où

l'on tire le globe, on cherchera l'élévation dans la premiere colon
table pour la branche ascendante, et la colonne V^{me} montrera la v

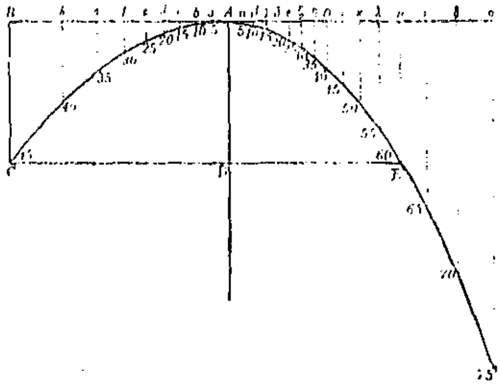


Fig. 3.

doit être imprimée au globe, pour qu'il décrive une trajectoire d
zième espece.

54. Prenons pour exemple une bombe, dont le diamètre soit
le poids de 64 livres, ou bien égal au poids de $\frac{9}{10}$ pied cubique d'e
donc $d = \frac{1}{2}$ et $e^3 = \frac{9}{10}$, nous aurons (§ 15) $c = 707 \cdot \frac{18}{5} = 2545{,}2$ pieds,
nous prendrons l'unité. Que cette bombe soit jettée sous une él
45^0 en C, et pour qu'elle décrive une trajectoire de la XII^{me} espe
que sa vitesse en C soit de $1{,}7222525 \cdot \sqrt{2\,agc}$ pieds par seconde,
soit capable de parcourir avec cette vitesse un espace de $485\frac{7}{10}$ [1])
seconde. Quand sa vitesse seroit plus grande, la trajectoire appar
une espece antérieure; mais, si elle étoit plus petite, à une espec
et dans ces cas il faudroit avoir calculées les Tables de ces autr

55. Supposons donc que la vitesse initiale de la bombe en C [Fi
$434\frac{9}{10}$ pieds[2]) par seconde, et qu'elle soit jettée sur une plaine hori
elle retombe en E. Soit le sommet en A, d'où l'on baisse la

1) En original $434\frac{9}{10}$. Corrigé par F. R. S.

2) Voir cependant la note précédente. F. R. S.

TABLE SUBSIDIAIRE[1]

ang. φ	p = tang. φ	tang. φ sec. φ	l tang. $(45^0 + \frac{1}{2}\varphi)$	P
0^0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
1	0,0174551	0,0174577	0,0174541	0,0174559
2	0,0349208	0,0349420	0,0349136	0,0349278
3	0,0524078	0,0524797	0,0523838	0,0524318
4	0,0699268	0,0700976	0,0698698	0,0699837
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0,0876001
6	0,1051042	0,1056832	0,1049116	0,1052974
7	0,1227846	0,1237068	0,1224783	0,1230926
8	0,1405408	0,1419220	0,1400823	0,1410022
9	0,1583841	0,1603587	0,1577296	0,1590442
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
11	0,1943803	0,1980185	0,1931766	0,1955976
12	0,2125566	0,2173052	0,2109876	0,2141464
13	0,2308682	0,2369410	0,2288650	0,2329030
14	0,2493280	0,2569609	0,2468144	0,2518877
15	0,2679492	0,2774014	0,2648421	0,2711218
16	0,2867451	0,2983010	0,2829514	0,2906277
17	0,3057307	0,3197000	0,3011576	0,3104288
18	0,3249197	0,3416408	0,3194582	0,3305495
19	0,3443276	0,3641680	0,3378626	0,3510153
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
21	0,3838640	0,4111741	0,3750122	0,3930932
22	0,4040262	0,4357564	0,3937709	0,4147637
23	0,4244748	0,4611325	0,4126623	0,4368974
24	0,4452287	0,4873633	0,4316947	0,4595290
25	0,4663077	0,5145136	0,4508752	0,4826944
26	0,4877326	0,5426522	0,4702126	0,5064324
27	0,5095254	0,5718538	0,4897151	0,5307845
28	0,5317094 [2]	0,6021983	0,5093921	0,5557952
29	0,5543091	0,6337714	0,5292525	0,5815120
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863

1) Aux nombres des trois dernières colonnes de cette table les six premiers chiffres s sont exactes. F. R. S.

2) En original 0,5417094. Corrigé par F. R. S.

ang. φ	$p = \text{tang.}\,\varphi$	$\text{tang.}\,\varphi\,\text{sec.}\,\varphi$	$l\,\text{tang.}\,(45^0 + \frac{1}{2}\varphi)$	P
31°	0,6008606	0,7009810	0,5695625	0,6352732
32	0,6248694	0,7368323	0,5900326	0,6634325
33	0,6494076	0,7743300	0,6107273	0,6925287
34	0,6745085	0,8136014	0,6316578	0,7226311
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
36	0,7265425	0,8980560	0,6742752	0,7861656
37	0,7535541	0,9435520	0,6959879	0,8197699
38	0,7812856	0,9914657	0,7179875	0,8547266
39	0,8097840	1,0419980	0,7402898	0,8911439
40	0,8390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
41	0,8692867	1,1518160	0,7858627	0,9688394
42	0,9004040	1,2116130	0,8091670	1,0103900
43	0,9325151	1,2750535	0,8328403	1,0539469
44	0,9656888	1,3424655	0,8569026	1,0996840
45	1,0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
46	1,0355303	1,4907010	0,9062752	1,1984896
47	1,0723687	1,5723920	0,9316313	1,2520116
48	1,1106125	1,6597842	0,9574664	1,3086253
49	1,1503684	1,7534530	0,9838076	1,3686303
50	1,1917536	1,8540100	1,0106827	1,4323614
51	1,2348972	1,9622710	1,0381231	1,5001970
52	1,2799416	2,0789700	1,0661613	1,5725657
53	1,3270448	2,2050705	1,0948332	1,6499519
54	1,3763819	2,3416410	1,1241768	1,7329089
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
56	1,4825610	2,6512520	1,1850503	1,9181512
57	1,5398650	2,8273130	1,2166746	2,0219938
58	1,6003345	3,0199590	1,2491603	2,1345596
59	1,6642795	3,2313720	1,2825662	2,2569691
60	1,7320508	3,4641020	1,3169578 [1]	2,3905299 [2]
61	1,8040478	3,721147	1,3524042	2,536776
62	1,8807265	4,006050	1,3889854	2,697518
63	1,9626105	4,323021	1,4267876	2,874904
64	2,0503038	4,677095	1,4659075	3,071501
65	2,1445069	5,074337	1,5064535	3,290396

1) En original 1,3165572. 2) En original 2,3903296. Corrigé par F. R. S.

ang. φ	$p = \text{tang.}\,\varphi$	tang. φ sec. φ	l tang. $(45^0 + \frac{1}{2}\varphi)$	P
66°	2,2460368	5,522093	1,5485467	3,5
67	2,3558524	6,029344	1,5923233	3,8
68	2,4750869	6,607161	1,6379384	4,1
69	2,6050891	7,269313	1,6855678	4,4
70	2,7474774	8,033085	1,7354146	4,8
71	2,9042109	8,920438	1,7877114	5,3
72	3,0776835	9,959592	1,8427293	5,9
73	3,2708526	11,187310	1,9007861	6,5
74	3,4874144	12,652184	1,9622566	7,3
75	3,7320508	14,419540	2,0275887	8,2
76	4,0107809	16,578823	2,0973231	9,3
77	4,3314759	19,255193	2,1721209	10,7
78	4,7046301	22,628020	2,2528019	12,4
79	5,1445540	26,961800	2,3403999	14,6
80	5,6712818	32,65962	2,4362452	17,5
81	6,3137515	40,36036	2,5420894	21,4
82	7,1153697	51,12605	2,6603052	26,8
83	8,1443464	66,82850	2,7942178	34,8
84	9,5143645	91,02174	2,9486992	46,9
85	11,4300522[2]	131,14514[3]	3,1313001	67,1
86	14,300666	205,0084	3,3546723	101,1
87	19,081137	364,5893	3,6425320	184,1
88	28,636253	820,5348	4,0481241	412,2
89	57,289962	3282,639	4,7413471	1643,6
89° 30′	114,58865	13131,06	5,4345129	6568,2
89° 44′	214,85762	46164,31	6,0631256	23085,1
89° 52′	429,71757	184657,7	6,7562739	92332,2
89° 56′	859,43630	738631,4	7,4494211	369319,4
89° 58′	1718,8732	2954526	8,1425680	1477267

1) En original 8,223570. 2) En original 11,4300520. 3) En original 13
4) En original 67,12291. 5) En original 92332,30. Corrigé par F. R. S.

ESPECE XII.

POUR LA BRANCHE ASCENDANTE[1])

Inclin. en N	L'arc AN $= 2{,}302585\,c$ mult. par	L'abscisse AQ $= 2{,}302585\,c$ mult. par	L'appliquée QN $= 2{,}302585\,c$ mult. par	La vitesse en N $= \sqrt{2\alpha gc}$ mult. par	Le tems par AN $= \frac{2{,}302585\sqrt{c}}{\sqrt{2\alpha g}}$ mult. par
0°	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000″
	213983	213779	9334	213820	284763
5	0,0213983	0,0213779	0,0009334	0,7622067	0,0284763
	230448	228177	30080	295427	296594
10	0,0444431	0,0442256	0,0039414	0,7917494	0,0581357
	255349	249296	55268	395510	314747
15	0,0699780	0,0691552	0,0094682	0,8313004	0,0896104
	291646	278148	87699	523866	340273
20	0,0991426	0,0969700	0,0182381	0,8836870	0,1236377
	345303	319018	132142	697094	376196
25	0,1336729	0,1288718	0,0314523	0,9533964	0,1612573
	426536	377472	196952	945651	426723
30	0,1763265	0,1666190	0,0511475	1,0479615	0,2039296
	555745	468711	298602	1331725	499521
35	0,2319010	0,2134901	0,0810077	1,1811330	0,2538817
	778564	617676	473960	2003240	609504
40	0,3097574	0,2752577	0,1284037	1,3814570	0,3148321
	1219806	899335	824089	3407955	790812
45	0,4317380	0,3651912	0,2108126	1,7222525	0,3939133
	2381005	1608581	1755460	7698425	1149287
50	0,6698385	0,5260493	0,3863586	2,4920950	0,5088420

1) Les deux tables pour la douzième espèce n'ont pas été vérifiées. F. R. S.

ESPECE XII.

POUR LA BRANCHE DESCENDANTE

Inclin. en M	L'arc AM $= 2,302585c$ mult. par	L'abscisse AP $= 2,302585c$ mult. par	L'appliquée PM $= 2,302585c$ mult. par	La vitesse en M $= \sqrt{2\alpha gc}$ mult. par	Le t
0°	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0
	203933	203739	8895	− 144229	
5	0,0203933	0,0203739	0,0008895	0,7264018	0,
	199209	197505	26002	− 82616	
10	0,0403142	0,0401244	0,0034897	0,7181402	0
	199299	194575	43136	− 25702	
15	0,0602441	0,0595819	0,0078033	0,7155700	0
	204125	194677	61380	+ 28920	
20	0,0806566	0,0790496	0,0139414	0,7184620	0
	214049	197755	81913	83320	
25	0,1020615	0,0988251	0,0221327	0,7267940	0
	229898	203922	106155	139390	
30	0,1250513	0,1192173	0,0327482	0,7407330	(
	253104	213465	135993	198950	
35	0,1503617	0,1405638	0,0463475	0,7606280	(
	285969	226875	174086	263895	
40	0,1789586	0,1632513	0,0637561	0,7870175	(
	332130	244872	224384	336125	
45	0,2121716	0,1877385	0,0861945	0,8206300	(
	397389	268470	292985	417430	
50	0,2519105	0,2145855	0,1154930	0,8623730	(
	491194	299018	389688	509230	
55	0,3010299	0,2444873	0,1544618	0,9132960	(
	629347	338148	530786	611670	
60	0,3639646	0,2783021	0,2075404	0,9744630	
	841010	388335	745985	720310	
65	0,4480656	0,3171356	0,2821389	1,0464940	
	1178537	451007	1088830	825390	
70	0,5659193	0,3622363	0,3910219	1,1290330	
	1754921	527715	1673697	900010	

in. M	L'arc AM = 2,302585 c mult. par	L'abscisse AP = 2,302585 c mult. par	L'appliquée PM = 2,302585 c mult. par	La vitesse en M $\sqrt{2\alpha g}$ mult. par	Le tems par AM = $\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2\alpha g}}$ mult. par
5°	0,7414114	0,4150078	0,5583916	1,2190340	0,7952151″
	2851538	617186	2783950	894400	2257818
0	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	4100500
5	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818210	1,4310469

DE ICTU GLANDIUM CONTRA TABULAM EXPLOSARUM [1]

Commentatio 411 indicis Enestroemiani
Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 15 (1770), 1771, p. 414-
Summarium ibidem p. 34—36

SUMMARIUM

In doctrina de percussione corporum eiusmodi saepe occurrunt phaenomena, q
intuitu haud parum paradoxa et rationi contraria videntur, attentius autem exam
legibus naturae optime consentire deprehenduntur. Horum in numero sequen
memorabile est: si ianua aperta lapide percutiatur, motu in ipsa generato clau
vero sclopetum contra eam explodatur, immota persistit glande explosa eam per
trante. Huius igitur phaenomeni rationem expositurus Illustr. huius dissertation
ictum glandium contra tabulam explosarum accuratius exponere constituit, ubi q
casus a se invicem distinguendos seorsim considerat, primum, quo tabula immob
pitur, alterum, quo super plano horizontali libere est mobilis. Quod vero prim
casum, si celeritas glandis ante ictum designetur per c, altitudo, ex qua grave un
libere cadit, per g, resistentia tabulae per R et massa glandis per M, tumque
$\int \frac{R\,dx}{M} = f$, posito $x = a$, toti scilicet crassitiei tabulae, observat Illustr. Aucto

1) Confer hac cum dissertatione Euleri Commentationes 22, 69, 82, 434, 4
Enestroemiani): *De communicatione motus in collisione corporum*, Comment. acad. sc
(1730/31), 1738, p. 159, *De communicatione motus in collisione corporum sese non d
tientium*, Comment. acad. sc. Petrop. 9 (1737), 1744, p. 50, *De la force de percuss
véritable mesure*, Mém. de l'acad. d. sc. de Berlin [1] (1745), 1746, p. 21, *De c
porum gyrantium*, Novi comment. acad. sc. Petrop. 17 (1772), 1773, p. 272,
corporum pendulorum, tam obliqua, quam motu gyratorio perturbata, ibidem p. 315;
Euleri Opera omnia, series II, vol. 7. F. R. S.

venit massa huius glandis, quam littera M designemus, ubi secundum principia mechanica M mensuratur pondere eiusdem glandis. Quod autem ad figuram glandis attinet, eius ratio hic vix habetur, dummodo eandem figuram retineat.

2. Statim atque glans tabulam ferire incipit, hoc erit initium ictus, a quo tempora computabimus. Ponamus ergo ab hoc initio iam elapsum esse t minut. secund. quaeriturque, quousque nunc glans in tabulam penetraverit; ponamus ergo glandem ad profunditatem $= x$ penetrasse, et quum hoc sit spatium a glande tempore t percursum, erit celeritas glandis hoc momento $\frac{dx}{dt}$ eiusque acceleratio $= \frac{Mddx}{2gdt^2}$ *sumpto elemento dt constante, cui vis resistens* negative sumpta debet esse aequalis. Animum autem hic abstrahimus a gravitate glandis, qua eius motus incurvatur, quippe qui effectus in hoc phaenomeno nullius est momenti.

3. Quum nunc glans ad profunditatem $= x$ in tabulam penetraverit, quam quidem hic minorem ipsa crassitie tabulae assumimus (posita enim crassitie tabulae $= a$, simul ac fit $x = a$, glans per tabulam penitus transiisse consensus est), nunc igitur dum in profunditate $= x$ versatur, certam atque insignem offendet resistentiam, quae eius motui se opponit et quam litera R denotemus; cuius valorem cum vix ullo casu accurate definire liceat, hic tantum observemus eam cum a magnitudine glandis tum vero etiam a duritie ipsius tabulae atque ab ipsa profunditate penetrationis x pendere; quare, quum duo priora momenta eadem maneant pro eadem glande et tabula, vis resistentiae spectari poterit tamquam functio ipsius x, quae evanescat tam posito $x = 0$ quam $x = a$, quandoquidem tam ante impulsum quam post eruptionem nullam patitur resistentiam.

4. Constituta igitur hac resistentia R habebimus statim istam aequationem

$$\frac{ddx}{2gdt^2} = -\frac{R}{M},$$

quae per dx multiplicata et integrata praebet

$$\frac{dx^2}{4gdt^2} = C - \int \frac{Rdx}{M}.$$

integrale $\int \frac{Rdx}{M}$ ita capi sumamus, ut ipso initio, ubi $x=0$, evanescat. Constantem tandem C ita definiri oportet, ut posito $x=0$ celeritas glandis, quae erat $= c$, unde colligitur $C = \frac{cc}{4g}$, ita ut habeamus

$$\frac{dx^2}{dt^2} = cc - 4g\int \frac{Rdx}{M};$$

ipsa celeritas glandis

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\left(cc - 4g\int \frac{Rdx}{M}\right)}.$$

Porro pro tempore cognoscendo deducitur ista aequatio

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{\left(cc - 4g\int \frac{Rdx}{M}\right)}}.$$

Parum autem sollicitus de tempore ex aequatione pro celeritate inventa facile iudicare poterimus, utrum glans penitus per tabulam perrumpat, an vero in ipsa tabula sit haesura omni scilicet motu amisso. Hic praecipue ad ipsam resistentiam R indeque formatum integrale $\int Rdx$ est respiciendum, cuius valor crescente x continuo augetur; ponamus igitur posito [illegible] fore

$$\int \frac{Rdx}{M} = f$$

atque perspicuum est glandem per tabulam perrumpere non posse, nisi fuerit cc maior quam $4gf$, atque hinc sequentes casus distingui debent:

1°. Si fuerit celeritas glandis $c < 2\sqrt{gf}$, glans non penitus per tabulam perrumpet, sed alicubi haerebit, ubi scilicet fit

$$\int \frac{Rdx}{M} = \frac{cc}{4g},$$

unde profunditas penetrationis intelligi poterit.

2°. Sin autem fuerit celeritas glandis $c > 2\sqrt{gf}$, tum glans non solum penitus per tabulam transvibrabit, sed etiam adhuc celeritatem quandam servabit, quae erit

$$\sqrt{(cc - 4gf)}.$$

CASUS SECUNDUS
QUO TABULA SUPER PLANO HORIZONTALI LIBERE EST M

6. Manentibus iis, quae circa glandem eiusque celeritatem ant stituta, nunc etiam massa tabulae in computum est ducenda, qua atque ne tabula motum obliquum recipiat, glandis ictum ponam ipso tabulae centro inertiae motumque glandis esse horizontalem. adhuc crassities tabulae in loco ictus $= a$.

7. Elapso tempore $= t$ secund. a primo ictus initio, ubi ipsa in quiete, glans vero celeritate $= c$ ferebatur, ponamus tabulam iam motam per spatium $= y$, glandem autem iam in tabulam penetra funditatem $= x$, ubi resistentiam offendat $= R$, uti ante posui igitur tabula tempore t promota sit per spatium y, erit eius cel et acceleratio more superiori sumpta $= \frac{Nddy}{2gdt^2}$, glans autem inter spatium $x + y$, unde eius celeritas erit

$$\frac{dx + dy}{dt}$$

et acceleratio

$$= \frac{M(ddx + ddy)}{2gdt^2};$$

notandum autem est ipso initio fuisse $x = 0$ et $y = 0$, at vero cel tabulae $\frac{dy}{dt} = 0$ et glandis $\frac{dx + dy}{dt} = c$, ita ut tum fuerit $\frac{dx}{dt} = c$.

8. Quod nunc primum ad motum tabulae attinet, evidens celerari a vi R; haec enim, dum motui glandis se opponit, aequa v reagit eiusque motum accelerat, unde haec prima aequatio resulta

$$\text{I.} \quad \frac{Nddy}{2gdt^2} = R \quad \text{sive} \quad \frac{ddy}{dt^2} = \frac{2gR}{N}.$$

deinde vero motus glandis ab eadem vi R retardatur, unde orit cunda aequatio

$$\text{II.} \quad \frac{M(ddx + ddy)}{2gdt^2} = -R \quad \text{sive} \quad \frac{ddx + ddy}{dt^2} = -\frac{2gR}{M}$$

quae semel integrata sponte dat

$$\frac{Mdx}{dt} + \frac{(M+N)dy}{dt} = Mc;$$

quare, quum $\frac{dy}{dt}$ celeritatem tabulae exprimat, habebimus

$$\frac{dy}{dt} = \frac{Mc}{M+N} - \frac{Mdx}{(M+N)dt},$$

ex qua aequatione intelligitur iis casibus, quibus glans non penitus t per tabulam, sed in certa penetratione arcetur ibique fit $\frac{dx}{dt} = 0$, tal motum esse accepturam, cuius celeritas sit $= \frac{Mc}{M+N}$. At si aucta celerit glans penitus perrumpat, tum tabula minorem accipiet motum, uti mo lebit, in quo non exiguum paradoxon cernitur.

11. Quamdiu ergo glans non penitus perrumpit tabulaeque infixa n quod fit, ubi $\frac{dx}{dt} = 0$, motus determinatio nulla laborat difficultate; tum celeritas tabulae, ut modo vidimus, erit

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}c.$$

Evolvamus igitur eos casus, quibus glans penitus perrumpit, quod quando

$$cc > 4fg\frac{M+N}{N} = 4fg\left(1+\frac{M}{N}\right);$$

ponamus igitur brevitatis gratia

$$4gf\left(1+\frac{M}{N}\right) = kk,$$

eum celeritatis gradum exhibeat, quo tantum non per ta re valet; ac si fuerit $c = k$, ob $\frac{dx}{dt} = 0$ erit tabulae celeritas post

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}k,$$

ipsi extremitati tabulae inhaerebit. Nunc autem ponamus $c > k$
$c = nk$, ut sit $n > 1$, atque post ictum habebimus

$$\frac{dx}{dt} = k\sqrt{(nn-1)},$$

eleritas tabulae post ictum

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}(nk - k\sqrt{(nn-1)}) = \frac{M}{M+N}k(n-\sqrt{(nn-1)}).$$

paulisper tantum unitatem excedat, ut sit $n = 1+\alpha$, erit celeritas
st ictum

$$= \frac{Mk}{M+N}(1-\sqrt{2\alpha}),$$

cilicet α ut infinite parva, unde patet celeritatem tabulae minorem
si esset $n = 1$.

it iam n numerus quicunque maior unitate, et quum sit post ictum

$$\frac{dx}{dt} = k\sqrt{(nn-1)}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}k(n-\sqrt{(nn-1)}),$$

eleritas tabulae post ictum, erit glandis celeritas post ictum

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = \frac{Mnk}{M+N} + \frac{N}{M+N}k\sqrt{(nn-1)}.$$

evolvamus aliquot casus praecipuos:

Celeritas glandis ante ictum	Celeritas tabulae post ictum	Celeritas glandi post ictum
I. $c = k$	$\frac{M}{M+N}k$	$\frac{kM}{M+N}$
II. $c = 2k$	$\frac{M}{M+N}k(2-\sqrt{3})$	$\frac{k(2M+N\sqrt{3})}{M+N}$
III. $c = 3k$	$\frac{M}{M+N}k(3-\sqrt{8})$	$\frac{k(3M+N\sqrt{8})}{M+N}$
IV. $c = 4k$	$\frac{M}{M+N}k(4-\sqrt{15})$	$\frac{k(4M+N\sqrt{15})}{M+N}$
V. $c = 5k$	$\frac{M}{M+N}k(5-\sqrt{24})$	$\frac{k(5M+N\sqrt{24})}{M+N}$
VI. $c = 6k$	$\frac{M}{M+N}k(6-\sqrt{35})$	$\frac{k(6M+N\sqrt{35})}{M+N}$

13. Quodsi ergo n fuerit numerus mediocriter magnus, ut sit p

$$\sqrt{(nn-1)} = n - \frac{1}{2n},$$

tum ergo, si celeritas glandis ante ictum fuerit $c = nk$, prodibit p
celeritas tabulae

$$\frac{Mk}{2n(M+N)},$$

celeritas vero glandis

$$= nk - \frac{Nk}{2n(M+N)},$$

unde manifestum est, quo maior fuerit numerus n seu quo ma
celeritas glandis ante ictum, celeritatem tabulae post ictum eo fore
glandis autem celeritatem eo minus defecturam esse a celeritate a
sive iacturam celeritatis, quam glans patitur, eo fore minorem.

OBSERVATIONES IN SOLUTIONES PRAECEDENTES

14. Problemata haec referenda sunt ad doctrinam de collisione corporum, non solum in Mathesi, sed etiam in Philosophia tractari est solita. n discrimen in hoc tantum consistit, quod hic corpus impingens in um penetret atque adeo sibi transitum aperiat, dum in vulgari doctrina nodi tantum corpora considerantur, quae in conflictu sibi vel nullam im-ionem vel saltem quam minimam inducunt.

15. Nostram igitur solutionem ad notiones vulgares revocaturi nomine- sive durante conflictu sive eo iam finito, celeritatem glandis $= v$ et tatem tabulae $= u$, et quum sit

$$v = \frac{dx + dy}{dt} \quad \text{et} \quad u = \frac{dy}{dt},$$

e aequationes pro secundo problemate inventae, quae scilicet facta inte-ne prodierunt, ita se habebunt:

$$(v - u)^2 = cc - 4g\frac{M + N}{MN}\int Rdx \quad \text{et} \quad Mv + Nu = Mc,$$

m posterior involvit eam notionem, quae vulgo quantitas motus vocari et indicat quantitatem motus sive productum ex massa utriusque cor- in suam celeritatem perpetuo eandem conservari; quia enim ante con- n tabula quievit, tota quantitas motus erat Mc, durante autem conflictu nito quantitas motus est $Mv + Nu$. Ista quantitatis motus conservatio vit aequabilem progressum communis centri gravitatis.

16. Ut vero etiam priorem aequationem ad notiones receptas perducamus, per MN multiplicemus, ut habeamus

$$N(v - u)^2 = MNvv - 2MNvu + MNuu = MNcc - 4g(M + N)\int Rdx;$$

anc addamus quadratum posterioris aequationis, quod est

$$MMvv + 2MNvu + NNuu = MMcc,$$

prodibitque aggregatum

$$M(M+N)vv + N(M+N)uu = M(M+N)cc - 4g(M+N$$

quae per $M+N$ divisa praebet hanc aequationem

$$Mvv + Nuu = Mcc - 4g\int Rdx,$$

quae manifesto continet eas notiones, quae vulgo virium viva efferri solent. Est enim Mcc tota vis viva ante conflictum, at M glandis durante vel finito conflictu atque Nuu vis viva tabulae.

17. Hinc ergo perspicuum est neque durante conflictu neq vivam totam eandem manere, sed potius diminui et quidem $4g\int Rdx$, id quod vulgari principio conservationis virium vivar videtur; verum probe notandum est conservationem virium v tantum locum habere, quando de viribus nihil perit. Quum a casu tabula perforetur atque ad foramen efficiendum non e quantitas impendi debeat, mirum non est, quod summa virium decrementum patiatur, quin etiam ex ipsa nostra analysi m formulam integralem $4g\int Rdx$ summam virium in foramen im primere.

18. Hic non inutile erit ostendere, quomodo immediate ex tionibus differentialibus secundi gradus ad vires vivas calculu potuissemus. Aequationum enim § 8 inventarum prior ducatur vero in $dx+dy$ eaeque invicem additae dabunt istam aequatio

$$\frac{Ndy\cdot ddy}{2gdt^2} + \frac{M(dx+dy)(ddx+ddy)}{2gdt^2} = -Rdx,$$

quae integrata producit

$$\frac{Ndy^2}{4gdt^2} + \frac{M(dx+dy)^2}{4gdt^2} = \frac{Mcc}{4g} - \int Rdx,$$

sicque introductis litteris v et u statim assecuti sumus hanc ae

$$Nuu + Mvv = Mcc - 4g\int Rdx.$$

19. Ex principiis igitur vulgaribus, quae passim in doctrina de collisione corporum exposita reperiuntur, solutionem problematis nostri deducere potuissemus, dummodo perpendissemus in penetrationem glandis intra tabulam certas vires impendi easque iunctim sumptas formula $4g\int Rdx$ comprehendi posse. Tum enim, quia tota vis viva ante conflictum erat $= Mcc$, durante autem conflictu, cum penetratio iam facta est ad profunditatem $= x$, summa virium vivarum sit $Mvv + Nuu$, necesse est, ut fiat

$$Mvv + Nuu = Mcc - 4g\int Rdx;$$

alterum vero principium quantitatis motus sive aequabilis progressus communis centri gravitatis statim suppeditat hanc aequationem

$$Mv + Nu = Mc,$$

quae cum illa coniuncta completam problematis nostri solutionem continet.

20. Hac occasione non abs re erit paucis exponere, quid de notissimis illis notionibus circa quantitatem motus et vires vivas, quibus Philosophi totam motus theoriam superstruere sunt conati, sit iudicandum et quatenus eae cum veris et universalibus Mechanicae principiis conciliari possint. Ac primo quidem de veris Mechanicae principiis tenendum est ea ex unico principio proficisci, quo ratio inter accelerationes et vires sollicitantes continetur et ita latissime patet, ut etiam ad fluida corpora extendatur. At vero hoc principium ita est comparatum, ut semper ad formulas differentiales secundi gradus deducat, de quibus deinceps videndum est, num integrationem admittant.

21. Dantur autem infiniti casus, quibus huiusmodi integratio locum habet, hocque modo ad formulas differentiales primi gradus pervenitur, quas per celeritates explicare licet, quemadmodum nostro casu $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$ celeritates praebuerunt, atque hae ipsae formulae iam integratae eas notiones involvunt, quae vulgo sub quantitatis motus vel vis vivae nomine innotuerunt, de quo quidem iam dudum[1]) observatum est nomen vis vivae incongrue adhiberi, quum productum ex massa cuiuspiam corporis per quadratum celeritatis neutiquam ad notionem cuiuspiam vis reduci queat.

1) Vide EULERI Commentationem 82 nota 1 p. 448 laudatam. F. R. S.

22. Talia igitur principia, quae vulgo leges motus contin
non aliter spectari possunt nisi tamquam conclusiones ex unico il
principio deductae, quae, quum semper sub certis tantum condi
tenus scilicet formulas integrales secundi gradus integrare licu
beant, tantum pro principiis particularibus sunt habendae, qua
cipia secundaria vel derivata appellare liceat, dum verum Me
cipium est unicum et maxime universale.

EXAMEN ACCURATIUS SUPERIORUM SOLUTIONU

23. Quoniam vis illa R, quam in solutionem nostram introd
modo restringitur aut limitatur, solutio nostra maxime generali
plane casus extendi posset videri; quomodocunque enim perfora
promotioni glandis adversetur, semper certam vim concipere li
resistentiae foret aequalis et quam adeo sub littera illa R con
gere liceret. Quatenus autem illa quantitas R ut functio var
profunditas penetrationis designatur, a nobis consideratur, quoc
modo tam ab ipsa glandinis magnitudine et figura quam ab
duritie et crassitudine pendeat, siquidem hae res ut quantita
sunt spectandae, eatenus nostra solutio saepius a veritate re
quum utique eiusmodi dentur casus, ubi vis resistentiae non t
illam variabilem x, sed aliam praeterea veluti celeritatem im
id quod clarius explicari necesse est.

24. Ad hoc ostendendum concipiamus tabulam tamqua
fluidi praeditam esse, atque tum nullum foret dubium, quin om
a sola celeritate penderet eiusque quadrato proportionalis ess
igitur casu quantitas illa R non foret functio ipsius x, sed pot
qua glans in tabulam penetrat et quam formula $\frac{dx}{dt}$ expressimus.
intelligitur, si resistentia illa R etiam formulam $\frac{dx}{dt}$ involvat,
grationis, qua sumus usi, neutiquam locum habere posse, propt
mula Rdx tamquam integrabilis est spectata.

25. Quodsi ergo tabula naturae fluidi particeps esset, ita
partim ex functione ipsius x, uti assumpsimus, partim vero etia
celeritatis constaret, solutio nostra nullo modo subsisteret posset

sarium est in eos casus inquirere, quibus talis indoles sese *resistentiae* ae admiscere posset. Verum satis iam est cognitum omnem fluidi resi-tiam inde potissimum oriri, quod partes fluidi de loco suo depelli iisque s *imprimi debeat*, id quod sine virium dispendio fieri nequit; supra autem a R tantum eiusmodi vim reluctantem denotavit, *quae motum glandis* m retardaret, ipsa autem in se nullam motus generationem requireret. igitur hos resistentiae casus sollicite a se invicem distingui oportet.

26. Id resistentiae genus, quod motui corporis directe se opponit et quasi *um corpus repellit*, vocemus resistentiam absolutam, quorsum pertinet psa resistentia, quam supra sumus contemplati. Alterum vero resisten-genus, quod, veluti in fluidis evenit, a generatione novi motus oritur, coelo a priori genere discrepat, etiamsi corporis motum quoque retardet; liscrimine notato, quoniam tabulae nullum foramen induci potest, nisi particulae internae non solum a se invicem divellantur, sed etiam de suo removeantur, satis perspicuum est resistentiam utriusque generis hic t locum habere debere.

27. Pro nostro ergo casu veram resistentiam duabus partibus exprimi ebit; *prior scilicet pars continebit resistentiam absolutam et functioni* m ipsius x proportionalem, quam littera R ut supra designabimus, al-vero pars a motus generatione oriunda et quadrato celeritatis propor-is hac formula $A\,\frac{dx^2}{dt^2}$ exprimatur, ubi $\frac{dx}{dt}$ significat celeritatem, qua in tabula ulterius penetrat, A vero est quantitas quaepiam a densitate iae et magnitudine foraminis pendens. Hoc modo tota resistentia tali la repraesentari debet

$$R + A\,\frac{dx^2}{dt^2}.$$

28. Quod autem posterior pars quadrato celeritatis sit proportionalis, lano ratiocinio colligi poterit. Concipiamus massam quampiam $= M$ centem, quae a vi quadam P in motum sollicitetur; elapso tempore $= t$ a iam sit promota per spatium $= s$, et quum ex principio motus sit

$$\frac{M\,dds}{2g\,dt^2} = P,$$

habebimus integrando

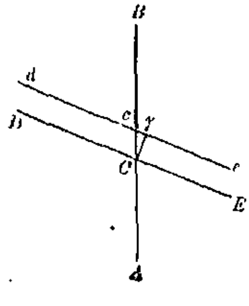
$$\frac{Mds^2}{4gdt^2} = Ps,$$

ubi $\frac{ds}{dt}$ celeritatem massae M impressam denotat. Hinc ergo discimu datae massae quiescenti M, dum per spatium s propellitur, data celeri imprimatur, ad hoc requiri vim sollicitantem

$$P = M\frac{ds^2}{4gsdt^2},$$

quam formulam applicemus ad nostrum casum, quo glans intra tabul terius penetrat per spatiolum $= dx$, ita ut nobis sit $s = dx$; interea necesse est, ut certa portio materiae, quae hoc spatiolum dx occupab loco suo removeatur; cuius ergo massa proportionalis erit partim ips tiolo dx, partim amplitudini glandis nec non densitati materiae, qua constat, ex quo massa removenda ita exprimi poterit, ut sit $= Cdx$, loco M scribi convenit; denique huic massae celeritas imprimi debet tati glandis aequalis, ut scilicet successioni glandis cedat, sicque haec c erit nostro casu $= \frac{dx}{dt}$ loco $\frac{ds}{dt}$ substituenda. Quocirca ut massae Cd per spatium $s = dx$ promovetur, celeritas $= \frac{dx}{dt}$ imprimatur, ad hoc req vis sollicitans $= \frac{C}{4g}\frac{dx^2}{dt^2}$, quam ergo recte per formulam $A\frac{dx^2}{dt^2}$ expri quam formam adeo ipsum principium motus universale suppeditare e sendum.

29. Hic quidem assumimus glandem non solum directo per t penetrare, sed etiam perpendiculariter in eius particulas illidere; v oblique illidat? Sit enim recta AB directio motus et DCE anterior c



moti superficies, quae percurso spatiolo $Cc = d$ veniat in situm dce, sitque angulus obli $DCB = \alpha$; iam ducatur $C\gamma$ ad ambas rectas o normalis atque manifestum est, ut corpus prosequi possit, non opus esse, ut particulae per spatiolum Cc promoveantur, sed tantum p tium $C\gamma$, quod se habet ad illud ut $\sin.\alpha$ ad quo etiam sufficit iis celeritatem imprimi $= \frac{d}{d}$ sicque pro hoc casu obliquitatis resistentia putar

$\cdot \frac{dx^2}{dt^2} \sin. \alpha^2$, scilicet praeterea quadrato sinus obliquitatis proportionalis; autem $\sin. \alpha^2$ est quantitas constans, commode simul in littera illa C prehendi potest, ita ut non opus sit huic casui peculiarem locum in ra analysi tribuere.

EMENDATIO SOLUTIONIS SUPRA DATAE

30. Ut igitur solutionem supra datam a vitio modo memorato liberemus, um opus est in ambabus aequationibus ibi inventis loco R scribere

$$R + \frac{A\,dx^2}{dt^2},$$

pacto aequationes illae erunt

$$\frac{Nddy}{2gdt^2} = R + \frac{A\,dx^2}{dt^2}, \quad \frac{M(ddx + ddy)}{2gdt^2} = -R - \frac{A\,dx^2}{dt^2},$$

invicem additae summam praebebunt ut ante

$$\frac{Mddx + (M+N)ddy}{2gdt^2} = 0,$$

integrale ergo etiam erit ut ante

$$\frac{Mdx}{dt} + (M+N)\frac{dy}{dt} = Mc.$$

lteram autem aequationem integralem inveniendam ex priore valorem

$$\frac{ddy}{2gdt^2} = \frac{R}{N} + \frac{A}{N} \cdot \frac{dx^2}{dt^2},$$

ituamus in posteriore, ut prodeat

$$\frac{ddx}{2gdt^2} = -\frac{M+N}{MN} R - \frac{M+N}{MN} A \frac{dx^2}{dt^2}$$

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -4g\frac{M+N}{MN} R - 4gA\frac{M+N}{MN} \cdot \frac{dx^2}{dt^2};$$

ponamus nunc brevitatis gratia

$$\frac{4g(M+N)A}{MN} = 2\alpha,$$

ut habeamus hanc aequationem

$$\frac{2ddx + 2\alpha dx^2}{dt^2} = -4g\frac{M+N}{MN}R,$$

quam videamus, quomodo ad integrabilitatem perducere liceat.

31. Ante omnia igitur observamus formulam $ddx + \alpha dx^2$ i
reddi, si multiplicetur per $e^{\alpha x}$; erit enim

$$e^{\alpha x}(ddx + \alpha dx^2) = d. e^{\alpha x}dx;$$

multiplicemus igitur per $e^{\alpha x}$ et nostra aequatio fiet

$$\frac{2d. e^{\alpha x}dx}{dt^2} = -4g\frac{M+N}{MN}e^{\alpha x}R,$$

quae, ut prorsus integrabilis reddatur, multiplicetur per $e^{\alpha x}dx$, eritq

$$\frac{e^{2\alpha x}dx^2}{dt^2} = C - 4g\frac{M+N}{MN}\int e^{2\alpha x}Rdx.$$

ubi, si formula integralis ita capiatur, ut evanescat facto $x=0$,
stantis C debet esse $= cc$, sicque obtinebimus hanc aequationem

$$\frac{dx^2}{dt^2} = e^{-2\alpha x}\left(cc - 4g\frac{M+N}{MN}\int e^{2\alpha x}Rdx\right),$$

quae aequatio iam cum ante inventa

$$\frac{Mdx + (M+N)dy}{dt} = Mc$$

coniuncta veram solutionem nostri secundi problematis suppedita

32. Circa hanc solutionem observamus, si exponens $2\alpha x$ evanesceret, ita sset $e^{2\alpha x} = 1$, tum hanc solutionem cum praecedente perfecte convenire; us igitur tantum ab ea discrepabit, quatenus $2\alpha x$ non evanescit; quia n tum formula $e^{2\alpha x}$ eo magis unitatem superat, quo maior fuerit exns $2\alpha x$, intelligimus formulam $e^{2\alpha x}Rdx$ maiorem esse quam casu ante tto et quidem eo magis, quo maius fuerit spatium penetrationis x; ex intelligitur, quo crassior fuerit tabula, praeterquam quod sola formula x fit maior posito scilicet $x = a$, ob factorem $e^{2\alpha x}$ multo magis insuper i; *quare quum supra* [§ 11] pro casibus, quibus glans per totam tabulam umpit, posuerimus

$$4g\frac{M+N}{MN}\int Rdx = kk,$$

uc etiam ponamus

$$4g\frac{M+N}{MN}\int e^{2\alpha x}Rdx = kk,$$

quantitas k maior erit quam casu praecedente ideoque nunc maior is celeritas requiritur, ut ea per totam tabulae crassitiem penetret, et rassior fuerit tabula, ut glans penetret, eius celeritas tanto maior debet quam secundum superiorem solutionem.

33. Cum autem glans per tabulam penitus perruperit, pro eius celeritate ressu habebimus

$$\frac{dx^2}{dt^2} = e^{-2\alpha a}(cc - kk),$$

ergo celeritas ob duplicem causam minor erit quam casu praecedente, eadem scilicet celeritate c ante collisionem; primo enim, quia k maior quam ante, quantitas $cc - kk$ iam est multo magis minor quam ante; e, quia ea insuper multiplicatur in $e^{-2\alpha a}$ vel, quod perinde est, dividitur $e^{2\alpha a}$, quae formula maior est unitate, celeritas $\frac{dx}{dt}$ multo magis diminr. Quod denique ad ipsum tabulae motum attinet, quia eius celeritas perforationem inventa est

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}\left(c - \frac{dx}{dt}\right)$$

ia, ut modo vidimus, $\frac{dx}{dt}$ multo minus est quam casu praecedente, nunc

ipsi tabulae multo maior motus imprimetur quam casu praecedente ob hanc rationem celeritas glandis post ictum, quae est $\frac{dx+dy}{dt}$, hinc al tillum augebitur; interim tamen, quia ex formula nostra fit

$$\frac{dx+dy}{dt} = \frac{M}{M+N}c + \frac{N}{M+N}\cdot\frac{dx}{dt}$$

et quoniam $\frac{dx}{dt}$ minus est quam casu praecedente, ipsa quoque glandis ce minor evadet.

34. Reducamus nunc etiam has formulas ad notiones communes casibus, quibus glans sive penetrat sive secus, ponatur celeritas glandi ictum $= v$, celeritas vero tabulae $= u$, et quia est

$$\frac{dy}{dt} = u \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = v - u,$$

nostrae binae aequationes inventae fient

$$Mv + Nu = Mc$$

et

$$(v-u)^2 = e^{-2\alpha x}cc - 4g\frac{M+N}{MN}e^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x}R\,dx,$$

quarum prior, uti iam monuimus, perinde significat conservationem qua motus sive aequabilem progressum communis centri gravitatis. Pro vivis autem eliciendis alteram aequationem per MN multiplicatam evol

$$MNvv - 2MNvu + MNuu = MNcce^{-2\alpha x} - 4g(M+N)e^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x}R$$

ad eamque addamus quadratum prioris, ut prodeat

$$M(M+N)vv + N(M+N)uu$$
$$= Mcc(Ne^{-2\alpha x} + M) - 4g(M+N)e^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x}R\,dx\,^{1)},$$

1) Editio princeps:

$$M(M+N)vv + N(M+N)uu = Mcc(Me^{-2\alpha x} + N) - 4g(M+N)e^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x}.$$

Hanc aequationem et aequationes sequentes correxit F. R.

quae aequatio per $M + N$ divisa praebet

$$Mvv + Nuu = \frac{Mcc}{M + N}(Ne^{-2\alpha x} + M) - 4ge^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x} R\,dx,$$

ex qua intelligitur nunc summam virium vivarum post ictum non amplius tam simpliciter se habere ad vim vivam ante conflictum, quae erat Mcc, quam in casu praecedente; nunc enim erit

$$Mvv + Nuu = Mcc - \frac{MNcc}{M + N}(1 - e^{-2\alpha x}) - 4ge^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x} R\,dx,$$

unde patet vim vivam in conflictu deperditam aestimandam esse

$$= \frac{MNcc}{M + N}(1 - e^{-2\alpha x}) + 4ge^{-2\alpha x}\int e^{2\alpha x} R\,dx;$$

quonam autem ratiocinio haec iactura concludi possit, nullo modo perspicitur.

MEDITATIO IN EXPERIMENTA EXPLOSIONE TORMENTORUM NUPER INSTITUTA [1]

Commentatio 853 indicis ENESTROEMIANI
Opera postuma 2, 1862, p. 800—804

Circa motum globorum duo in computum veniunt, motus globi in tormento et motus extra tormentum, de quorum motuum quolibet seorsim agendum est. Primum autem excutiendus est motus extra tormentum, qui determinari poterit ex tempore, quo globus in aëre commoratus est, diametro globi et ratione gravitatum specificarum globi et aëris. Ex hisce datis innotescit altitudo, ad quam globus pervenit, et velocitas initialis, qua e tormento erumpit, tempus quoque ascensus et descensus seorsim. Quibus definitis progredi poterimus ad contemplandum motum globi intra tormentum et ex velocitate, qua globus egreditur, cognita innotescet vis pulveris pyrii multaque alia maximi usus in Pyrotechnia. Suppono autem hic directionem tormenti esse verticalem, ut corpus lineam rectam ascensu et descensu describat; motus enim obliquus in linea curva altioris est indaginis.

Designet c diametrum globi in scrupulis pedis Rhenani [2]), $m:n$ rationem gravitatis specificae globi ad gravitatem specificam aëris seu medii, in quo globus movetur. Sit t tempus durationis globi in aëre, in minutis secundis, sit porro altitudo quaesita, ad quam corpus ascendit, x. Scribatur pro numero, cuius logarithmus est unitas, e [3]), qui est 2,7182818..., cuius logarithmus se-

1) Hac dissertatione permulti errores continentur. Confer praefationem huius voluminis atque imprimis dissertationem Celeb. D. BERNOULLI nota 1 p. 41 laudatam. F. R. S.

2) 1000 scrupula = 1 pes Rhenanus. F. R. S.

3) Vide praefationem huius voluminis. F. R. S.

cundum VLACQUIUM[1]) est 0,4342944. Indicat porro N numerum graduum arcus, cuius tangens est

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}}-1}$$

existente sinu toto $=1$. Altitudo quaesita x ex hac aequatione erui debet

$$t=\frac{m\sqrt{c}}{447650\sqrt{3n(m-n)}}\left(125N-7162\,l\left(\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}}}-\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}}-1}\right)\right).[2])$$

Vocemus, ut calculus facilior evadat,

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}}-1}=y;$$

erit N numerus graduum arcus, cuius tangens est y; erit

$$t=\frac{m\sqrt{c}}{447650\sqrt{3n(m-n)}}\left(125N-7162\,l\left(\sqrt{yy+1}-y\right)\right).$$

Ut logarithmis VLACQUII uti liceat, multiplicari debet logarithmus per 2,7182818.[3])
Scribatur A loco

$$\frac{447650\sqrt{3n(m-n)}}{m\sqrt{c}};$$

erit

$$At=125N-19468\log.(\sqrt{yy+1}-y);$$

erit ergo

$$N=\frac{At+19468\log.(\sqrt{yy+1}-y)}{125}=\frac{8At+155746\log.(\sqrt{yy+1}-y)}{1000}.$$

Ex qua aequatione tentando y erui debebit, tamdiu alios atque alios substituendo valores loco y, donec resultet aequalitas.

1) A. VLACQ (1600?–1667), *Arithmetica logarithmica etc.* Editio secunda aucta, Goudae 1628. F. R. S.

2) Haec aequatio evadit, si in § 450 tomi primi EULERI libri, qui inscribitur *Mechanica sive motus scientia*, Petropoli 1736, ponatur $g=\frac{m-n}{m}$ et $k=\frac{4mc}{3n}$ atque si § 430 respiciatur; *LEONHARDI EULERI Opera omnia*, series II, vol. 1, p. 147 atque 140. F. R. S.

3) Cum logarithmus non per $e=2,7182818$, sed per $l\,10=2,3025851$ multiplicari debeat, omnes rationes inde deductae (insuper etiam alios errores continentes uti exempli gratia formula sequens pro N deducta, ubi legendum est 155744) falsae sunt. Confer tabulam sub finem huius dissertationis adiectam. F. R. S.

EXPERIMENTUM 1

factum d. 21. Aug. a. 1727

Globus ferreus diametri 225 scrup. explodebatur verticaliter, tempus e-
rationis in aëre erat 45 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225,\quad t = 45,\quad m = 7000 \quad \text{et} \quad n = 1.$$

Erit ergo

$$A = 618,\quad \text{ergo} \quad At = 27816\text{[1]} \quad \text{et} \quad 8At = 222530.$$

Erit ergo

$$N = \frac{222530 - 155746 \log.(\sqrt{yy+1}-y)}{1000}.$$

Ponatur $y = 2{,}70$; erit

$$\sqrt{yy+1} = 2{,}879,\quad \text{ergo} \quad \sqrt{yy+1} - y = 0{,}179,$$

consequenter $\log.(\sqrt{yy+1} - y) = -0{,}7471$ et $N = 69\frac{41}{60} = \frac{69683}{1000}$, sed ex ace-
tione invenitur $N = \frac{106173}{1000}$. Ergo y maior assumi debet.

Sit $y = 3{,}00$; erit

$$\sqrt{yy+1} = 3{,}162,\quad \text{ergo} \quad \sqrt{yy+1} - y = 0{,}162,$$

unde log. eius est $-0{,}790$, unde prodit $N = 99^\circ$.

Sit $y = 4{,}00$; erit

$$\sqrt{yy+1} = 4{,}123 \quad \text{et} \quad \sqrt{yy+1} - y = 0{,}123,$$

cuius log. est $-0{,}9100$. Est ergo $N = 80{,}802$, sed debebat esse $N = 7$

Sit $y = 4{,}10$; erit

$$\sqrt{yy+1} - y = 0{,}12,$$

cuius log. $= -0{,}9208$. Est ergo $N = 79^\circ\,12'$, sed debebat esse $N = 76^\circ$

1) Ob $At = 27810$ et $8At = 222480$ sequentes quoque formulae falsae sunt. Nihil
correximus. F. R. S.

Hoc continuando reperitur $y = 4,31$; hoc in casu exacte admodum obti-
ur aequatio, ut ne in centesimis erretur. Et erit $N = 76^0 56'$.

Ut inveniatur altitudo, ad quam corpus pertigit, erit

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}} - 1} = y$$

oque

$$e^{\frac{3nx}{4mc}} = 19,5761,$$

$$\frac{3nx}{4mc} 0,4342944 = 1,2915908$$

$$x = \frac{2100000 \cdot 1,2915908}{0,4342944} = 6245 \text{ ped. Rhen.}$$

c innotescit velocitas initialis seu altitudo, ad quam eodem impetu in
uo pervenisset; est enim

$$e^{\frac{3nx}{4mc}} = \frac{4c(m-n) + 3nK}{4c(m-n)}$$

otante K altitudinem in vacuo describendam; erit ergo

$$K = 20997 \cdot 1857,61 \text{ scrup.} = 39004 \text{ ped. Rhen.}$$

pus, quod globus in ascensu consumit, est aequale

$$\frac{mN\sqrt{c}}{3581\sqrt{3n(m-n)}} \text{ minut. secund.,}$$

st (ob $N = 76,93$ et $\sqrt{c} = 15$)

$$= 15\tfrac{1}{2} \text{ minut. secund.}$$

pus ergo descensus est

$$29\tfrac{1}{2} \text{ minut. secund.,}$$

adeo differentia inter tempus ascensus et descensus sit 14 minut. se

EXPERIMENTUM II

eodem die institutum

Ex eodem tormento idem globus explodebatur dimidia pulveris tate, mansit ille in aëre 34 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225, \quad t = 34, \quad m = 7000, \quad n = 1 \quad \text{et} \quad A = 618;$$

erit

$$At = 21012 \quad \text{et} \quad 8At = 168096.$$

Est ergo

$$N = \frac{168096 + 155746 \log.(\sqrt{yy+1} - y)}{1000}.$$

Ponatur $y = 2{,}00$; erit

$$\sqrt{yy+1} - y = 0{,}236,$$

cuius log. est $= -0{,}6270$; hinc invenitur $N = 70{,}91$ et deberet esse Hoc modo tentando invenitur tandem sumi debere loco y 2,18 $N = 65^{\circ}\,25'$; erit ergo

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}} - 1} = 2{,}185 \quad \text{et} \quad e^{\frac{3nx}{4mc}} = 5{,}7742.$$

Ergo

$$\frac{3nx}{4mc} = \frac{\log.\,5{,}7742}{0{,}43429} = \frac{0{,}76149}{0{,}43429},$$

unde

$$x = \frac{2100000 \cdot 0{,}76149}{0{,}43429} \text{ scrup.} = 3682 \text{ ped. Rhen}$$

Dein altitudo, ad quam in vacuo pervenisset, est 10025,862 ped. Rhen. ascensus est

13,19 minut. secund.

Ergo tempus descensus est

20,81 minut. secund.

EXPERIMENTUM III

factum d. 23. Aug. a. 1727

dem globus diametri 225 scrup. explodebatur verticaliter et tempus 2 minut. secund., quantitas pulveris 1 Loth seu $\frac{1}{6}$ pars praecedentis.
Est ergo ut supra

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad \text{sed} \quad t = 2.$$

ob $A = 618$ est

$$At = 1236, \quad \text{ergo} \quad 8At = 9888.$$

quenter erit

$$N = \frac{9888 + 155\,746 \log (\sqrt{yy+1} - y)}{1000}.$$

ndo, quid loco y substituendum sit, reperietur esse $y = 0{,}075$, unde est $1^{\circ}\,19'$. Est ergo

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}} - 1} = 0{,}075, \quad \text{ergo} \quad e^{\frac{3nx}{4mc}} = 1{,}005625.$$

$$\frac{3nx}{4mc} = \frac{0{,}002\,300}{0{,}4343},$$

$$x = \frac{2\,100000 \cdot 0{,}0023}{0{,}4343} = 11\,121 \text{ scrup.};$$

it ergo globus ad altitudinem 11 pedum.
Dein est

$$0{,}005\,625 = \frac{3nK}{4c(m-n)}.$$

$$K = 2099700 \cdot 0{,}005\,625 = 11\,800 \text{ scrup.}$$

entia ergo altitudinum in vacuo et aëre est 678 scrup. Tempus autem us est

$$\frac{7000 \cdot 4{,}32 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = 0{,}88 \text{ minut. secund.},$$

ergo tempus descensus est

$$1{,}12 \text{ minut. secund.}$$

In his experimentis erat longitudo tormenti 7260 scrupula. In sequen
autem idem tormentum adhibitum est, sed abbreviatum ut eius longitudo
saltem 5808 scrupula. In primo experimento erat quantitas pulveris 16
in secundo 8 Loth, in tertio 1 Loth.

EXPERIMENTUM IV

factum d. 2. Sept. a. 1727

Idem globus diam. 225 scrup. explodebatur verticaliter pulvere 1
et cecidit demum post 8 minut. secund. Est iterum

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad \text{sed} \quad t = 8.$$

Unde erit

$$N = \frac{39\,552 + 155\,746 \log.(\sqrt{yy+1} - y)}{1000}.$$

Unde reperitur $y = 0{,}33$. Erit ergo

$$N = 18^0\,25'.$$

Est ergo

$$e^{\frac{3nx}{4mc}} = 1{,}1089, \quad \text{ergo} \quad x = \frac{2\,100\,000 \cdot 0{,}044\,58}{0{,}4343}.$$

Est ergo altitudo, ad quam globus ascendit, 215 ped. 1 dig. 7 lin., alt
autem, ad quam in vacuo pervenisset, est

$$K = 2099\,700 \cdot 0{,}1089 = 228 \text{ ped. } 5 \text{ dig. } 8 \text{ lin.}$$

Tempus autem ascensus est

$$= \frac{7000 \cdot 18{,}41 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = 3{,}7 \text{ minut. secund.}$$

Ergo tempus descensus erat

$$= 4{,}3 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM V

eodem die factum

dem globus ex eodem tormento pulvere 4 Loth onerato explodebatur
npus, quo in aëre mansit, fuit 20 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad t = 20.$$

rgo

$$N = \frac{98880 + 155746 \log. (\sqrt{yy+1} - y)}{1000}.$$

rgo $y = 0{,}93$, ergo

$$N = 42^{\circ}56', \quad e^{\frac{3nx}{4mc}} = 1{,}8649.$$

$$x = \frac{2100000 \cdot 0{,}27014}{0{,}43429} = 1307{,}707 \text{ ped.}$$

$$K = 2099700 \cdot 0{,}8694 = 1816{,}025 \text{ ped.}$$

ns autem ascensus est

$$\frac{7000 \cdot 12{,}93 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = \frac{210 \cdot 4293}{103849} = 8{,}6 \text{ minut. secund.}$$

tempus descensus erat

$$= 11{,}4 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM VI

eodem die factum

dem globus ex eodem tormento pulvere 8 Loth onerato explodebatur
npus, quo in aëre mansit, fuit 28 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad t = 28.$$

$$N = \frac{138432 + 155746 \log. (\sqrt{yy+1} - y)}{1000}.$$

Hinc reperitur $y = 1{,}52$ et

$$N = 56^0\,39', \quad e^{\frac{3nx}{4mc}} = 3{,}3104,$$

unde

$$x = \frac{2\,100\,000 \cdot 0{,}519\,828}{0{,}434\,29} = 2513{,}621 \text{ ped. Rhen.}$$

At

$$K = 20997 \cdot 31{,}04 = 4851{,}150 \text{ ped. Rhen.}$$

Tempus autem ascensus est

$$= \frac{7000 \cdot 56{,}66 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = 11{,}45 \text{ minut. secund.}$$

Tempus ergo descensus est

$$= 16{,}55 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM VII

dicto die institutum

Ex eodem tormento, sed 12 Loth onerato, eiaculabatur globus idem tempus, donec cecidit, erat 32 minut. secund. Ob

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad t = 32$$

erit

$$N = \frac{158\,202 + 155\,746 \log.(\sqrt{yy+1} - y)}{1000}$$

Unde consequitur esse $y = 1{,}93$, ergo

$$N = 62^0\,27'.$$

Erit

$$e^{\frac{3nx}{4mc}} = 4{,}7249,$$

ergo

$$x = \frac{2\,100\,000 \cdot 0{,}673\,309\,9}{0{,}434\,29} = 3255{,}776 \text{ ped. Rhen. seu } 3255776 \text{ scrup.}$$

rit

$$K = 20997 \cdot 372{,}49 = 7821{,}172 \text{ ped. Rhen.}$$

us autem ascensus est

$$= \frac{210 \cdot 6261}{103849} = 12{,}67 \text{ minut. secund.}$$

pus descensus erit

$$19{,}33.$$ [1])

1) Tabula correctiones huius dissertationis continens

Onus pulveris Lot	t	N	x ped. Rhen.	Tempus ascensus secundis expressum	Tempus descensus secundis expressum	K ped. Rhen.
16	45	$80^0\,25'$	7530	16,27	28,73	73558
8	34	$69^0\,39'$	4436	14,09	19,91	15263
1	2	$4^0\,56'$	15,59	0,998	1,002	15,644
1	8	$19^0\,35'$	250,3	3,96	4,04	265,74
1	20	$46^0\,22\frac{1}{2}'$	1559	9,38	10,62	2311,6
8	28	$60^0\,58'$	3036	12,34	15,66	6813
12	32	$66^0\,58\frac{1}{2}'$	3943	13,55	18,45	11625

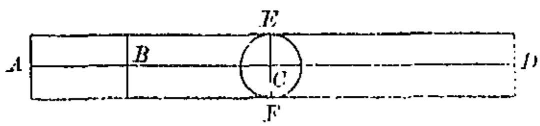
F. R. S.

FRAGMENTUM
EX ADVERSARIIS MATHEMATICIS DEPROMPTU

Ex manuscriptis academiae scientiarum Petropolitanae nunc primum editum

DE MOTU GLOBI PER TUBUM TORNATUM EXPLOSI

Fuerit initio spatium AB pulvere pyrio repletum, ut sit $AB = a$
simul ac accenditur, aequivalet aëri in spatium n vicibus minus comp
Pervenerit globus iam in ECF et sit $AC = x$. Sit pondus globi $= A$,



$CE = c$, celeritas centri $= \sqrt{v}$, celeritas rotatoria puncti $E = m\sqrt{v}$. E
viva globi

$$= Av + \frac{2}{5} Ammv.$$

1) In praefatione a NICOLAO FUSS minore *Operibus postumis* praemissa legitur p.
„Praeter scripta postuma ab EULERO ipso elaborata et maximam partem ipsius manu exarata
volumina tria, quibus titulus est *Adversaria mathematica*. His adversariis administri et
EULERI inferre solebant theses quasdam et sententias breves, quas quidem a magistro accep
fusius et accuratius explicaverant. Ex his thesibus selectae sunt graviores, quae *Operibus*
suo loco insererentur, et primum quidem nonaginta dignae visae sunt, quae typis descri
Deinde clarissimus TSCHEBYSCHEFF, perlustratis iterum dictis voluminibus, invenit alias so
quas addendas esse censuit; has tomus prior exhibet sub Numero XXIII, p. 487—493.
praeterea ex adversariis illatae sunt theses geometricae octo, theses analytici argumenti qu
duae ad calculum integralem spectantes; ita ut omnino tomo priori 110 theses ex advers
promptae contineantur."

Praeter haec tria volumina in manuscriptis academiae Petropolitanae inveniuntur
n alia, quae a G. ENESTROEM *Notizbücher* appellata sunt. Vide G. ENESTROEM, *Beric*

altitudo atmosphaerae $= f$ et pressio columnae atmosphaerae in basin
olo maximo aequalem $= p$; aequivalebit ponderi columnae aëriae $= \pi ccf$.
vis sollicitans

$$= \frac{nap}{x} - p,$$

stentia vero est

$$= \frac{1}{2}\pi ccv.$$

ergo

$$A\left(1+\frac{2}{5}mm\right)dv = \pi cc\left(\frac{nafdx}{x} - fdx - \frac{1}{2}vdx\right).$$

$$\frac{A(1+\frac{2}{5}mm)}{\pi cc} = b;$$

$$dv + \frac{vdx}{2b} = \frac{nafdx}{bx} - \frac{fdx}{b},$$

)

$$e^{\frac{x}{2b}}v = \frac{naf}{b}\int\frac{e^{\frac{x}{2b}}dx}{x} - \frac{f}{b}\int e^{\frac{x}{2b}}dx.$$

$x = a + t$; erit

$$e^{\frac{t}{2b}}v = \frac{naf}{b}\int\frac{e^{\frac{t}{2b}}dt}{a+t} - \frac{f}{b}\int e^{\frac{t}{2b}}dt$$

$$= \frac{f}{b}\int e^{\frac{t}{2b}}dt\left(\frac{(n-1)a-t}{a+t}\right),$$

)

$$v = \frac{fe^{-\frac{t}{2b}}}{b}\int e^{\frac{t}{2b}}dt\left(\frac{(n-1)a-t}{a+t}\right);$$

$$2abdv + 2btdv + avdt + vtdt$$
$$= 2nafdt - 2fadt - 2ftdt$$

rkommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft über die EULERSCHEN *Manuskripte* *Petersburger Akademie*, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 22, 3, Zweite Abt., p. 191, *imprimis* p. 193—194 et 197—198. Fragmentum *De motu globi* in-ur in quarto horum novem adversariorum, p. 437, quod secundum G. ENESTROEM (l. c. p. 197) tor anno 1740 scribi coeptum est. F. R. S.

et

$$c = \frac{(n-1)ft}{b} - \frac{(n-1)ftt}{4bb} + \frac{(n-1)ft^3}{24b^3} - \frac{(n-1)ft^4}{4\cdot 6\cdot 8b^4} + \text{etc.}$$

$$- \frac{nftt}{2ab} + \frac{nft^3}{12abb} - \frac{nft^4}{8\cdot 12ab^3} + \text{etc.}$$

$$+ \frac{nft^3}{3aab} - \frac{nft^4}{8\cdot 3aabb} + \text{etc.}$$

$$- \frac{nft^4}{4a^3b} + \text{etc.}$$

$$+ \text{etc.},$$

ergo

$$c = -\frac{ft}{b} + \frac{naf}{b}\, l\left(1 + \frac{t}{a}\right)$$

$$+ \frac{ftt}{4bb} - \frac{naaf}{2bb}\left(\left(1 + \frac{t}{a}\right) l\left(1 + \frac{t}{a}\right) - \frac{t}{a}\right)$$

$$- \frac{ft^3}{24b^3} + \frac{na^3f}{8b^3}\left(\left(1 + \frac{t}{a}\right)^2 l\left(1 + \frac{t}{a}\right) - \frac{t}{a} - \frac{3}{2}\frac{tt}{aa}\right)$$

$$\text{etc.}$$

$$= -2f\left(1 - e^{\frac{-t}{2b}}\right) + \frac{naf}{b}\, e^{\frac{-a-t}{2b}}\, l\left(1 + \frac{t}{a}\right) + \frac{nft}{b}\left(1 - e^{-\frac{a}{2b}}\right) - \text{etc.}$$

Ponatur $2b = g$; erit

$$\int \frac{e^{\frac{t}{2b}}dt}{a+t} = e^{-\frac{a}{g}} \begin{cases} l\left(1 + \frac{t}{a}\right) + \frac{a}{g}\left(\frac{t}{a}\right) + \frac{aa}{2gg}\left(\frac{t}{a} + \frac{tt}{2aa}\right) \\ + \frac{a^3}{6g^3}\left(\frac{t}{a} + \frac{tt}{aa} + \frac{t^3}{3a^3}\right) + \frac{a^4}{24g^4}\left(\frac{t}{a} + \text{etc.}\right) + \text{etc} \end{cases}$$

Hinc ergo erit

1) Apud EULERUM haec ultima expressio ipsius c ita se habet:

$$= -2f\left(1 - e^{\frac{-t}{2b}}\right) + \frac{2naf}{2b+a+t}\, l\left(1 + \frac{a}{t}\right) + \frac{naft}{2bb+ab}.$$

Correxit L

2) Apud EULERUM factor ipsius $e^{-\frac{a}{g}}$ ita se habet:

$$l\left(1 + \frac{t}{a}\right) + \frac{a}{g}\left(\frac{t}{a}\right) - \frac{aa}{2gg}\left(\frac{t}{a} - \frac{tt}{2aa}\right) + \frac{a^3}{6g^3}\left(\frac{t}{a} - \frac{tt}{2aa} + \frac{t^3}{3a^3}\right) - \frac{a^4}{24ag^4}\left(\frac{t}{a}\right.$$

Correxit

NAMENVERZEICHNIS